

COMPARACION DE MODELOS ESTRUCTURALES UTILIZADOS EN EL ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS

Ramón Cervantes Beltrán *
V́ctor Porras Silva *
Mario Ordaz Schroeder **

RESUMEN

Ante la necesidad de llevar a cabo idealizaciones estructurales en el establecimiento de las ecuaciones de equilibrio de los edificios, se ha obtenido como resultado, que en la práctica profesional se utilicen tres versiones del modelo basado en subestructuras planas unidas mediante diafragmas ŕgidos.

En este trabajo se presentan resultados obtenidos con dos modelos tridimensionales basados en subestructuras planas, que para su manejo se requiere necesariamente de una computadora, y un modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos, que no necesariamente requiere del uso de computadora.

1. INTRODUCCION

A fin de determinar los elementos mecánicos y cinemáticos requeridos en el diseño estructural de los edificios, es necesario utilizar alǵn modelo que represente al edificio. Todo modelo estructural queda definido al modelar los conceptos relacionados con la geometría, el material y las cargas que caracterizan la estructura.

Los modelos estructurales que se utilizan con mayor frecuencia en la práctica profesional para análisis sísmico de edificios, como son el tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos, el tridimensional construido con las rigideces de entrepiso de marcos planos, el unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos, se comparan mediante un ejemplo, para cuantificar las diferencias en los valores numéricos que proporcionan.

Los conceptos que se comparan son las características dinámicas del edificio (períodos y configuraciones modales) y, de acuerdo con la aplicabilidad de uno de los modelos, se hace referencia únicamente a edificios regulares. El utilizado en la comparación corresponde a 15 niveles.

2. MODELOS ESTRUCTURALES PARA EL ANALISIS DE EDIFICIOS

Prácticamente, todos los modelos estructurales que se utilizan en el aná-

* Profesores de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

** Estudiante de la División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

lisis de edificios se basan en las estructuras esqueléticas, de las cuales la más usual es el denominado marco, tanto en su modelación bidimensional (plana), como en su modelación tridimensional. Otra característica de los edificios la constituye la disposición de los pisos, lo que ha permitido idealizarlos en su plano, como un diafragma de cuerpo rígido.

La combinación de marcos y diafragmas rígidos ha permitido el desarrollo de casi todos los modelos estructurales para edificios, especialmente para el análisis ante cargas laterales. Se tienen combinaciones de marcos tridimensionales unidos con diafragmas rígidos (ref 1), o bien marcos planos unidos con diafragmas rígidos (ref 2). Puesto que los modelos estructurales de mayor uso en la práctica profesional se basan en los marcos planos, de acuerdo con los objetivos de este trabajo se describirán los modelos que se basan en tales marcos.

2.1 Modelo tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos

Se construye de la siguiente manera

- i) El edificio (fig 2.1) se idealiza mediante un sistema de marcos planos como los mostrados en las figs 2.3 y 2.4.
- ii) El movimiento de los puntos nodales del sistema de marcos planos que están contenidos en el plano de un nivel poseen un movimiento de cuerpo rígido.

2.1.1 Ecuaciones de equilibrio de las subestructuras en la referencia local

De acuerdo con el método de las rigideces, las ecuaciones de equilibrio del marco m-ésimo se pueden escribir

$$\underline{k}^m \underline{u}^m = \underline{p}^m \quad (1)$$

donde \underline{k}^m es la matriz de rigideces, \underline{p}^m el vector de cargas y \underline{u}^m el correspondiente vector de desplazamientos.

Con base en el concepto de subestructuración (ref 3), la ec 1 se puede escribir en forma particionada como

$$\begin{pmatrix} \underline{k}_{ii}^m & \underline{k}_{ie}^m \\ \underline{k}_{ie}^{mT} & \underline{k}_{ee}^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{u}_i^m \\ \underline{u}_e^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{p}_i^m \\ \underline{p}_e^m \end{pmatrix} \quad (2)$$

donde el subíndice i representa los grados de libertad internos, y el subíndice e los externos.

De acuerdo con el criterio de condensación estática, la ec 2 se puede es-

cribir

$$\underline{k}^{mL} \underline{u}_e^m = \underline{p}^{mL} \quad (3)$$

donde \underline{k}^{mL} es la matriz de rigideces lateral de la subestructura, y \underline{p}^{mL} el correspondiente vector de cargas laterales, cuyas expresiones resultan ser

$$\underline{k}^{mL} = \underline{k}_{ee}^m - \underline{k}_{ie}^{mT} (\underline{k}_{ii}^m)^{-1} \underline{k}_{ie}^m \quad (4)$$

$$\underline{p}^{mL} = \underline{p}_e^m - \underline{k}_{ie}^{mT} (\underline{k}_{ii}^m)^{-1} \underline{p}_i^m \quad (5)$$

En la ec 3, el vector de desplazamientos externos, \underline{u}_e^m , se denomina vector de desplazamientos laterales de la subestructura. El vector de desplazamientos internos se cuantifica con la expresión

$$\underline{u}_i^m = (\underline{k}_{ii}^m)^{-1} (\underline{p}_i^m - \underline{k}_{ie}^m \underline{u}_e^m) \quad (6)$$

2.1.2 Ecuaciones de equilibrio de las subestructuras en la referencia del edificio

De acuerdo con la fig 2.2, la relación cinemática entre los desplazamientos del diafragma n (U_x^n , U_y^n y U_θ^n) y el desplazamiento externo de la subestructura m en el diafragma n (u_e^{mn}), resulta ser

$$u_e^{mn} = U_x^n \cos \alpha^m + U_y^n \sin \alpha^m + U_\theta^n d^{mn} \quad (7a)$$

$$= [\cos \alpha^m, \sin \alpha^m, d^{mn}] \begin{pmatrix} U_x^n \\ U_y^n \\ U_\theta^n \end{pmatrix} \quad (7b)$$

$$= \underline{A}^{mn} \underline{U}^n \quad (7c)$$

Con base en la ecuación anterior, la relación entre el vector de desplazamientos laterales de la subestructura m (\underline{u}_e^m) y el vector de desplazamientos del edificio (\underline{U}) se pueden expresar

$$\underline{u}_e^m = \underline{A}^m \underline{U} \quad (8)$$

Al representar la ecuación de equilibrio de la subestructura m dada por la ec 3 en el sistema de referencia del edificio (denominado referencia global) se obtiene la expresión

$$\underline{K}^m \underline{U} = \underline{p}^m \quad (9)$$

donde \underline{K}^m es la matriz de rigideces de la subestructura m , asociada al sistema de referencia del edificio, y \underline{p}^m el correspondiente vector de cargas cuyas expresiones resultan

$$\underline{K}^m = (\underline{A}^m)^T \underline{k}^{mL} \underline{A}_m \quad (10)$$

$$\underline{p}^m = (\underline{A}^m)^T \underline{p}^{mL} \quad (11)$$

2.1.3 Ecuaciones de equilibrio del edificio

Una vez establecidas las ecuaciones de equilibrio de las subestructuras en la referencia del edificio, se procede a construir las ecuaciones de equilibrio del edificio mediante un ensamble. Las ecuaciones que resultan se expresan

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{F} \quad (12)$$

En la ecuación anterior, \underline{K} es la matriz de rigideces del edificio, y \underline{F} el correspondiente vector de cargas. Simbólicamente se escriben

$$\underline{K} = \sum_{m=1}^M \underline{K}^m \quad (13)$$

$$\underline{F} = \sum_{m=1}^M \underline{p}^m + \underline{F}_e \quad (14)$$

donde M representa el número de subestructuras (marcos planos) en que se idealiza el edificio, y el vector \underline{F}_e se forma con las cargas externas que actúan en los centros de masa de cada diafragma del edificio.

2.2 Modelo tridimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos

El modelo estructural del edificio (fig 2.1) implica una idealización *a priori* del sistema de marcos planos del modelo estructural descrito en el subcap 2.1; esta idealización se lleva a cabo a través del concepto de rigideces de entrepisos (figs 2.5 y 2.6).

2.2.1 Ecuaciones de equilibrio de las subestructuras en la referencia local

Debido a la idealización *a priori* de los marcos planos, los elementos de la ecuación de equilibrio de la subestructura m -ésima, dada por la ec 3, se calculan de manera directa una vez definidas las rigideces de entrepiso.

2.2.2 Ecuaciones de equilibrio de las subestructuras en la referencia global

Se procede de la misma manera que en el modelo descrito en el subcap 2.1.

2.2.3 Ecuaciones de equilibrio del edificio

Se sigue igual procedimiento que el descrito en el subcap 2.1.

2.3 *Modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos*

El modelo estructural del edificio (fig 2.1) se construye sobre la base del modelo presentado en el subcap 2.2, al superponer todos los planos de los marcos en uno solo (figs 2.7 y 2.8).

2.3.1 Ecuaciones de equilibrio de las subestructuras

Las ecuaciones de equilibrio de las subestructuras se construyen igual que el modelo descrito en el subcap 2.2, con la condición de que las referencias local y global de las subestructuras coincidan.

2.3.2 Ecuaciones de equilibrio del edificio

Se procede de la misma manera que en el subcap 2.2; excepto que debido a la idealización que implica en este modelo, de no considerar el desplazamiento angular de los pisos (diafragma rígido), los desplazamientos horizontales lineales quedan desacoplados de tal manera que se reducen a dos sistemas de ecuaciones independientes.

3. COMPARACION DE RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS MODELOS ESTRUCTURALES

3.1 *Edificio utilizado*

Con objeto de hacer comparaciones numéricas de los resultados que proporcionan los diferentes modelos estructurales descritos en el Cap 2, se seleccionó un edificio de 15 niveles. En la fig 3.1 se presenta la planta del edificio, y en la 3.2 la elevación de los marcos y las características con que se modeló el material.

La razón de seleccionar el edificio descrito se debe a la necesidad de efectuar comparaciones numéricas. El modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos, únicamente es aplicable a edificios simétricos.

Los valores asociados al modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos son los publicados en la ref 4. Los correspondientes a los modelos tridimensionales se calcularon con los programas de computadora de las referencias 5 y 6.

3.2 *Resultados*

Los resultados corresponden a las características dinámicas, los elementos mecánicos y los elementos cinemáticos. Sin embargo, las comparaciones de los resultados se hicieron con base en las características dinámicas. Las comparaciones se presentan respecto al modelo tridimensional formado

con subestructuras a base de marcos planos, por ser el que tiene menor número de hipótesis.

Las configuraciones naturales de vibración del edificio, obtenidas con los tres modelos, se trazan en ambas direcciones (figs 3.3 y 3.4). Los correspondientes valores de los periodos se presentan en la tabla 3.1.

De la simple observación se puede aseverar que, en general, las configuraciones coinciden en los tres modelos.

En relación con los valores de los periodos, la concordancia entre los modelos tridimensionales es mejor para todos los valores que para el modelo unidimensional. Para los dos periodos mayores asociados a los desplazamientos horizontales, la aproximación obtenida es menor de cinco por ciento.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De acuerdo con las hipótesis que se involucran en la construcción de los modelos estructurales y la comparación numérica de los resultados obtenidos se pueden establecer las conclusiones y recomendaciones siguientes.

4.1 Conclusiones

La aproximación que se observa en las comparaciones numéricas era de esperarse ya que para la estructura utilizada son aplicables los tres modelos estructurales.

En el caso de los modelos estructurales que utilizan la modelación de rigidez de entrepiso, es conveniente aclarar que para el cálculo de tales rigideces existe una gran variedad de métodos. El utilizado en este trabajo es el que se recomienda en la ref 7 y, probablemente, la aproximación observada también se debe a tales valores.

Otro aspecto que conviene resaltar es la organización numérica utilizada en los programas de computadora. El modelo tridimensional, formado con subestructuras a base de marcos planos, es el que mejor se adapta a ser utilizado en una computadora, debido a que con la información de los elementos de las subestructuras se construye el modelo del edificio, y en el mismo proceso se determinan los elementos mecánicos y cinemáticos de cualquier componente. Esto no sucede en los modelos que utilizan el concepto de rigidez de entrepiso, ya que los elementos cinemáticos del edificio se tienen que interpretar, de alguna manera, a fin de ser utilizados en los marcos de donde se calcularon tales rigideces. Esto último es todavía más drástico en el modelo unidimensional.

4.2 Recomendaciones

La que a primera vista resalta es la conveniencia de utilizar el modelo tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos, cuando se utiliza un programa de computadora.

La segunda y última por considerar es el estudio de edificios con toda clase de irregularidades, a fin de determinar la validez de los modelos estructurales que se discuten.

5. AGRADECIMIENTO

Los autores hacen patente su agradecimiento al Centro de Cálculo de la Facultad de Ingeniería (CECAFI), donde se procesaron los programas de computadora de las refs 5 y 6. Así mismo, reconocen la valiosa participación, en el proceso de los programas, al Ing. Javier Castillo Díaz, estudiante de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

6. REFERENCIAS

1. Wilson, E L, Hollings, J P y Dovey, H H, "Three dimensional analysis of building systems (Extended version)", Informe EERC 75-8, *Earthquake Engineering Research Center*, Universidad de California, Berkeley (1975)
2. Wilson, E L y Dovey, H H, "Three dimensional analysis of building systems - TABS", Informe EERC 72-8, *Earthquake Engineering Research Center*, Universidad de California, Berkeley (1972)
3. Przemieniecki, J S, *Theory of matrix structural analysis*, McGraw Hill (1968)
4. Cervantes Beltrán, R y Porras Silva, V, "Fuerzas sísmicas y su distribución en los elementos resistentes de edificios regulares", *Memorias I Congreso Nacional sobre Ingeniería Estructural*, México (1977), 643-677
5. Cervantes Beltrán, R, Porras Silva, V y Ordaz Schroeder, M, *Programa de computadora para el análisis de edificios mediante el modelo tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos*, (en prensa)
6. Cervantes Beltrán, R, Porras Silva, V y Ordaz Schroeder, M, *Programa de computadora para el análisis de edificios mediante el modelo tridimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos*, (en prensa)
7. Cervantes Beltrán, R y Porras Silva, V, "Comentarios sobre el cálculo de rigideces de entrepiso en marcos", *Memorias IV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Oaxaca, Oax (1975), 19-23

Tabla 3.1 Periodos de vibración de la estructura

MODO No.	PERIODOS, EN s, CORRESPONDIENTES A LOS COMPONENTES DE LAS CONFIGURACIONES MODALES CONTENIDAS EN PLANOS PARALELOS AL XZ.			PERIODOS, EN s, CORRESPONDIENTES A LOS COMPONENTES DE LAS CONFIGURACIONES MODALES CONTENIDAS EN PLANOS PARALELOS AL YZ.			PERIODOS, EN s, CORRESPONDIENTES A LOS COMPONENTES DE GIRO DE LAS CONFIGURACIONES MODALES.	
	MODELO A	MODELO B	MODELO C	MODELO A	MODELO B	MODELO C	MODELO A	MODELO B
1	2.0248	2.0247	2.0245	2.4313	2.4313	2.4314	1.8311	1.8312
2	0.7031	0.7118	0.7379	0.8257	0.8375	0.8730	0.6262	0.6180
3	0.4091	0.4197	0.4515	0.4790	0.4930	0.5348	0.3636	0.3276
4	0.2837	0.2945	0.3270	0.3375	0.3503	0.3885	0.2547	0.2454
5	0.2112	0.2227	0.2570	0.2572	0.2695	0.3062	0.1922	0.1829
6	0.1694	0.1814	0.2173	0.2072	0.2196	0.2568	0.1543	0.1448
7	0.1379	0.1501	0.1866	0.1730	0.1850	0.2211	0.1277	0.1184
8	0.1154	0.1280	0.1659	0.1479	0.1600	0.1963	0.1082	0.0988
9	0.1003	0.1132	0.1517	0.1290	0.1413	0.1781	0.0935	0.0745
10	0.0891	0.1019	0.1403	0.1149	0.1274	0.1648	0.0839	0.0736
11	0.0769	0.0900	0.1294	0.1053	0.1173	0.1532	0.0752	0.0659
12	0.0688	0.0821	0.1221	0.0964	0.1085	0.1447	0.0685	0.0591
13	0.0598	0.0735	0.1147	0.0899	0.1017	0.1370	0.0618	0.0525
14			0.1085	0.0837	0.0954	0.1303	0.0558	0.0490
15			0.0993	0.0785	0.0898	0.1235		

MODELO A. Modelo tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos.

MODELO B. Modelo tridimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos.

MODELO C. Modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos.

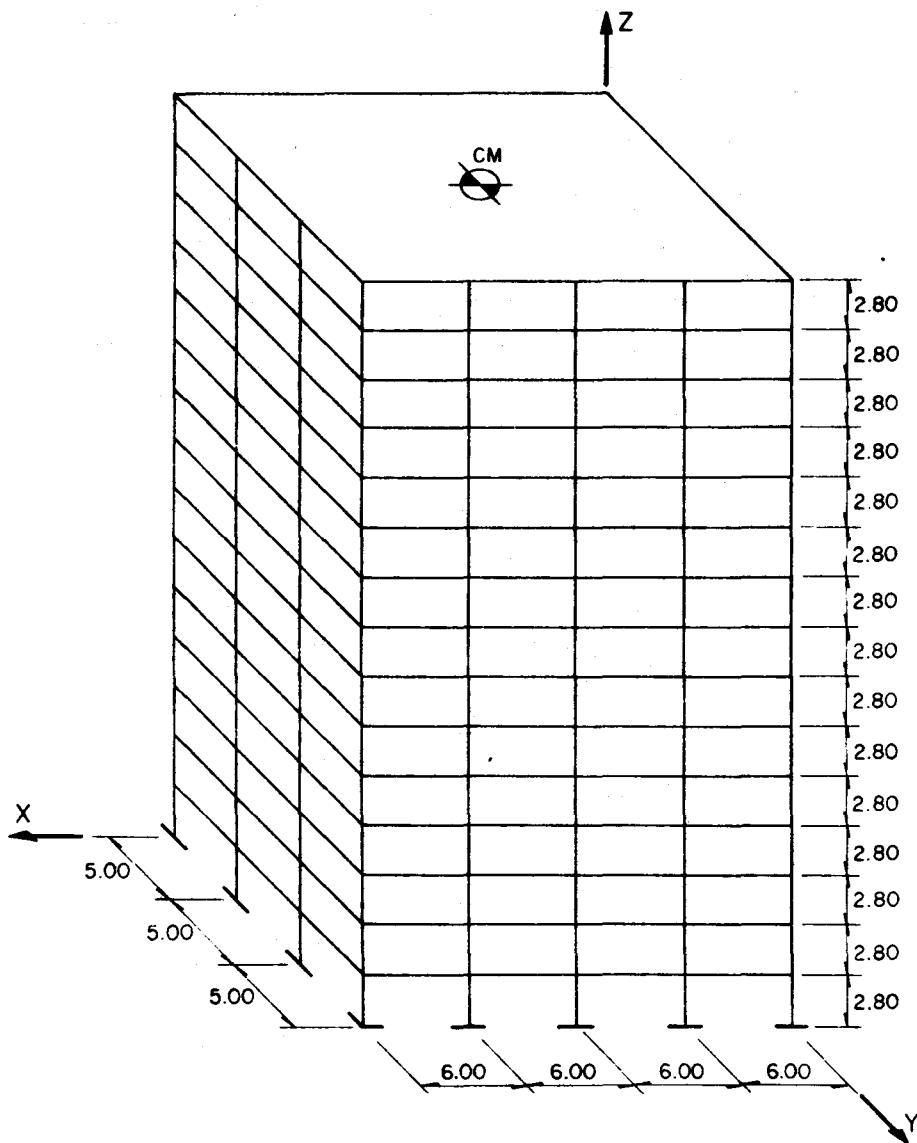


Fig 2.1 Representación esquemática de un edificio

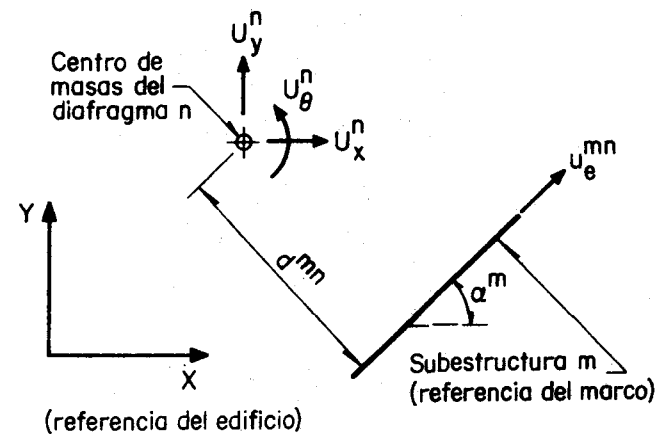


Fig 2.2 Elementos para establecer la contribución de una subestructura, m , en el equilibrio del diafragma, n , del edificio

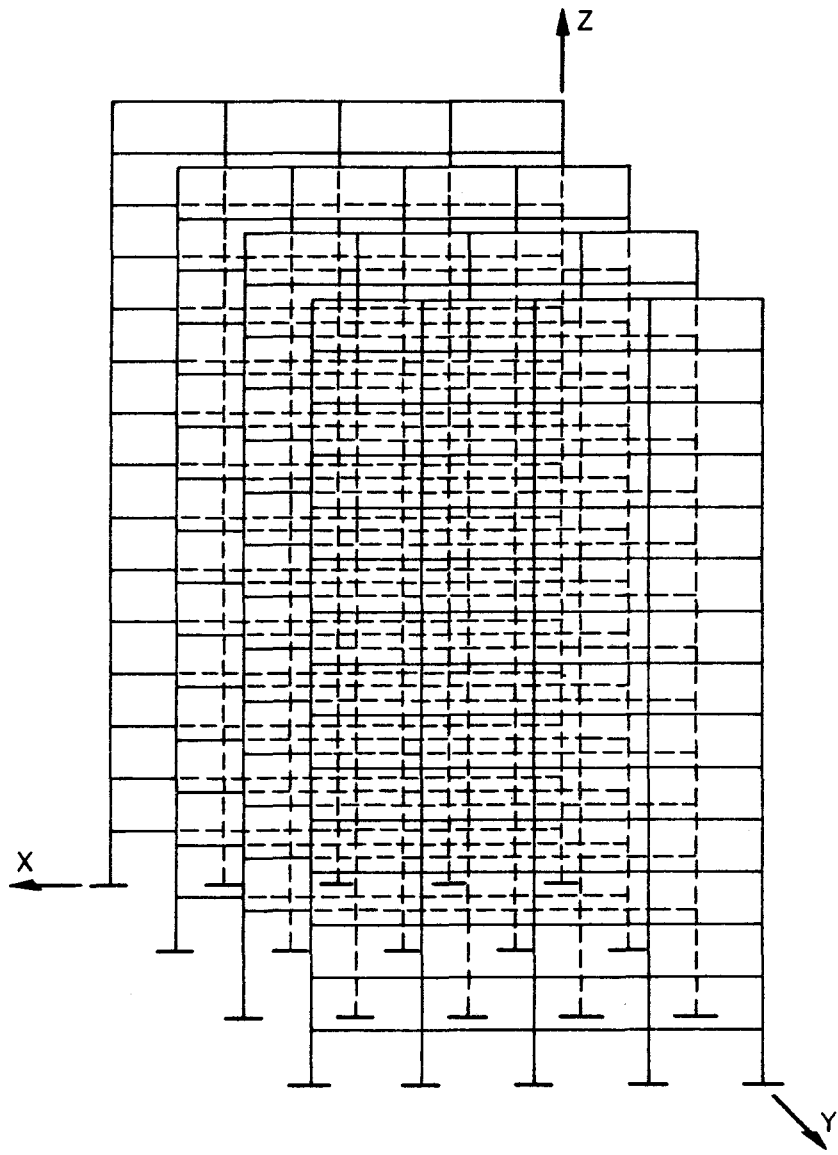


Fig 2.3 Idealización del edificio en marcos planos contenidos en planos paralelos al XZ

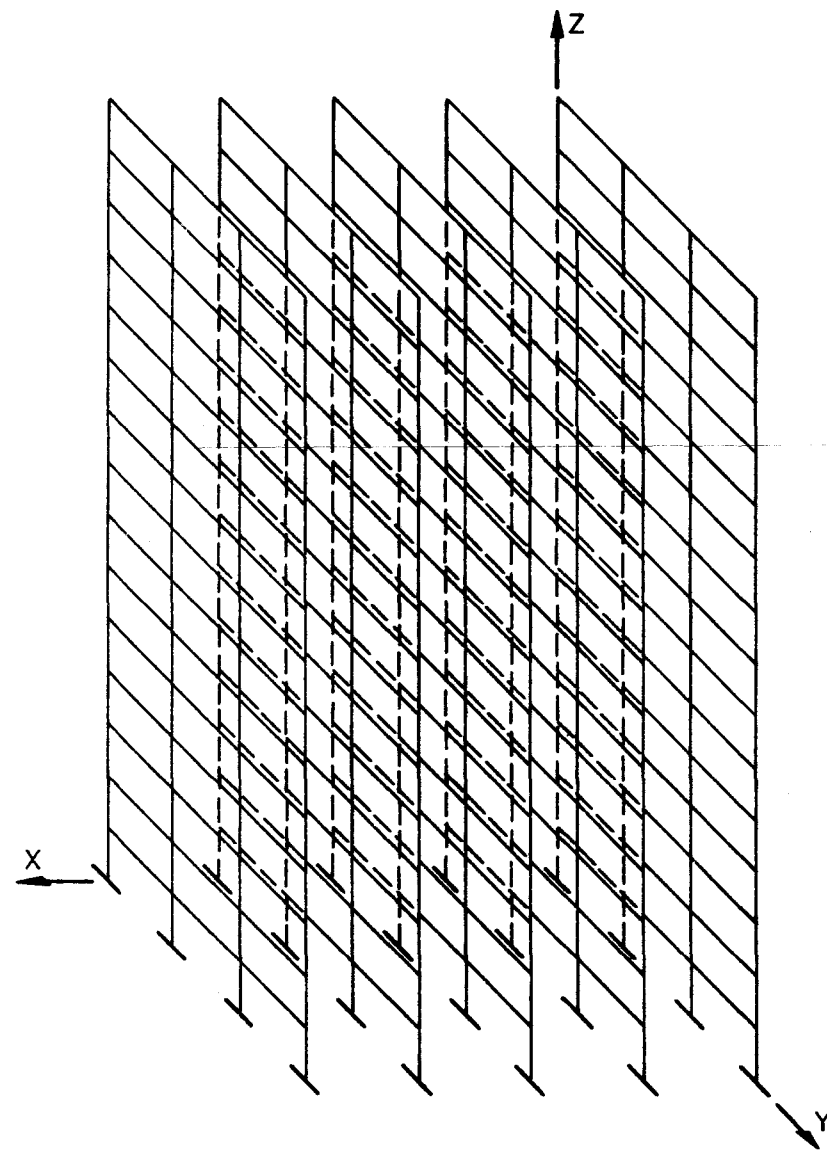


Fig 2.4 Idealización del edificio en marcos planos contenidos en planos paralelos al YZ

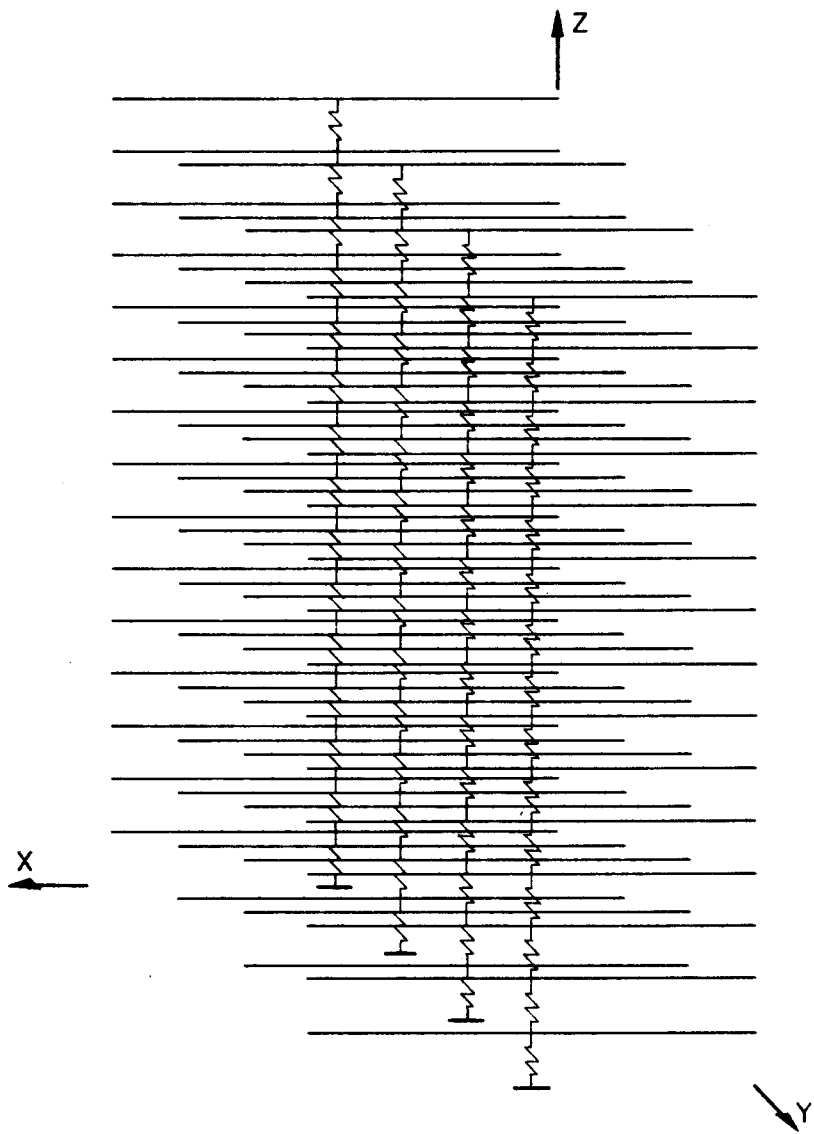


Fig 2.5 Idealización del edificio mediante las rigideces de entrepiso de marcos planos contenidos en planos paralelos al XZ

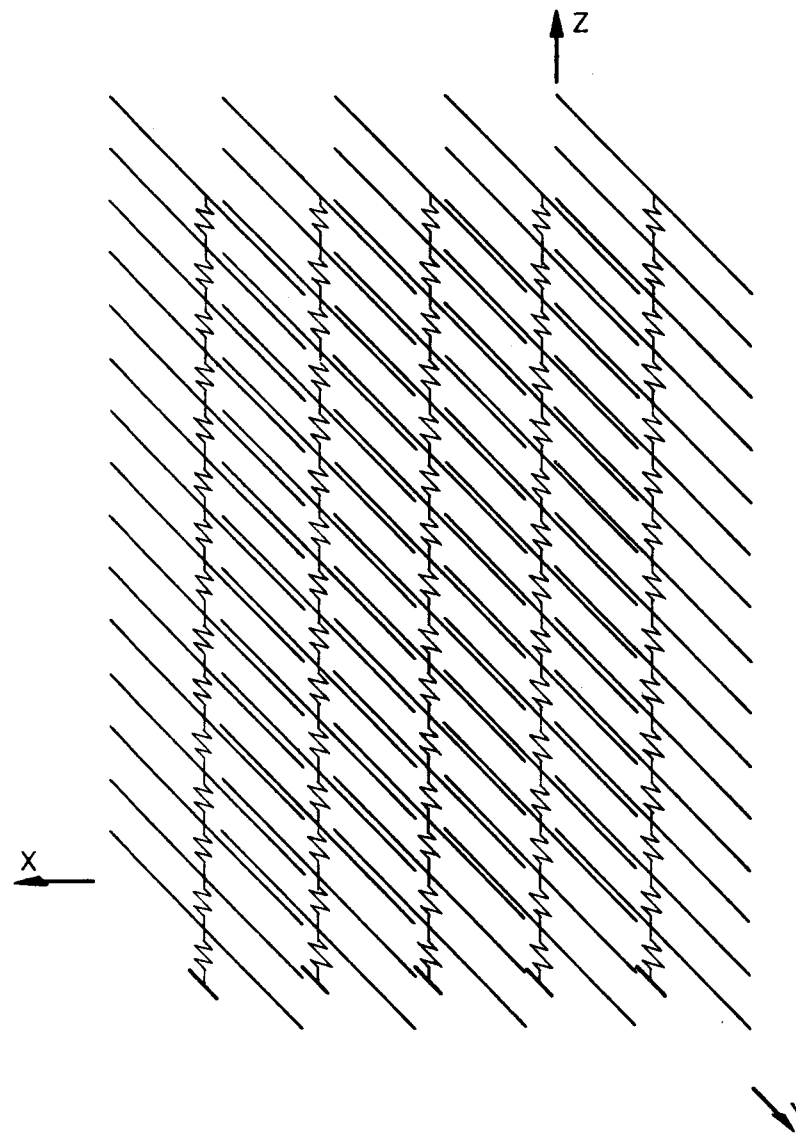


Fig 2.6 Idealización del edificio mediante las rigideces de entrepiso de marcos planos contenidos en planos paralelos al YZ

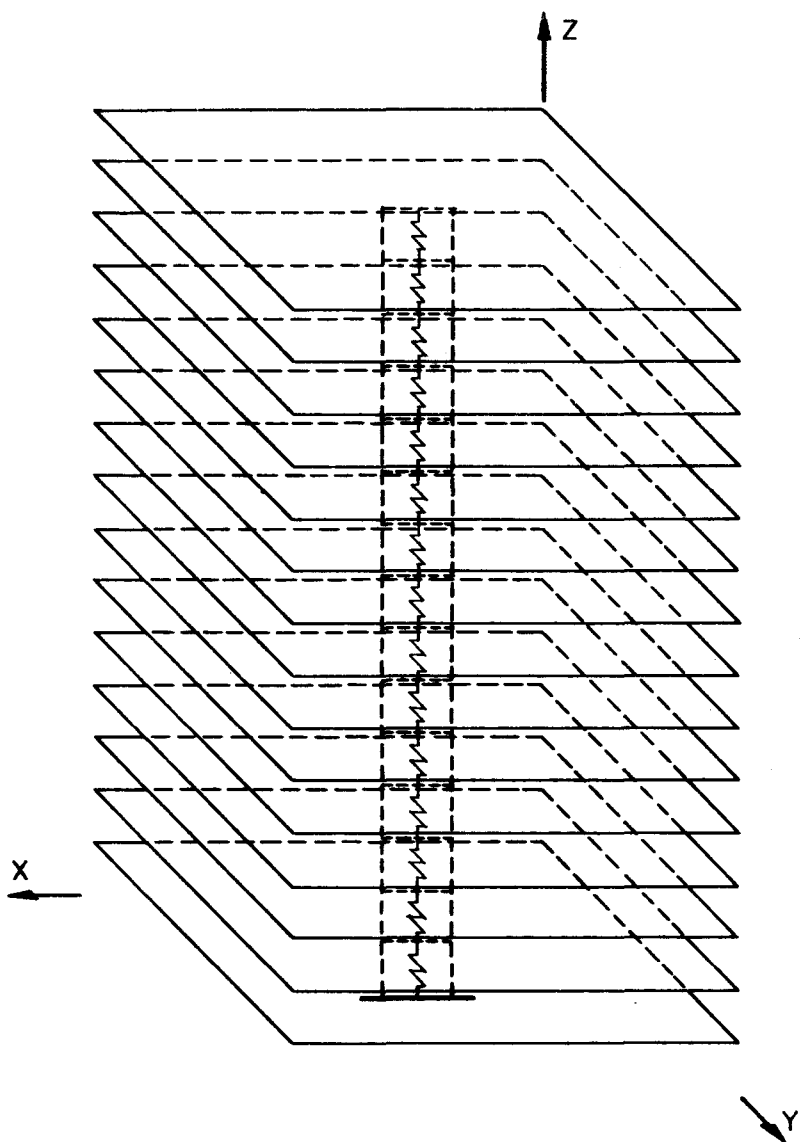


Fig 2.7 Idealización del edificio mediante la superposición de las rigideces de entrepiso de los marcos planos contenidos en planos paralelos al XZ

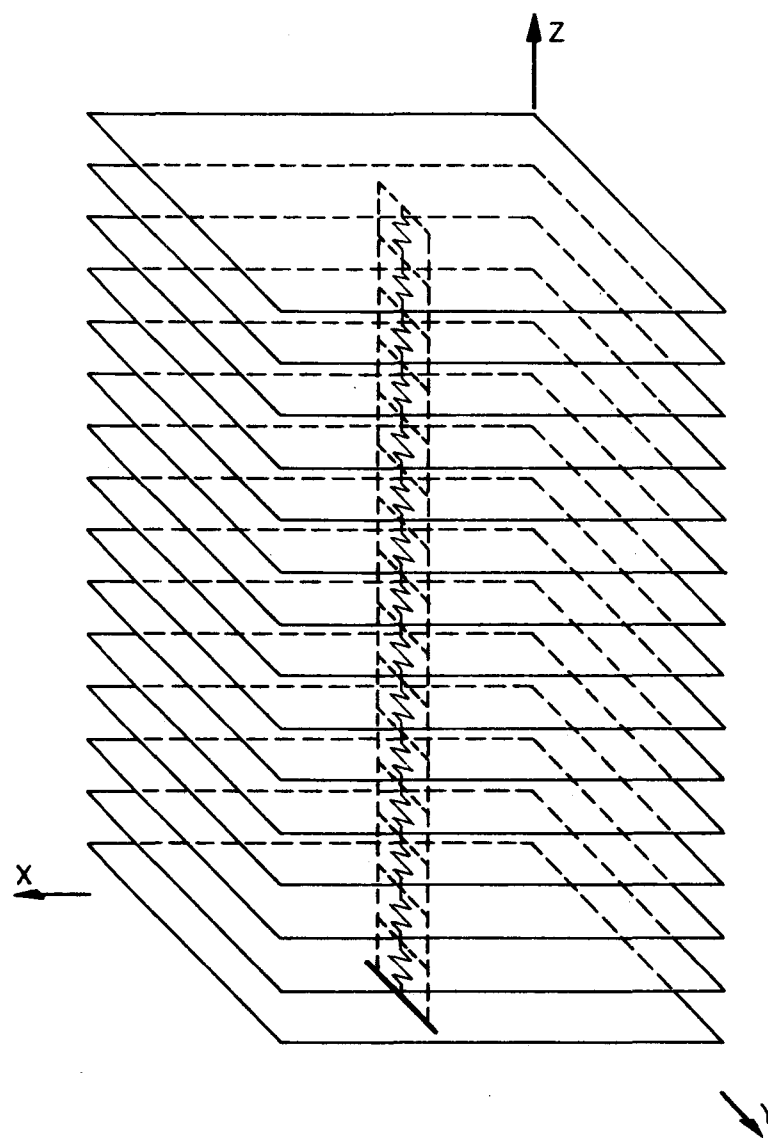


Fig 2.8 Idealización del edificio mediante la superposición de las rigideces de entrepiso de los marcos planos contenidos en planos paralelos al YZ

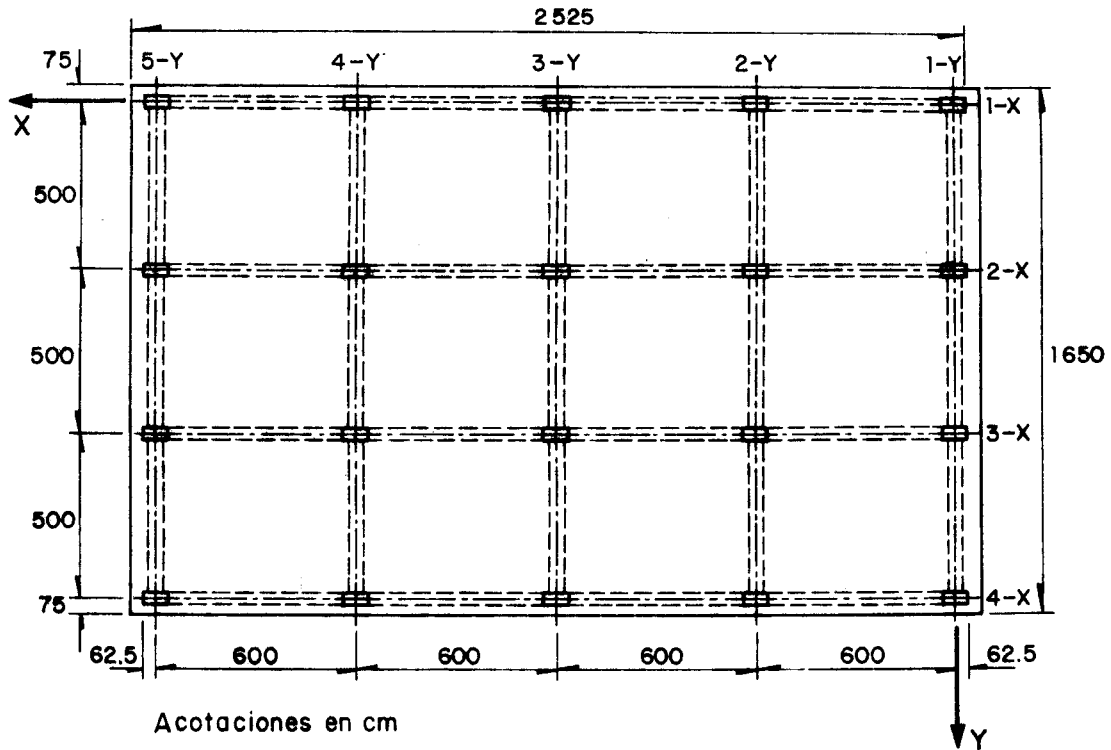
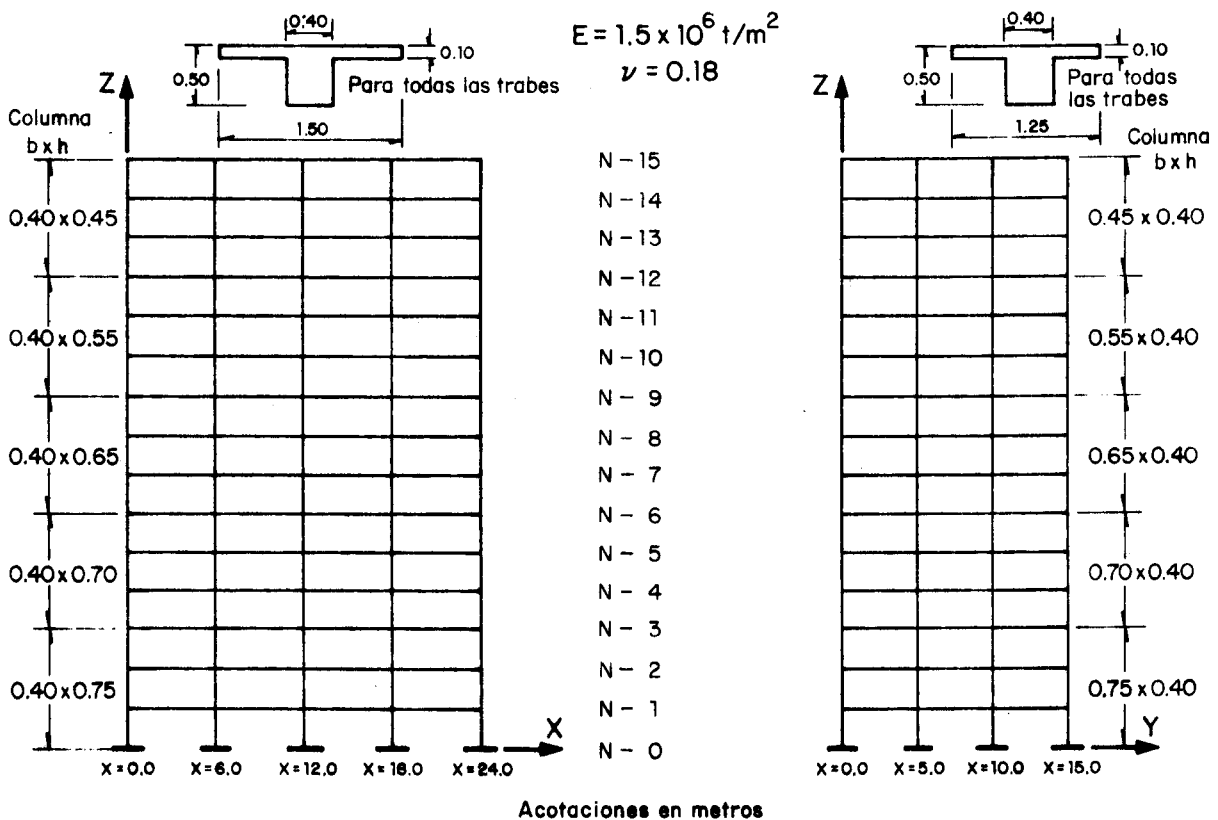


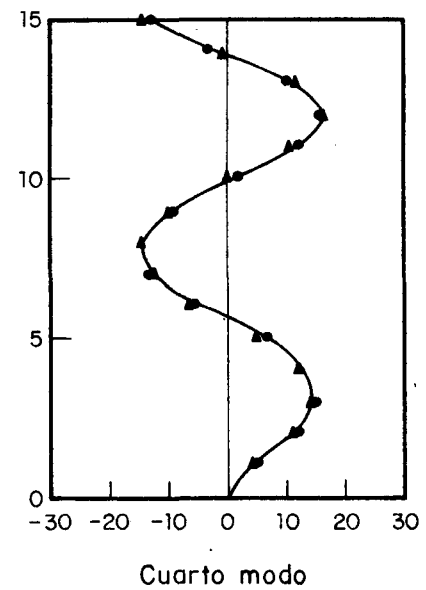
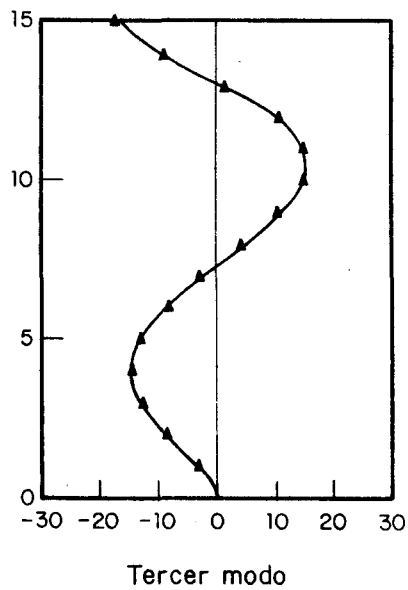
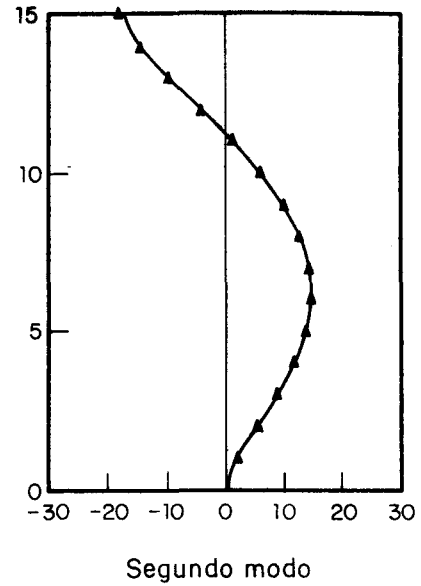
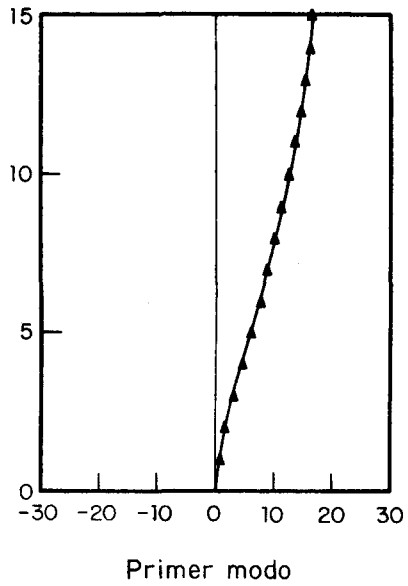
Fig 3.1 Planta del edificio



a) Marcos paralelos al plano X-Z (1-X, 2-X, 3-X, 4-X)

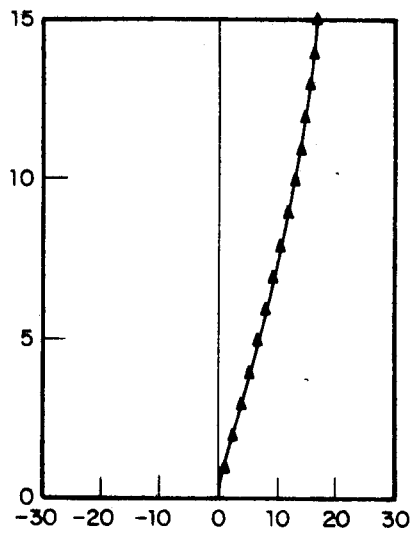
b) Marcos paralelos al plano Y-Z (1-Y, 2-Y, 3-Y, 4-Y, 5-Y)

Fig 3.2 Elevación de los marcos del edificio

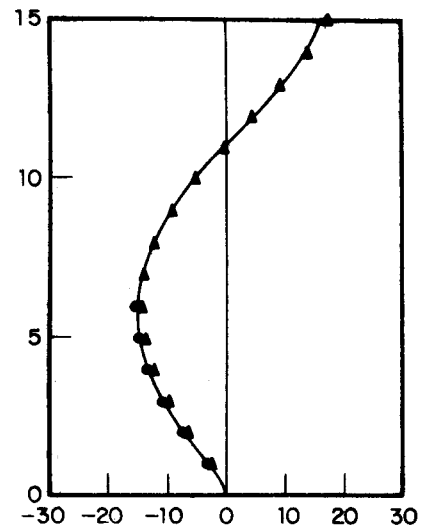


- Modelo tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos
- Modelo tridimensional construido con las rigideces de entrepiso de marcos planos
- ▲ Modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos

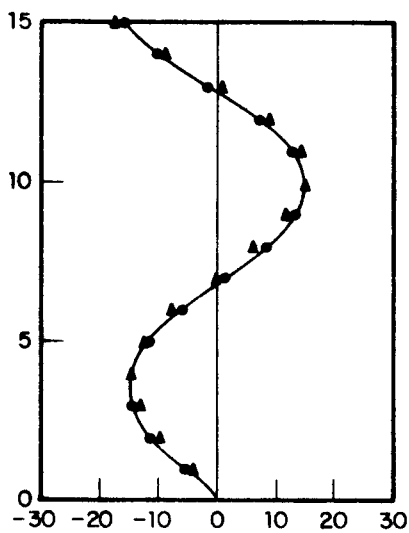
Fig 3.3 Comparación de las configuraciones naturales de vibración en el plano XZ



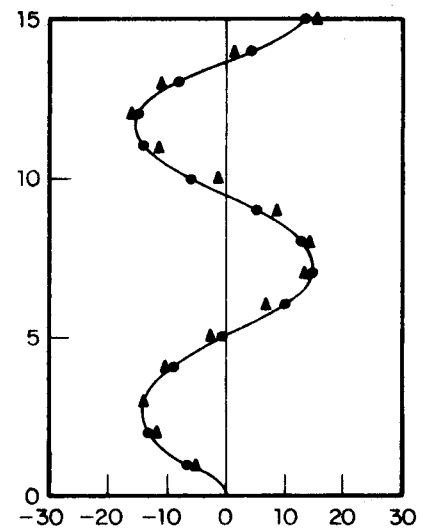
Primer modo



Segundo modo



Tercer modo



Cuarto modo

- Modelo tridimensional formado con subestructuras a base de marcos planos
- Modelo tridimensional construido con las rigideces de entrepiso de marcos planos
- ▲ Modelo unidimensional formado con las rigideces de entrepiso de marcos planos

Fig 3.4 Comparación de las configuraciones naturales de vibración en el plano YZ