

# INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA CONSIDERANDO LA FLEXIBILIDAD DEL SUELO Y EL DESPRENDIMIENTO PARCIAL DE LA CIMENTACIÓN

*Juan C. Botero Palacio<sup>1</sup> y David Murià Vila<sup>2</sup>*

## RESUMEN

Se estudia el desprendimiento parcial de la cimentación de edificios desplantados en suelo blando. Se desarrolla un modelo analítico que toma en cuenta la dependencia de la rigidez dinámica con la frecuencia de excitación y su reducción asociada a la pérdida del área de contacto, la distribución de fuerzas de contacto en la base, la variación de la inercia rotacional al cambiar el centro de rigidez de la cimentación, y los movimientos de traslación horizontal. Estos aspectos no han sido considerados en modelos anteriores. Se comparan los resultados obtenidos con el modelo propuesto y con el modelo de Winkler.

## ABSTRACT

The effects of foundation uplift in buildings on soft soils are studied. The analytical model developed in this work considers: (1) the vibration frequency dependence of the dynamic stiffness and the reduction associated with the loss of the contact area, (2) the distribution of contact forces along the base, (3) the variation of the rotational inertia with the center of stiffness of foundation, and (4) the horizontal move. These aspects had not been considered in previous models. Results of the proposed model and the Winkler model are compared.

---

Artículo recibido el 24 de junio de 1999 y aprobado para su publicación el 12 de mayo de 2000. Se aceptarán comentarios y/o discusiones al artículo hasta cinco meses después de su publicación.

<sup>1</sup> Instituto de Ingeniería, UNAM  
Actualmente profesor de la Universidad EAFIT  
Apartado Aéreo 3300  
Medellín, Colombia  
e-mail: [jcbotero@eafit.edu.co](mailto:jcbotero@eafit.edu.co)

<sup>2</sup> Investigador Instituto de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria, Apartado Postal 70-472  
Coyoacán, 04510, México D. F.  
e-mail: [dmv@pumas.iingen.unam.mx](mailto:dmv@pumas.iingen.unam.mx)

## 1. INTRODUCCIÓN

Para calcular la respuesta de un edificio sometido a cualquier excitación, es necesario evaluar la importancia de los efectos de interacción suelo-estructura (ISE) debidos a la flexibilidad del suelo. Para este caso existe un gran número de investigaciones que permiten modelar dicho efecto. Sin embargo, cuando una estructura es sometida a una excitación, se genera un momento de volteo en la base que puede ser mayor que el momento resistente de la cimentación y generar el desprendimiento parcial.

Existen evidencias que permiten afirmar que el desprendimiento parcial de la cimentación se ha presentado en algunas estructuras ante sismos intensos, como los de Arvin Tehachapi en 1952, Alaska en 1964, Valle Imperial en 1979 (Psycharis, 1982). También hay informes que señalan efectos de desprendimiento en estructuras que han sido instrumentadas en su cimentación (Ganev *et al.*, 1995).

Una de las primeras investigaciones que tomó en cuenta la pérdida de contacto parcial con el suelo fue presentada por Housner (1963) quien estudió el comportamiento dinámico de bloques rígidos e hizo notar los posibles efectos benéficos cuando ocurre dicho efecto. Posteriormente, Weissmann (1972) presentó un procedimiento para calcular el giro necesario para el inicio el desprendimiento. Este estudio compara los valores del giro crítico obtenidos mediante el empleo de una fundación apoyada sobre un semi-espacio y otra apoyada en un medio de Winkler.

Meek (1975) realizó una investigación sobre los efectos de desprendimiento, en estructuras flexibles no amortiguadas apoyadas en suelos rígidos. Estas estructuras fueron modeladas mediante un oscilador de un grado de libertad. Los resultados indican que se obtienen reducciones importantes en las deformaciones de entrepiso, respecto a las que presentaría la misma estructura cuando no se considera dicho efecto.

Pruebas de marcos de acero con columnas realizadas en una mesa vibradora (Huckelbridge y Clough, 1978) para estudiar el efecto de desprendimiento de la base, mostraron que al ocurrir este efecto, se produjo una reducción en los daños respecto a los presentados por una estructura similar, a la cual se le impidió el desprendimiento.

El primer modelo que toma en cuenta la flexibilidad del suelo y el desprendimiento de la cimentación, es conocido como el modelo de dos resortes que representa los efectos ISE. Psycharis (1982) desarrolló expresiones mediante procedimientos energéticos, para evaluar el comportamiento de estructuras rígidas, y estructuras flexibles de uno y varios grados de libertad, cuando ocurre el desprendimiento. También planteó un modelo más complejo que representa la flexibilidad del suelo, es conocido como el modelo de Winkler, el cual emplea una distribución uniforme de fuerzas de contacto. Los resultados obtenidos con los anteriores modelos indican la ocurrencia de reducciones importantes en las deformaciones de entrepiso.

Posteriormente, Yim y Chopra (1983) demostraron que los efectos benéficos que se pueden presentar en estructuras apoyadas en suelo flexible susceptibles al desprendimiento, dependen de los parámetros del sistema y de las características de la excitación.

Los modelos anteriores no toman en cuenta: la dependencia de la rigidez y el amortiguamiento suelo-estructura con la frecuencia de excitación y su reducción asociada a la pérdida del área de contacto, la distribución real de fuerzas de contacto en la base y la variación de la inercia rotacional al ir cambiando el centro de rotación.

En esta investigación se pretende estudiar el comportamiento estructural de edificios, mediante un modelo analítico que permita evaluar la importancia de los efectos inerciales de interacción suelo-estructura debidos a la flexibilidad del suelo y al desprendimiento parcial de su cimentación, en la respuesta estructural. En dicho modelo se tomará en cuenta la distribución de fuerzas de contacto en la base. También se considerarán las variaciones de las rigideces y amortiguamientos dinámicos asociados a los efectos ISE en función de la reducción del área de contacto y de la frecuencia de excitación. Se evaluarán los términos de acoplamiento entre el movimiento de cabeceo y vertical. Además, se incluirán los cambios del eje de rotación de la cimentación y de su inercia rotacional ocasionados por la pérdida paulatina de rigidez y amortiguamiento asociada a dichos efectos. El modelo propuesto desprecia los efectos cinemáticos de interacción suelo-estructura.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO PROPUESTO

El modelo que se propone consiste en un oscilador simple en el cual se colocan resortes y amortiguadores a lo largo de una base infinitamente rígida, con el objeto de modelar los efectos ISE. El sistema estudiado se muestra en la fig 2.1, donde  $m_e$  es la masa equivalente de la superestructura asociada al modo fundamental de vibración,  $m_c$  es la masa de la cimentación,  $H_e$  es la altura equivalente de la estructura medida de la base de la cimentación

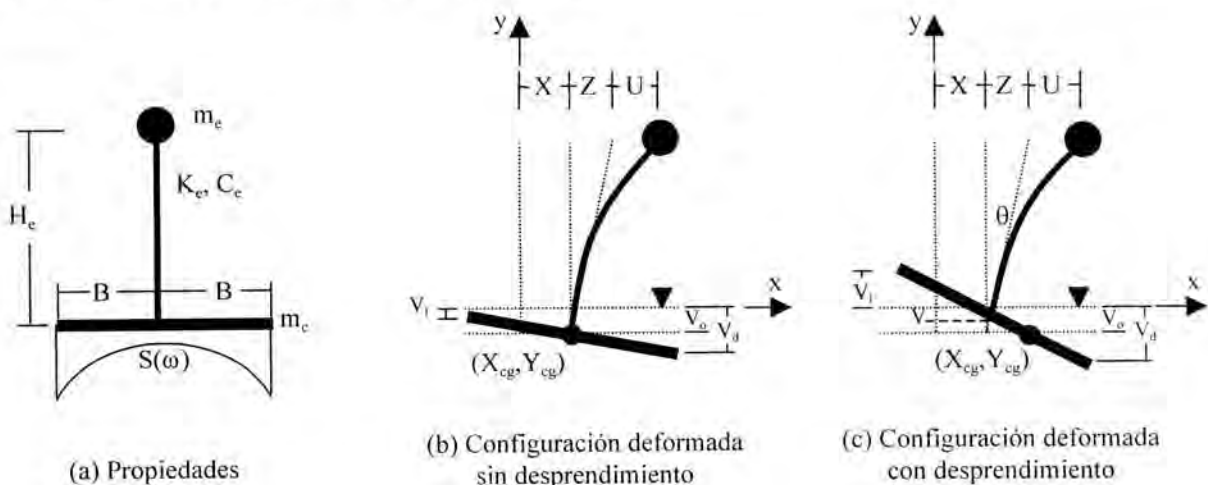


Fig 2.1 Modelo propuesto

al centro de gravedad de la primera forma modal, B y L son las mitades de la dimensión menor y mayor de la cimentación rectangular, respectivamente.  $K_e$  es la rigidez y  $C_e$  el amortiguamiento de la estructura, y  $S(\omega)$  es la función de impedancia del sistema suelo-cimentación para excitaciones armónicas con frecuencia circular  $\omega$ .

La configuración deformada está definida por la deformación de la estructura U, el desplazamiento de traslación horizontal X, el desplazamiento de  $m_c$  debido al cabeceo Z, y el desplazamiento vertical del centro de la cimentación V. Conocidos estos valores y la posición del centro de rigidez ( $X_{cg}$ ,  $Y_{cg}$ ) de la cimentación, se pueden definir los desplazamientos verticales del extremo derecho  $V_d$  y del extremo izquierdo  $V_i$ .

La ecuación dinámica del movimiento que considera los efectos P- $\Delta$  es:

$$[M]\{P\} + [C]\{P\} + [K]\{P\} = \{R\} \quad (2.1)$$

$R$  es el vector de excitación y M, C y K son las matrices simétricas de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente:

$$\{R\}^T = \{R_u, R_x, R_z, R_v\} \quad (2.2)$$

$$\{P\}^T = \{U, X, Z, V\} \quad (2.3)$$

$$R_u = -m_e X_g + m_c (g + Y_g + V) \left( \frac{U + Z}{H_e} \right) \quad (2.4)$$

$$R_x = -(m_e + m_c) X_g \quad (2.5)$$

$$R_z = - \left( \frac{m_e H_e + m_c D/2}{H_e} \right) X_g + m_c (g + Y_g + V) \left( \frac{U + Z}{H_e} \right) \quad (2.6)$$

$$R_v = -(m_e + m_c) (g + Y_g) \quad (2.7)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_e & m_e & m_e & 0 \\ m_e & m_e + m_c & \frac{m_e H_e + m_c D/2}{H_e} & 0 \\ m_e & \frac{m_e H_e + m_c D/2}{H_e} & \frac{m_e H_e^2 + J_c}{H_e^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_e + m_c \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{xx}^* & C_{xc}^*/H_e & 0 \\ 0 & C_{cx}^*/H_e & C_{cc}^*/H_e^2 & -C_{cv}^*/H_e \\ 0 & 0 & -C_{vc}^*/H_e & C_{vv}^* \end{bmatrix} \dots (2.9)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{xx}^* & K_{xc}^*/H_e & 0 \\ 0 & K_{cx}^*/H_e & K_{cc}^*/H_e^2 & -K_{cv}^*/H_e \\ 0 & 0 & -K_{vc}^*/H_e & K_{vv}^* \end{bmatrix} \dots (2.10)$$

Donde:  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $\ddot{X}_g$  es el componente horizontal de la aceleración,  $\ddot{Y}_g$  es la aceleración vertical, la cual no se tomará en cuenta en los siguientes análisis, ya que se determinó su poca influencia en la respuesta del sistema (Botero y Murià, 1999).  $D$  es la altura del cajón de cimentación (igual a cero para cimentaciones superficiales),  $J_c$  es el momento de inercia de la cimentación,  $C_{ij}^*$  y  $K_{ij}^*$  son los valores de amortiguamiento y rigidez asociados a los efectos ISE, respectivamente. Los subíndices  $i$  y  $j$ , representan los diferentes componentes del movimiento ( $x$  = horizontal,  $c$  = cabeceo y  $v$  = vertical).

**2.1 Condiciones para el inicio del desprendimiento.** Una estructura con peso propio  $P$ , es equilibrada mediante fuerzas de contacto, distribuidas en forma no uniforme a lo largo de la cimentación. El modelo propuesto desprecia el asentamiento producido por los efectos de consolidación del suelo. Cuando se le aplica a la estructura un momento de volteo  $M_{desp}$ , ésta gira respecto a su centro, provocando aumento y reducción de fuerzas a lo largo de su cimentación. Esto implica que el inicio del desprendimiento ocurre cuando la fuerza de contacto resultante en el extremo de la cimentación que se descarga es igual a cero debido a que el suelo no admite esfuerzos de tensión.

Al aumentar el momento de volteo, la base de la cimentación se reduce una longitud  $L_d$  (igual a cero cuando no hay desprendimiento) y la mitad del ancho que permanece en contacto  $B_c$ , será:

$$B_c = B - \frac{L_d}{2} \dots (2.11)$$

**2.2 Evaluación de las rigideces dinámicas de la cimentación.** Cuando una cimentación es sometida a una excitación armónica con frecuencia circular  $\omega$ , la amplitud de la fuerza  $P_o(a_o)$  será igual a la función de impedancia  $S(a_o)$  por su desplazamiento  $U_o(a_o)$ :

$$P_o(a_o) = S(a_o) U_o(a_o) \dots\dots\dots (2.12)$$

$$S(a_o) = K_{ij}^e [k(a_o) + ia_o c(a_o) + i2\zeta_s k(a_o)] \dots\dots\dots (2.13)$$

$$a_o = \frac{\omega B_c}{V_s} \dots\dots\dots (2.14)$$

Donde:  $a_o$  es la frecuencia circular de excitación normalizada,  $V_s$  es la velocidad de las ondas de cortante del suelo y  $\xi_s$  es el amortiguamiento efectivo del sitio. En la ec. 2.13 se aísla el efecto del amortiguamiento material en los factores de rigidez y amortiguamiento dinámico,  $k(a_o)$  y  $c(a_o)$ , respectivamente (Gazetas, 1983). La función de impedancia  $S(a_o)$  es un término complejo que se obtiene al multiplicar la rigidez estática  $K_{ij}^e$ , por los factores de rigidez y amortiguamiento dinámico, y por un factor de normalización  $(1+i2\xi_s)$ . La parte real de  $S(a_o)$  representa la rigidez e inercia del suelo y la imaginaria, el amortiguamiento material por comportamiento histerético y el amortiguamiento geométrico por radiación de ondas. Físicamente representan los resortes y amortiguadores equivalentes del suelo, asociados a los efectos ISE.

$$K_{ij} = K_{ij}^e k(a_o) \dots\dots\dots (2.15)$$

$$C_{ij} = K_{ij}^e \left[ c(a_o) + \frac{2\zeta_s k(a_o)}{a_o} \right] \frac{B_c}{V_s} \dots\dots\dots (2.16)$$

Las ees 2.15 y 2.16 permiten evaluar las rigideces y amortiguamientos del sistema suelo-estructura de cualquier cimentación que permanece en contacto total con el suelo, a partir de la rigidez estática y los factores de rigidez y amortiguamiento dinámico. Estos valores dependen de la frecuencia de excitación y de las características de la cimentación.

Debido al efecto no lineal que induce el desprendimiento parcial de la cimentación, se emplea una solución aproximada del problema, para el cálculo de la frecuencia circular de excitación  $\omega$ . Si el modelo es sometido a una excitación armónica, las rigideces y amortiguamientos del sistema, se calculan con la frecuencia de la señal, pero si la excitación es sísmica, las constantes de los resortes y amortiguadores se obtienen con la frecuencia del sistema (Muria-Vila *et al*, 1993) la cual se calcula mediante un proceso iterativo (CFE, 1993).

**2.3 Evaluación de las rigideces y amortiguamientos verticales y de cabeceo cuando ocurre el desprendimiento.** En el inciso 2.1 se estableció el criterio para determinar el inicio del desprendimiento, el cual esta asociado a un momento  $M_{desp}$ . Cuando la cimentación de una estructura es sometida a un momento  $M$  mayor que  $M_{desp}$ , la cimentación comienza a perder contacto con el suelo en uno de sus extremos, ocasionando una

reducción del área de contacto, lo cual produce una redistribución de fuerzas en la base, una reducción de las rigideces y amortiguamientos asociados a los efectos ISE, y una variación del centro de rotación de la cimentación.

Esto implica que es necesario evaluar estas rigideces y amortiguamientos para una cimentación que se desprende parcialmente una longitud  $L_d$ , las cuales no se pueden obtener directamente con las expresiones propuestas en la literatura, ya que éstas corresponden a cimentaciones que presentan un contacto total con el suelo.

Sin embargo, debido a que la base es infinitamente rígida, la distribución de fuerzas ocasionadas por la fuerza  $P$  y el momento  $M_o$  (fig 2.2) en la superficie de contacto en una cimentación desprendida, es igual a la que presenta otra cimentación de ancho igual a  $2B_c$  (ec 2.11), cuando inicia el desprendimiento. Por tal motivo, se propone calcular las rigideces y amortiguamientos de una cimentación desprendida (fig 2.2), mediante el traspaso de fuerzas al sistema global de coordenadas, a partir de las que presenta otra cimentación ( $K_{cc}$  y  $K_{vv}$ ) de ancho igual a  $2B_c$ , pero bajo la condición de que está iniciando el desprendimiento (cimentación equivalente). Los valores de  $K_{cc}$  y  $K_{vv}$  si se pueden calcular directamente con las expresiones propuestas en la literatura, ya que la cimentación equivalente, aún está en contacto total con el suelo.

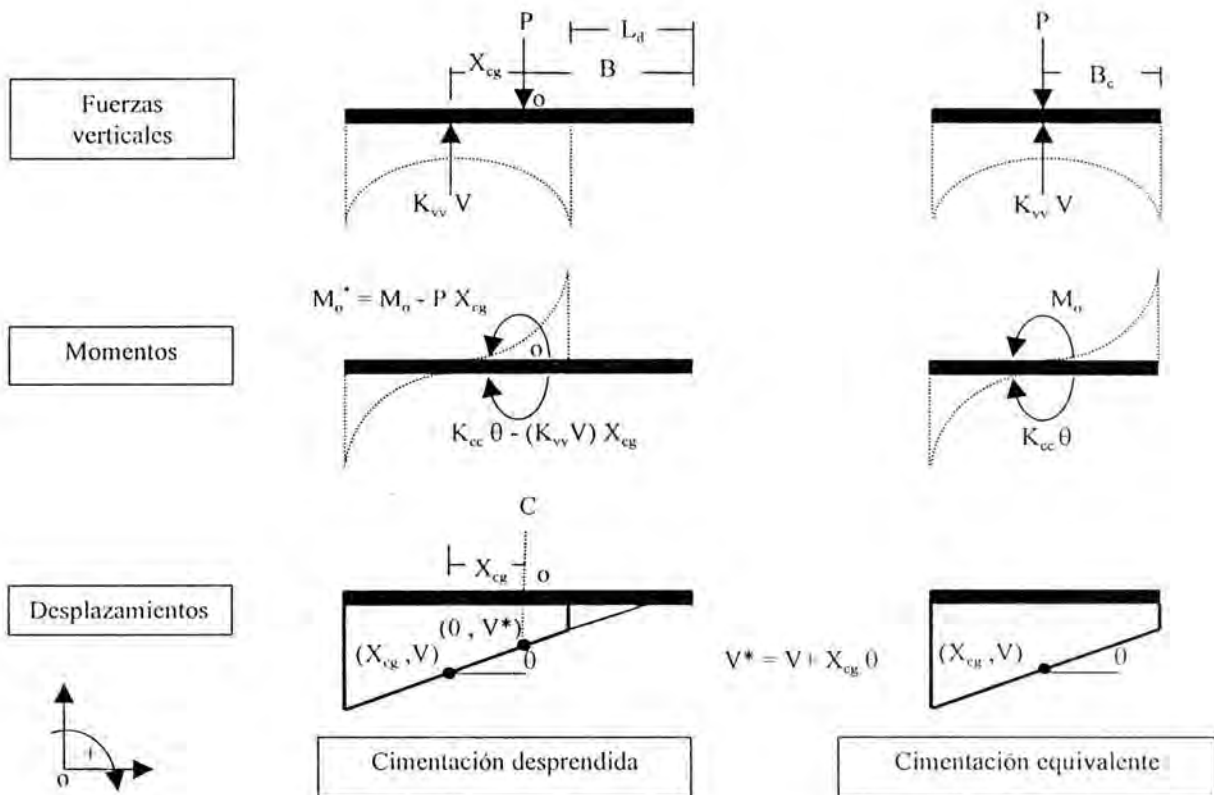


Fig 2.2 Relación entre la cimentación desprendida y una equivalente

Es importante mencionar que las fuerzas horizontales del sistema desprendido, no sufren ninguna variación, respecto al sistema de cimentación equivalente. Esto implica que la rigidez horizontal  $K_{xx}$ , que se calcula mediante las expresiones definidas en la literatura, debe ser igual a la rigidez  $K_{xx}^*$  del sistema con desprendimiento.

Para lograr igualdad de condiciones es necesario tener en cuenta que la fuerza  $P$ , y la rigidez vertical  $K_{vv}$ , son iguales en ambos casos. Esto significa que el desplazamiento en la mitad de la base de la cimentación desprendida, es igual al desplazamiento en el centro de la cimentación equivalente. Además, el momento  $M$  que desprende parcialmente la cimentación una longitud  $L_d$ , es mayor que el necesario para que la cimentación equivalente inicie su desprendimiento ( $M_o$ ), pero para obtener igualdad de condiciones, el giro  $\theta$ , en ambos casos debe ser igual. Esto implica que sus rigideces de cabeceo deben ser diferentes.

Con base en los criterios anteriores, se realizará la deducción matemática de las rigideces para una cimentación parcialmente desprendida, despreciando inicialmente las fuerzas viscosas, ya que estas se pueden obtener en forma similar a las elásticas.

Al utilizar los diagramas de cuerpo libre para la cimentación desprendida de la fig 2.2, es posible definir:

$$P = K_{vv} V \dots\dots\dots (2.17)$$

$$M_o^* = K_{cc} \theta - K_{vv} X_{cg} V \dots\dots\dots (2.18)$$

Donde:

$$M_o^* = M_o - P X_{cg} \dots\dots\dots (2.19)$$

$$V = V^* - X_{cg} \theta \dots\dots\dots (2.20)$$

Teniendo en cuenta que interesa conocer el desplazamiento vertical en el centro de la cimentación desprendida  $V^*$ , sustituimos la ec 2.20 en las ecs 2.17 y 2.18:

$$P = -K_{vv} X_{cg} \theta + K_{vv} V^* \dots\dots\dots (2.21)$$

$$M_o^* = K_{cc} \theta + K_{vv} X_{cg}^2 \theta - K_{vv} X_{cg} V^* \dots\dots\dots (2.22)$$

De las expresiones 2.21 y 2.22, es posible obtener:

$$K_{cc}^* = K_{cc} + K_{vv} X_{cg}^2 \dots\dots\dots (2.23)$$

$$K_{cv}^* = -K_{vv} X_{cg} \dots\dots\dots (2.24)$$

$$K_{vv}^* = K_{vv} \dots\dots\dots (2.25)$$



$$X_{cg} = \pm \frac{L_d}{2} \dots\dots\dots (2.26)$$

Los valores de  $K_{cc}^*$ ,  $K_{cv}^*$  y  $K_{vv}^*$ , representan las rigideces asociadas a los efectos ISE correspondientes a los componentes de cabeceo, acoplamiento y vertical, respectivamente, de una cimentación parcialmente desprendida, y  $X_{cg}$  es la distancia entre el centro de giro de la cimentación y la mitad de la base.

Por analogía de las ecs 2.23 a la 2.25, se pueden definir los amortiguamientos:

$$C_{cc}^* = C_{cc} + C_{vv} X_{cg}^2 \dots\dots\dots (2.27)$$

$$C_{cv}^* = -C_{vv} X_{cg} \dots\dots\dots (2.28)$$

$$C_{vv}^* = C_{vv} \dots\dots\dots (2.29)$$

Los valores de  $C_{cc}^*$ ,  $C_{cv}^*$  y  $C_{vv}^*$ , representan los amortiguamientos correspondientes a los componentes de cabeceo, acoplamiento y vertical, respectivamente, de una cimentación parcialmente desprendida.

Las anteriores expresiones permiten calcular las rigideces y amortiguamientos asociados a los efectos ISE de una estructura que pierde contacto parcial con el suelo, a partir de una cimentación equivalente. Además, es posible calcular la rigidez y el amortiguamiento de acoplamiento entre el movimiento vertical y el de cabeceo, en cada instante en el cual la cimentación permanece desprendida.

### 3. DISTRIBUCIÓN DE FUERZAS DE CONTACTO EN LA CIMENTACIÓN

Una ley de distribución de rigideces y amortiguamientos a lo largo de la cimentación que considera el efecto de desprendimiento parcial de ésta, el cual fue propuesto por Psycharis (1982) y es conocido como el modelo de Winkler. Este modelo consiste en un oscilador de un grado de libertad, con base infinitamente rígida, apoyado sobre resortes y amortiguadores verticales, uniformemente distribuidos, con rigidez  $K_w$ , y amortiguamiento  $C_w$ . Estableciendo un equilibrio estático para una cimentación rígida, se obtienen las rigideces de cabeceo  $K_{cc}$ , acoplamiento  $K_{cv}$  y vertical  $K_{vv}$  (fig 3.1).

Sin embargo, una distribución de rigidez y amortiguamiento uniforme, no corresponde a la que se presenta en una cimentación rígida apoyada en suelo blando, por lo tanto, los valores de  $K_{cc}$ ,  $K_{cv}$  y  $K_{vv}$ , resultan ser diferentes a las rigideces ISE propuestas en la literatura. Por tal motivo fue necesario asumir una distribución no uniforme de fuerzas de contacto, conservando la hipótesis de que la cimentación es infinitamente rígida, por lo cual, los desplazamientos verticales de la cimentación son lineales. Al utilizar una distribución de fuerzas de contacto, es posible calcular el instante en que se inicia el desprendimiento de la

cimentación y obtener mediante equilibrio, la rigidez de cabeceo y de acoplamiento entre los componentes vertical y de cabeceo del sistema suelo-cimentación con desprendimiento.

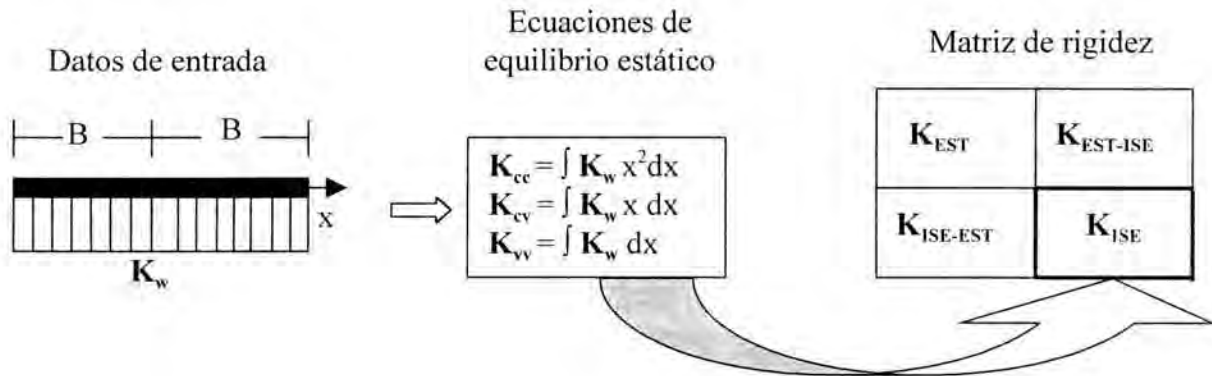


Fig 3.1 Modelo de Winkler

**3.1 Distribuciones de fuerzas de contacto en la cimentación.** La mayoría de las soluciones disponibles en la literatura para suelos blandos, se refieren a cimentaciones sometidas a la acción de vibraciones estacionarias, las cuales se han obtenido suponiendo que la distribución de esfuerzos de contacto corresponde a cargas estáticas, independientes de la frecuencia de excitación. En realidad, la distribución de esfuerzos de contacto, sí depende de la frecuencia (Elorduy, 1967; Kobori, 1962). Sin embargo, la comparación de soluciones exactas con soluciones basadas en la distribución para condiciones estáticas, resultan ser satisfactorias hasta frecuencias un poco mayores que la de resonancia (Newmark y Rosenblueth, 1971).

Debido a la no-linealidad del problema de desprendimiento, se utilizó como aproximación, la frecuencia de excitación igual a la de resonancia para el cálculo de las rigideces ISE dinámicas. Por tal motivo, es posible utilizar distribuciones de fuerzas de contacto obtenidas bajo condiciones estáticas, teniendo en cuenta que las frecuencias bajas rigen la respuesta estructural de un sistema con efectos ISE, y las frecuencias mayores, correspondientes a los modos superiores, no se ven afectadas por los efectos ISE, siempre y cuando, el modo fundamental se aproxime a una línea recta (Bielak, 1969).

Con base en lo anterior, se utilizará una distribución estática de fuerzas de contacto (fig 3.2), donde  $P$  y  $M$ , son la fuerza vertical y el momento que transmite la estructura a la cimentación,  $F_{vi}$  y  $F_{ci}$ , son las fuerzas de contacto en cada punto "i" de la base, y  $f_{vi}$  y  $f_{ci}$  son sus funciones de distribución, respectivamente.  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros de distribución.

Se debe mencionar que al aplicar un momento  $M$ , no se presenta acoplamiento entre los movimientos de cabeceo generados alrededor de los ejes  $x$  y  $y$  (fig 3.2b). Esto se debe a que el análisis del desprendimiento se realiza en estructuras planas.

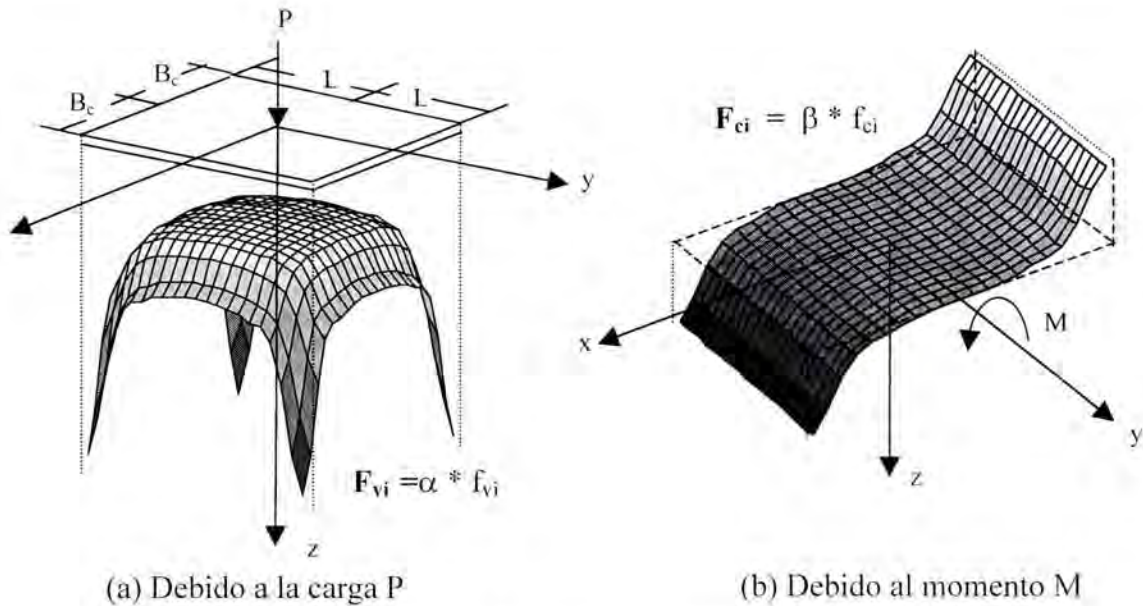


Fig 3.2 Distribución de fuerzas de contacto en la cimentación

Borowicka (1936) y Muskhelishvili (1963) propusieron distribuciones de esfuerzos de contacto para una franja de cimentación rígida apoyada en un semi-espacio infinito, la cual es sometida a una fuerza vertical  $P$  y a un momento  $M$ , respectivamente. La distribución propuesta por Borowicka, es válida para suelos con un coeficiente de Poisson igual a 0.5, mientras que la presentada por Muskhelishvili es válida para diversos tipos de suelo.

Para esta investigación, se utilizarán funciones de distribución de fuerzas de contacto  $F_{vi}$  y  $F_{ci}$ , cuando se aplica una fuerza  $P$  y un momento  $M$ , respectivamente (fig 3.2), las cuales son similares a las obtenidas por Borowicka y por Muskhelishvili ( $\nu=0.5$ ). Esto resulta ser válido si se tiene en cuenta que debido a la rapidez con que actúan las fuerzas sísmicas, el suelo responde bajo una condición no-drenada. Para esta condición específica, el valor del coeficiente de Poisson se puede asumir muy cercano a 0.5 (Bishop y Hight, 1977).

La distribución de fuerzas de contacto  $F_{vi}$  y  $F_{ci}$ , en cada punto  $(x,y)$  se puede definir mediante la siguiente expresión:

$$F_{vi}(x, y) = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{B_c}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{L}\right)^2}} \dots \dots \dots (3.1)$$

$$F_{ci} = \frac{\beta x}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{B_c}\right)^2}} \dots \dots \dots (3.2)$$

Teniendo en cuenta que la integral de  $F_{vi}$  y de  $F_{ci}$ , sobre el área es igual a la fuerza  $P$  y al momento  $M$ , respectivamente, se tiene:

$$P = \int_A F_{vi} dA = \int_{-B}^B \int_{-L}^L \frac{\alpha}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{B_c}\right)^2} \sqrt{1-\left(\frac{y}{L}\right)^2}} dx dy \dots\dots\dots (3.3)$$

$$M = \int_A F_{ci} x dA = \int_{-B}^B \frac{\beta x^2}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{B_c}\right)^2}} (2L dx) \dots\dots\dots (3.4)$$

Se debe tener en cuenta que las funciones  $F_{vi}$  y  $F_{ci}$ , evaluadas en los extremos de la cimentación tienden a un valor infinito, sus integrales resultan ser finitas. Al desarrollar las integrales, es posible obtener el valor de los parámetros de distribución  $\alpha$  y  $\beta$ :

$$\alpha = \frac{P}{B_c L \pi^2} \dots\dots\dots (3.5)$$

$$\beta = \frac{M}{B_c^3 L \pi} \dots\dots\dots (3.6)$$

Al sustituir las ecs 3.5 y 3.6 en las ecs 3.1 y 3.2, se tiene:

$$F_{vi}(x, y) = \frac{P}{B_c L \pi^2 \sqrt{1-\left(\frac{x}{B_c}\right)^2} \sqrt{1-\left(\frac{y}{L}\right)^2}} \dots\dots\dots (3.7)$$

$$F_{ci} = \frac{Mx}{B_c^3 L \pi \sqrt{1-\left(\frac{x}{B_c}\right)^2}} \dots\dots\dots (3.8)$$

Con las ecs 3.7 y 3.8 se pueden obtener las fuerzas de contacto por unidad de área en cada punto de la cimentación, cuando se aplica una carga vertical  $P$  y un momento  $M$ , respectivamente.  $B_c$  corresponde a la mitad de la base en contacto.

En la fig 3.3 se comparan los resultados obtenidos mediante la ec 3.7 y los presentados por Elorduy (1967) para una cimentación rectangular excitada con una señal armónica de frecuencia normalizada  $a_0$  igual a 0.6, teniendo en cuenta que para valores de frecuencias bajas ( $a_0 \leq 0.6$ ), la distribución es similar a la estática. La frecuencia  $a_0$  se define como el producto entre la frecuencia de excitación y el ancho de la base en contacto, dividido por la velocidad de las ondas de corte. Es importante mencionar que para estructuras susceptibles de desprendimiento, los valores típicos de  $a_0$ , son en su mayoría inferiores a 0.6.

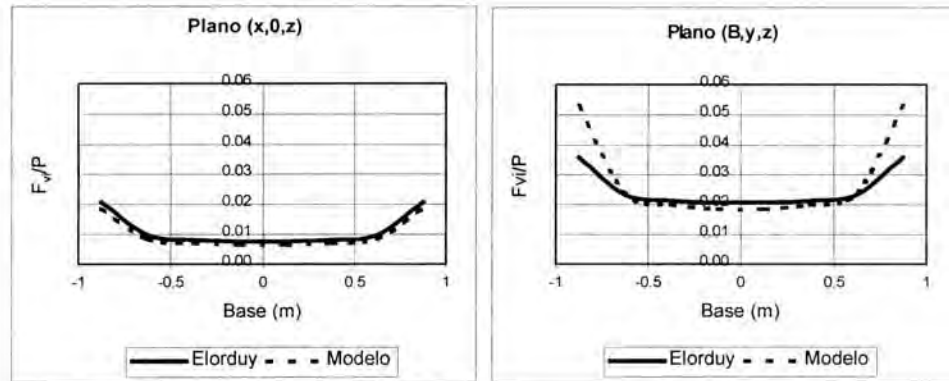


Fig 3.3 Comparación de resultados con los obtenidos por Elorduy (1967)

En la fig 3.3 se puede observar que las distribuciones de fuerzas definidas en el plano que pasa por el centro de la cimentación (plano  $x,0,z$ ), presentan una correlación aceptable. Sin embargo, en las distribuciones obtenidas en el plano de los extremos de la cimentación que es perpendicular al del caso anterior (plano  $B,y,z$ ), presenta diferencias notables. Teniendo en cuenta que interesa resolver el problema del desprendimiento considerando estructuras planas definidas en los planos que pasan por el centro de la cimentación, se puede tomar como válido el procedimiento propuesto.

**3.2 Inicio del desprendimiento.** En el inciso 2.1 se estableció el criterio para evaluar el inicio del desprendimiento, el cual ocurre cuando la resultante de fuerzas de contacto en un extremo es igual a cero. Esto implica que la magnitud de la fuerza  $F_{vi}(x = \pm B)$  es igual a la de  $F_{ci}(x = \pm B)$ . Teniendo en cuenta que interesa analizar el desprendimiento en la dirección  $x$ , y que las distribuciones  $F_{vi}$  y  $F_{ci}$  en la dirección  $y$ , son diferentes, se deben integrar las ecs 3.7 y 3.8 respecto al eje  $y$ , para poder establecer la igualdad de condiciones. Mediante este procedimiento, es posible definir el valor del momento necesario para iniciar el desprendimiento  $M_{desp}$ :

$$M_{desp} = \frac{PB}{2} \dots\dots\dots (3.9)$$

Una vez que se inicia el desprendimiento, es necesario evaluar en cada instante de tiempo, la distancia respecto al centro de la cimentación  $x_i$ , que presenta valores iguales de  $F_{vi}$  y  $F_{ci}$ , con el objeto de establecer la longitud de desprendimiento  $L_d$ :

$$x_i = \frac{P \left( B - \frac{L_{d(i-1)}}{2} \right)^2}{2 \left( M_i - \frac{P L_{d(i-1)}}{2} \right)} \dots\dots\dots (3.10)$$

$$L_{d(i)} = B + \frac{L_{d(i-1)}}{2} - x_i \dots\dots\dots (3.11)$$

Mediante la utilización del anterior procedimiento es posible modelar la distribución de fuerzas resultantes de contacto en la base, la cual es necesaria para determinar el instante en que se inicia el desprendimiento y para evaluar la reducción del área.

**3.3 Descripción del programa de cómputo.** El programa de cómputo desarrollado en esta investigación, calcula paso a paso con el método  $\beta$  de Newmark, la respuesta de una estructura apoyada en suelo blando, representada mediante un oscilador simple. Se comienza con la lectura de las propiedades de la estructura y del suelo, así como las características de la cimentación.

Con estos valores, se calculan las rigideces estáticas,  $K_{ij}^e$  (ec 2.13), y los factores dinámicos de rigidez  $k(a_0)$  y amortiguamiento  $c(a_0)$ , (ec 2.13), los cuales se obtienen utilizando la interpolación de Lagrange y una base de datos. Esta base de datos permite reproducir las gráficas de los factores dinámicos presentadas por Gazetas (1991). También se calculan las rigideces y amortiguamientos asociados a los efectos ISE (ecs 2.15 y 2.16; 2.23 a 2.29).

Luego se obtienen las matrices M, C y K (ecs 2.8 a 2.10) y se define una matriz equivalente. Se calcula el vector de excitación (ecs 2.4 a 2.7) y se soluciona el sistema de ecuaciones, obteniendo los desplazamientos, velocidades y aceleraciones.

Posteriormente se verifica la condición de desprendimiento (ec 3.9). Si ocurre desprendimiento, se obtiene  $L_d$  (ec 3.11) y  $B_c$  (ec. 2.11), y se regresa al cálculo de las rigideces estáticas,  $K_{ij}^e$ . Si no hay desprendimiento, se incrementa el paso de integración y se calcula el nuevo vector de excitación y se procede a la solución del sistema de ecuaciones.

## 4. VALIDACIÓN DEL MODELO PROPUESTO

Con el objeto de obtener respuestas confiables del modelo propuesto, es necesario validar los procedimientos descritos y sus resultados. Para tal efecto, se realizaron dos tipos de validación: la primera consiste en la comparación de las distribuciones de fuerzas de contacto obtenidas mediante las ecs 3.7 y 3.8 y las que presenta un modelo de elementos finitos con el programa de cómputo SAP90 (Wilson y Habibullah, 1992) y la segunda consiste en la comparación de las respuestas estructurales obtenidas con el modelo propuesto y con el modelo de Winkler.

**4.1 Distribución de fuerzas de contacto.** Para comparar los resultados del modelo propuesto con los obtenidos de un modelo de elementos finitos, que consistió en una malla cuadrada de 100m de longitud, la cual es generada por elementos sólidos de cuatro nudos, que tratan de representar en forma aproximada, un semi-espacio infinito, mediante el uso de las propiedades del suelo. Para este caso, la longitud total de los lados de la malla resulta ser apropiada, si se tiene en cuenta que al aumentar su dimensión, la variación en los esfuerzos y deformaciones de contacto son imperceptibles. Se colocaron apoyos fijos en la periferia de la malla que restringen el movimiento en el plano estudiado, teniendo en cuenta

que la influencia de la cimentación sobre los extremos de la malla, es mínima. Adicionalmente, se colocó una placa de 20m ligada al suelo, constituida por 20 elementos sólidos, los cuales tienen un módulo de elasticidad muy superior al del semi-espacio, con el objeto de simular una cimentación infinitamente rígida (fig 4.1).

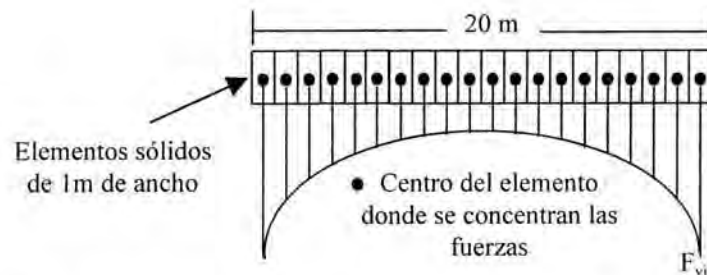


Fig 4.1 Placa rígida de cimentación del modelo de elementos finitos

El análisis del modelo se realizó empleando un estado de deformación plana, con diferentes propiedades de suelos, representadas por el módulo de cortante  $G$  y la relación de Poisson  $\nu$  (tabla 4.1). Este modelo fue sometido a una carga vertical  $P$  de 100t y a un momento  $M$  variable. El primer tipo de análisis consistió en aplicar la carga  $P$ , sin momento, con el objeto de poder aislar el efecto de la fuerza vertical. Luego se sometió el modelo a un momento  $M_{desp}$ , correspondiente al instante en que se inicia el desprendimiento. Posteriormente, se aumentó el momento para lograr un desprendimiento del 20, 50 y 70 por ciento. La modelación de desprendimiento se realizó desligando los nudos correspondientes de la cimentación. Los resultados obtenidos corresponden a la aplicación de cargas estáticas.

**Tabla 4.1. Propiedades del suelo y momentos aplicados a la cimentación**

Tipo de suelo		$G$ (t/m <sup>2</sup> )	$\nu$	$M_{desp}$ (t-m)	$M_{desp-20\%}$ (t-m)	$M_{desp-50\%}$ (t-m)	$M_{desp-70\%}$ (t-m)
1	Arcilla blanda	500	0.49	628	---	870	---
2	Arcilla blanda	500	0.45	519	623	777	877
3	Arcilla media	1000	0.49	628	---	870	---
4	Arcilla media	1000	0.45	519	623	777	877
5	Arena suelta	1500	0.33	507	---	766	---
6	Arena densa	3000	0.33	507	---	766	---

De la tabla 4.1, se puede ver que los momentos aplicados a la cimentación para lograr cierta configuración deformada, resultan ser iguales para los tipos de suelo que presentan igual coeficiente de Poisson, sin verse afectados por el módulo de cortante.

Con el objeto de comparar la distribución de fuerzas de contacto producidas por una carga  $P$ , se utilizaron los resultados del primer tipo de análisis del modelo de elementos finitos y los obtenidos mediante las expresiones de Borowicka ( $\nu=0.5$ ) y Muskhelishvili (fig 4.2).

La fig 4.2. indica las distribuciones de Borowicka y Muskhelishvili presentan una correlación aceptable, respecto a las obtenidas por el modelo de elementos finitos. Es importante mencionar que en los extremos de la cimentación, el modelo de elementos finitos presenta un valor definido, mientras que en las otras distribuciones este valor tiende a infinito. Por tal motivo, se presentan los resultados hasta un valor correspondiente al 90 por ciento del ancho de la cimentación (fig 4.1).

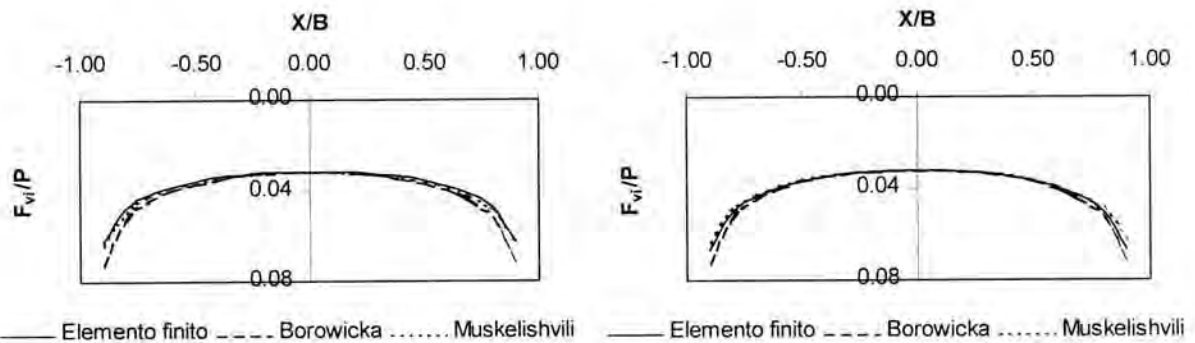


Fig 4.2 Distribución de fuerzas de contacto ocasionado por una fuerza vertical  $P$

En la fig 4.3 se compara la distribución de momentos ocasionada por la aplicación de  $M$ , obtenida mediante las expresiones sugeridas por Borowicka ( $\nu=0.5$ ) y por Muskhelishvili. Se puede ver que estas distribuciones presentan una correlación aceptable, respecto a las obtenidas por el modelo de elementos finitos.

**Desprendimiento de la cimentación.** Para verificar la semejanza entre la distribución de fuerzas de una cimentación parcialmente desprendida y una equivalente, se elaboró un ejemplo numérico con el modelo de elementos finitos. Los resultados se presentan en la fig 4.4 donde se puede ver que las fuerzas y los desplazamientos de la cimentación equivalente, son iguales a los de la cimentación desprendida, pero desfasados una distancia  $X_{cg}$ . Estos resultados son congruentes con la hipótesis planteadas en el inciso 2.3.

En la fig 4.5 es posible ver la distribución de fuerzas de contacto resultantes del modelo de elementos finitos, con un suelo tipo 2 (tabla 4.1), el cual fue sometido a la acción de una fuerza vertical  $P$  y a diferentes momentos  $M$ , para lograr el inicio del desprendimiento, y una pérdida en la longitud de contacto del 20, 50 y 70 por ciento.



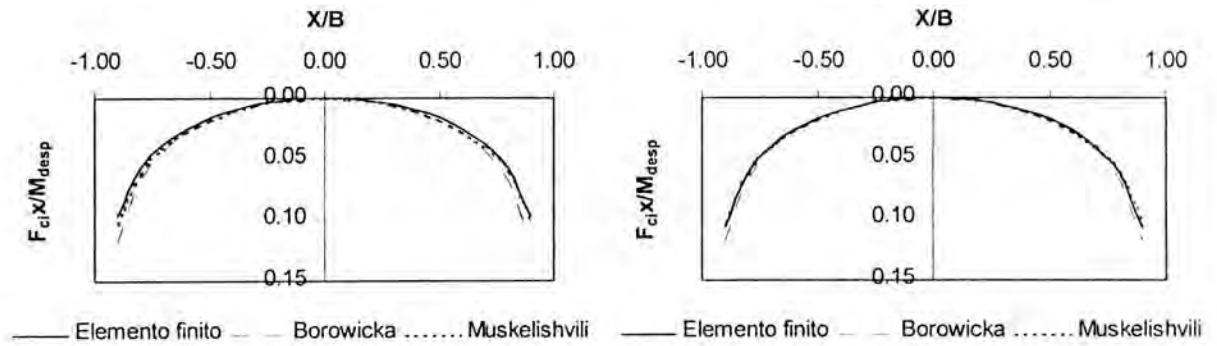


Fig 4.3 Distribución de momentos ocasionado por un momento de volteo  $M_{desp}$

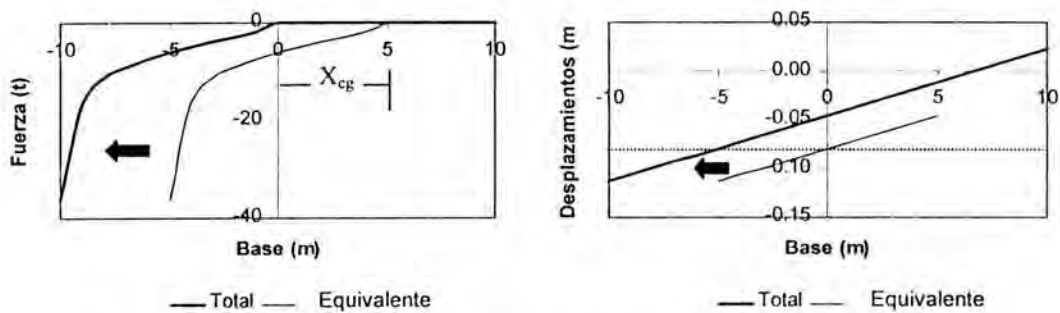


Fig 4.4 Resultados de una cimentación desprendida y una equivalente

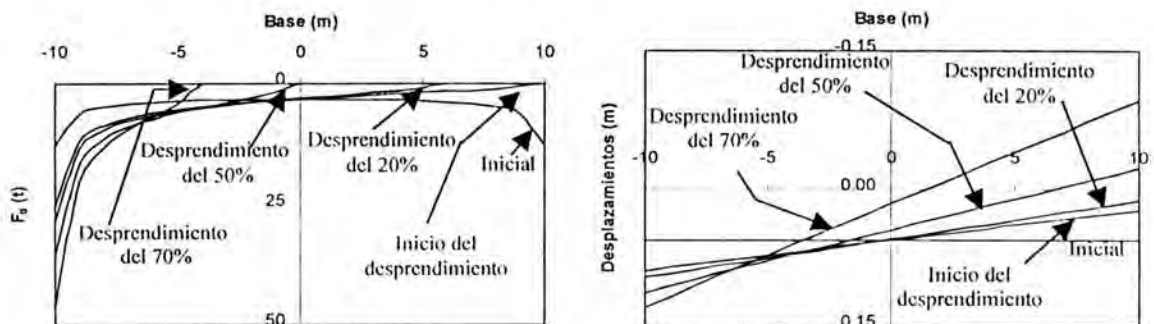


Fig 4.5 Fuerzas y desplazamientos de contacto para una cimentación desprendida

Con estos resultados se pudo verificar la confiabilidad del proceso analítico propuesto, si se tiene en cuenta que la correlación de éstos, respecto al modelo de elementos finitos utilizado, es aceptable.

**4.2 Respuestas estructurales.** Para validar las respuestas de estructuras considerando los efectos de desprendimiento, fue necesario elaborar dos programas de cómputo, que permitan identificar y justificar, las variaciones en las respuestas del modelo de Winkler y el propuesto. El primer programa de cómputo emplea el modelo de Winkler definido por Yim y Chopra (1983), y el segundo implementa los procesos del modelo propuesto definidos en esta investigación (Botero y Murià, 1999).

Para comparar las respuestas de ambos modelos es necesario tener en cuenta que el modelo de Winkler utiliza desplazamientos nulos en los extremos de la cimentación como criterio para iniciar el desprendimiento, y el modelo propuesto usa fuerzas resultantes nulas. Además, el modelo de Winkler calcula las rigideces y amortiguamientos de cabeceo y verticales, a partir de una distribución uniforme, mientras que el modelo propuesto recurre a una distribución no uniforme.

Con los programas de cómputo y teniendo en cuenta las diferencias de ambos modelos, se analizaron dos estructuras definidas por Yim y Chopra (1983) con período de base rígida igual a 5s, las cuales fueron sometidas a una excitación propuesta por Meek (1975), y consiste en un ciclo de pulsos rectangulares, con amplitud  $A$  igual al diez por ciento de la aceleración de la gravedad y con una duración  $T$  igual a 2.5s y 5.0s (fig 4.6). El valor de la amplitud fue seleccionado con base en valores representativos de sismos de moderada intensidad. El primer valor de  $T$  es igual a la mitad del período de la estructura y el segundo es el período de la estructura, los cuales fueron asumidos con el objeto de comparar y determinar su influencia en la respuesta.

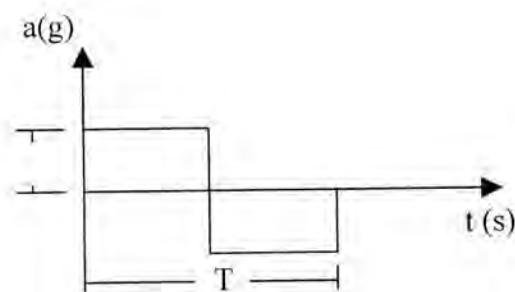


Fig 4.6 Tipo de excitación

Para el análisis de los resultados se realizan dos planteamientos prácticos referentes al diseño o a la revisión de estructuras, considerando el desprendimiento parcial de la cimentación.

**4.2.1 Diseño de estructuras.** Se pretende estudiar las respuestas obtenidas con los dos modelos, con el objeto de determinar la influencia del desprendimiento. En este caso se conocen las características de la estructura a diseñar y las propiedades del suelo. Se desea encontrar la variación del período del sistema y las amplitudes de la respuesta. Para esto se recurre a dos estructuras con igual período ( $T_e = 5.0s$ ), pero con relaciones de esbeltez de 10 y 5, y relaciones entre la frecuencia vertical y la de la estructura, de 8 y 12, respectivamente.

En las figs 4.7 y 4.8 se presentan las respuestas de U, Z y Y, obtenidas mediante el modelo propuesto y el modelo de Winkler. Las tres primeras gráficas de la fig 4.7 corresponden a las respuestas de la estructura con relación de esbeltez igual a 10, utilizando una excitación con T igual a 2.5s. En este caso no se presenta desprendimiento. En las tres últimas de la misma figura, si ocurre dicho efecto. Esto se debe a que la duración de la excitación es igual al período de la estructura con base rígida ( $T=5.0s$ ), lo cual hace que se incrementen las amplitudes de la respuesta, haciéndola más susceptible a la ocurrencia del desprendimiento. Resultados similares fueron obtenidos para la estructura con relación de esbeltez igual a 5 y son presentados en la fig 4.8.

En las estructuras analizadas con los dos modelos, se encontró que las formas y amplitudes de las respuestas son similares entre sí, notándose diferencias en el período del sistema debido a que las rigideces de cabeceo no son iguales en ambos modelos, lo que ocasiona un aumento en las ordenadas de Z del modelo propuesto, respecto a las del modelo de Winkler.

Otra verificación que se realizó fue la de obtener los períodos y amortiguamientos del sistema, para las dos estructuras analizadas, utilizando las expresiones propuestas en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (CFE, 1993):

$$T_{ISE}^2 = T_e^2 + T_h^2 + T_c^2 \dots\dots\dots(4.1)$$

$$\xi_{ISE} = \xi_c \left( \frac{T_e}{T_{ISE}} \right)^3 + \frac{\xi_h}{1 + 2\xi_h^2} \left( \frac{T_h}{T_{ISE}} \right)^2 + \frac{\xi_c}{1 + 2\xi_c^2} \left( \frac{T_c}{T_{ISE}} \right)^2 \dots\dots\dots(4.2)$$

Donde  $T_e$ ,  $T_h$  y  $T_c$ , son los períodos de la estructura, horizontal y de cabeceo, respectivamente, y  $\xi_e$ ,  $\xi_h$  y  $\xi_c$ , son sus fracciones de amortiguamiento crítico.

En la tabla 4.2 se muestran los valores de los períodos y amortiguamientos obtenidos con las expresiones 4.1 y 4.2 los cuales se identifican mediante la letra "e" y los obtenidos directamente de las figuras presentadas, identificados con la letra "f". La fracción de amortiguamiento crítico se calculó a partir del decremento logarítmico.

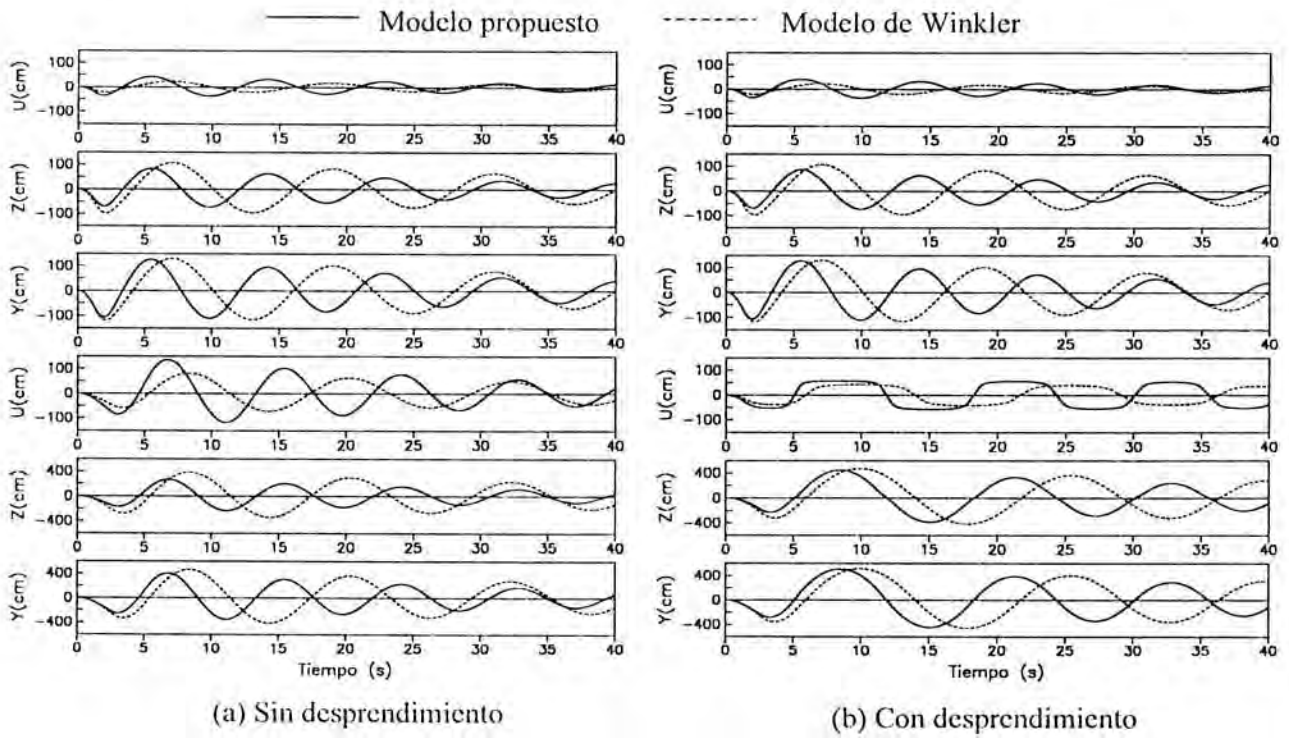


Fig 4.7 Respuesta de la estructura con relación de esbeltez igual a 10

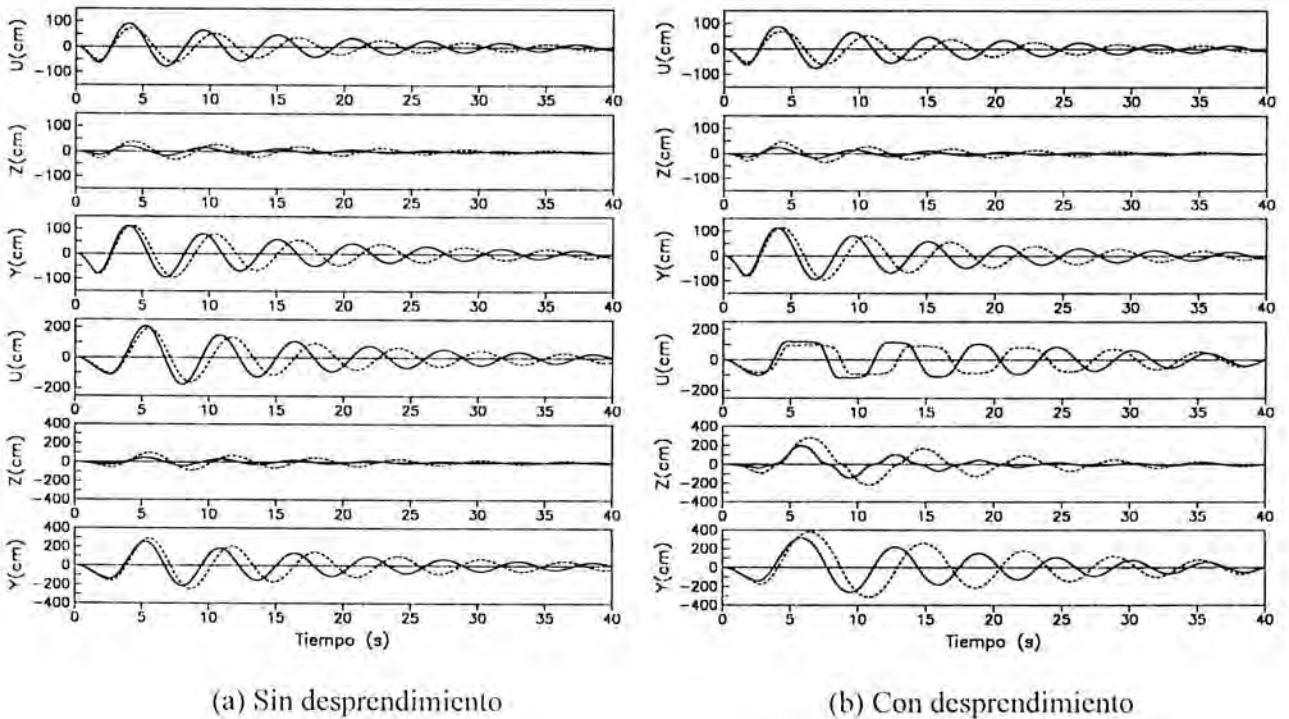


Fig 4.8 Respuesta de la estructura con relación de esbeltez igual a 5

**Tabla 4.2 Períodos y amortiguamientos de las estructuras estudiadas**

	Modelo propuesto		Modelo de Winkler	
	10	5	10	5
Relación de esbeltez	10	5	10	5
Relación de frecuencias	8	12	8	12
$T_e$	5.00	5.00	5.00	5.00
$T_h$	0.74	0.49	---	---
$T_c$	7.03	2.34	10.82	3.61
$T_{ISE} (e)$	8.66	5.54	11.92	6.17
$T_{ISE} (f)$	8.66	5.54	11.94	6.18
$\xi_e$	0.05	0.05	0.05	0.05
$\xi_h$	0.08	0.13	---	---
$\xi_c$	0.05	0.08	0.06	0.14
$\xi_{ISE} (e)$	0.04	0.05	0.05	0.07
$\xi_{ISE} (f)$	0.04	0.05	0.04	0.06

Los períodos del sistema obtenidos con el modelo propuesto, sin considerar el desprendimiento, aumentan 11 y 37 por ciento, respecto a los del modelo de Winkler, y al tomar en cuenta el desprendimiento, éstos se incrementan 16 y 18 por ciento. Los amortiguamientos del sistema aumentaron 25 y 40 por ciento. Esto se debe a las diferencias entre ambos modelos para calcular la rigidez y el amortiguamiento de cabeceo. Esto implica que los modelos utilizan suelos diferentes para representar los efectos ISE. Además, el modelo de Winkler no considera movimientos de traslación horizontal de la cimentación.

Es importante mencionar que los períodos del sistema con desprendimiento, cambian en función del amortiguamiento, teniendo en cuenta que al reducir las ordenadas de la zona desprendida, se disminuye el intervalo en cual se presenta dicho efecto. Estos períodos se incrementaron hasta 33 por ciento, respecto al sistema sin desprendimiento, para el modelo propuesto, y hasta 30 por ciento, para el modelo de Winkler.

El aumento del período del sistema con el desprendimiento, puede ser benéfico a la estructura, si ésta se encuentra en la zona descendente del espectro de respuesta, haciéndose evidente la variación de las deformaciones  $U$  de la estructura, las cuales alcanzaron reducciones hasta del 40 por ciento, aproximadamente, en el caso más favorable. Esto es válido mientras no se presente un mecanismo de falla de la cimentación o el volteo de la estructura, si se tiene en cuenta que los desplazamientos por cabeceo  $Z$ , aumentaron en un 60 por ciento, aproximadamente, en el caso más desfavorable.

**4.2.2 Estructuras existentes.** Se pretende revisar las respuestas obtenidas con los dos modelos, con el objeto de determinar la influencia del desprendimiento. En este caso se suponen conocidas las características del sistema suelo-estructura. Para esto se recurre a dos estructuras con igual período y amortiguamiento del sistema ( $T_{ISE} = 8.66s$  y  $\xi_{ISE} = 0.04$ ) y de cabeceo, pero con relaciones de esbeltez de 10 y 5. Con este criterio, fue necesario

variar el período y amortiguamiento de la estructura, así como la relación entre las frecuencias verticales del sistema y de la estructura.

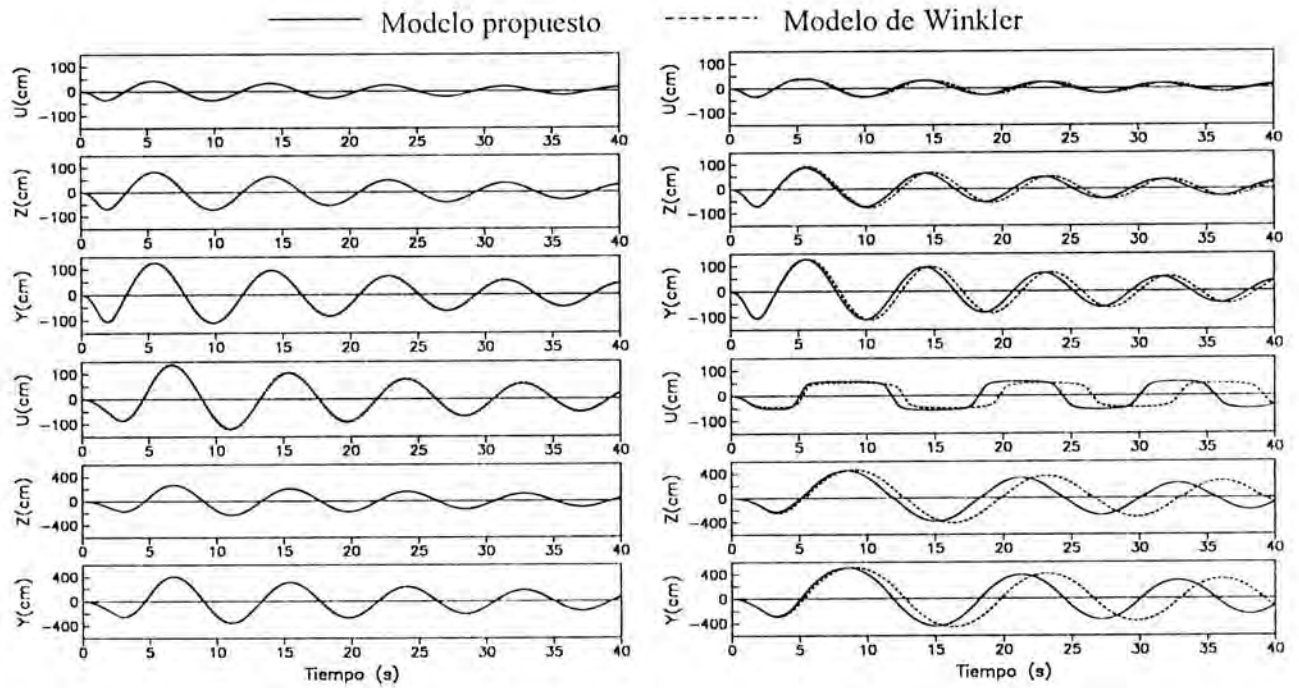
En las figs 4.9(a) y 4.10(a) se presentan las respuestas de U, Z y Y, obtenidas mediante el modelo propuesto y el modelo de Winkler, sin considerar el desprendimiento, para las estructuras con relación de esbeltez igual a 10 y 5, respectivamente, sometidas a los dos tipos de excitación (fig 4.6). Las formas y amplitudes de las respuestas de ambos modelos son iguales, debido a que el período y amortiguamiento del sistema, también lo es. Al igualar los anteriores parámetros, no se pueden lograr rigideces y amortiguamientos verticales similares en ambos modelos, por lo que el inicio del desprendimiento no ocurre en el mismo instante. Esto se evidencia en las figs 4.9(b) y 4.10(b), donde el período del modelo propuesto, con desprendimiento, es menor que el del modelo de Winkler.

En la tabla 4.3 se muestran los valores de los períodos y amortiguamientos obtenidos, cuando no se considera el desprendimiento. Los períodos y amortiguamientos del sistema y de cabeceo, sin desprendimiento, son iguales para ambas estructuras, debido a que fueron utilizados como criterio de igualdad. Para lograr la similitud en las respuestas, fue necesario variar el período y amortiguamiento de la estructura con base rígida, así como la relación entre la frecuencia vertical del sistema y la de la estructura. Cuando se considera el desprendimiento, el período del sistema obtenido con el modelo propuesto, aumenta hasta un 10 y 14 por ciento, respecto al del modelo de Winkler.

**Tabla 4.3 Períodos y amortiguamientos de las estructuras estudiadas**

	Modelo propuesto		Modelo de Winkler	
	10	5	10	5
Relación de esbeltez	10	5	10	5
Relación de frecuencias	8	12	12.46	18.55
$T_e$	5.00	5.00	5.06	5.02
$T_h$	0.74	0.49	---	---
$T_c$	7.03	2.34	7.03	2.34
$T_{ISE} (e)$	8.66	5.54	8.66	5.54
$T_{ISE} (f)$	8.66	5.54	8.66	5.54
$\xi_e$	0.05	0.05	0.04	0.05
$\xi_h$	0.08	0.13	---	---
$\xi_c$	0.05	0.08	0.05	0.08
$\xi_{ISE} (e)$	0.04	0.05	0.04	0.05
$\xi_{ISE} (f)$	0.04	0.05	0.04	0.05

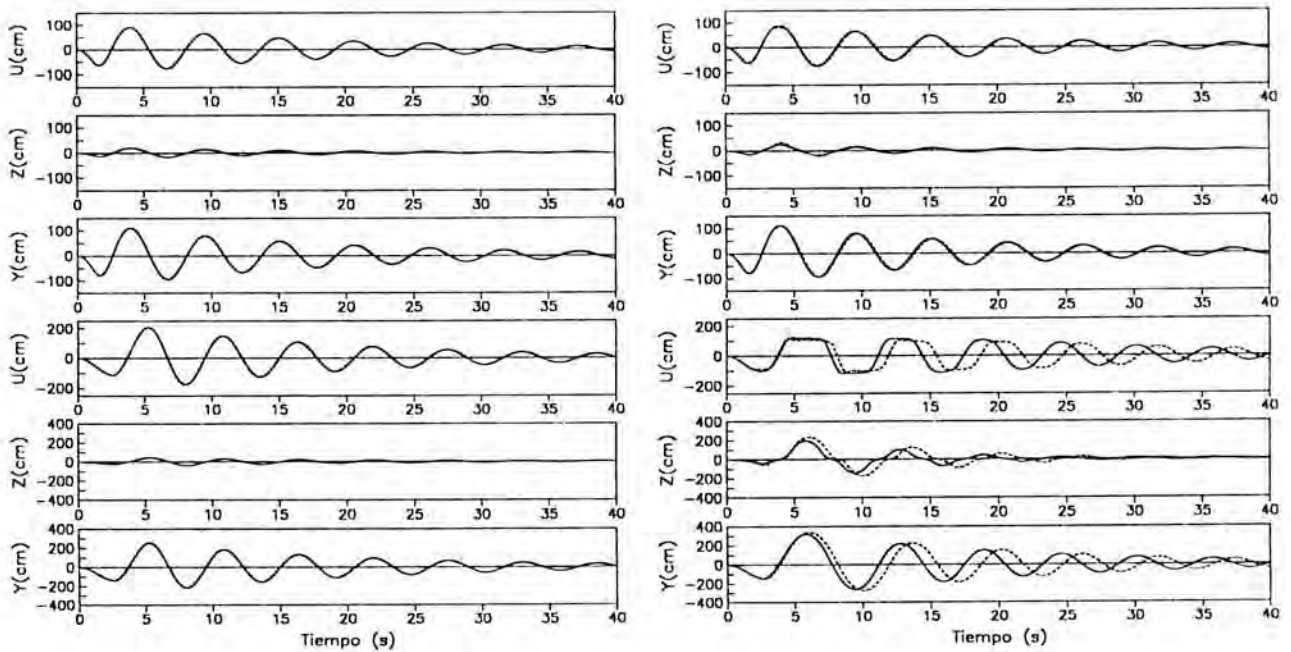
El período de la estructura con base rígida aumentó uno por ciento, por lo que para efectos prácticos, se puede considerar que es la misma estructura. Sin embargo, la relación de frecuencias se incrementó 56 por ciento, lo que implica un suelo más rígido. Además, hay que tener en cuenta que al igualar la rigidez de cabeceo, la rigidez y los desplazamientos verticales no son iguales para ambos modelos, y esto ocasiona diferencias en la respuesta



(a) Sin desprendimiento

(b) Con desprendimiento

Fig 4.9 Respuesta de la estructura con relación de esbeltez igual a 10



(a) Sin desprendimiento

(b) Con desprendimiento

Fig 4.10 Respuesta de la estructura con relación de esbeltez igual a 5

debido a que el inicio del desprendimiento no ocurre en el mismo instante; si la rigidez vertical aumenta, los desplazamientos iniciales se reducen y el inicio del desprendimiento será más probable respecto al que se presentaría si la rigidez vertical disminuye. Esto implica que la definición del inicio del desprendimiento no se puede realizar mediante el concepto de desplazamientos, ya que éste depende de las demandas sísmicas.

Esto hace notar las limitaciones que presenta el modelo de Winkler, al tratar de obtener con una distribución uniforme de fuerzas, las rigideces y amortiguamientos asociados a los efectos ISE, las cuales no son congruentes con los planteamientos ISE.

**4.2.3 Influencia de los efectos P- $\Delta$  en la respuesta de una estructura.** Se pretende evaluar los efectos P- $\Delta$  en las respuestas estructurales de un edificio cuando ocurre el desprendimiento, calculadas mediante el modelo propuesto. Para lograr esto, se recurre a las mismas estructuras y excitaciones (fig 4.6) empleadas en el inciso anterior.

La solución de un sistema que toma en cuenta los efectos P- $\Delta$  equivale a tener el mismo sistema, pero con menor rigidez estructural y de cabeceo. Esto implica que el período de la estructura y el de cabeceo deben aumentar, así como el del sistema suelo-estructura.

Los resultados obtenidos indican que para la estructura tipo 1 (relación de esbeltez igual a 10), el período del sistema aumentó en 40 y 9 por ciento debido a los efectos P- $\Delta$ , cuando se considera o no el desprendimiento de la cimentación, respectivamente. Para la estructura tipo 2 (relación de esbeltez igual a 5), el aumento del período debido a los efectos P- $\Delta$ , es del 5 por ciento, cuando no hay desprendimiento.

En las figs 4.11 y 4.12 se presentan las respuestas U, Z y Y, de una estructura con relación de esbeltez igual a 10 y 5 respectivamente, sometida a los diferentes tipos de excitación. El período del sistema se incrementó mientras que las amplitudes de la respuesta con o sin efectos P- $\Delta$ , resultan ser despreciable.

En la fig 4.12 se puede ver que al someter la estructura a la excitación tipo dos ( $A=0.10g$  y  $T=5.0s$ ), se presenta una inestabilidad en la respuesta ocasionada por la pérdida total de la superficie de contacto. Esto ocurre debido a que aún no se han establecido límites que determinan los posibles mecanismos de colapso.



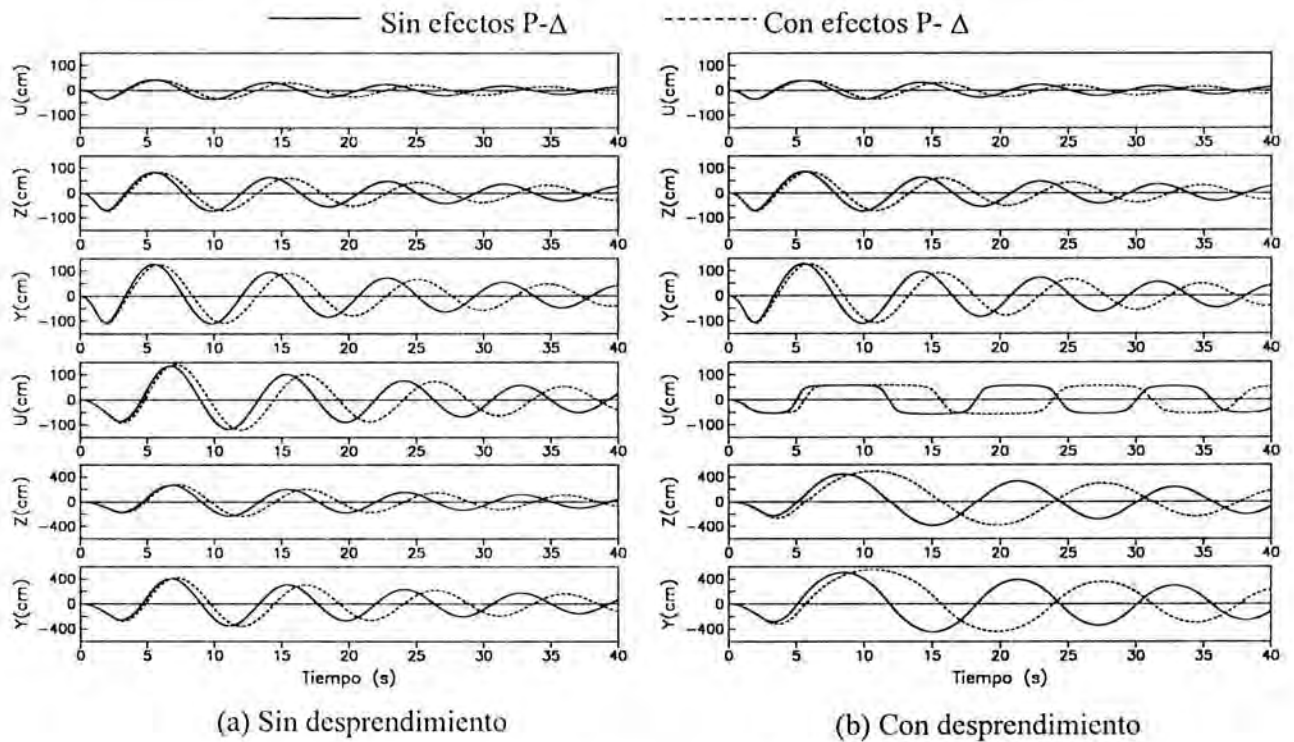


Fig 4.11 Respuesta de la estructura con relación de esbeltez igual a 10

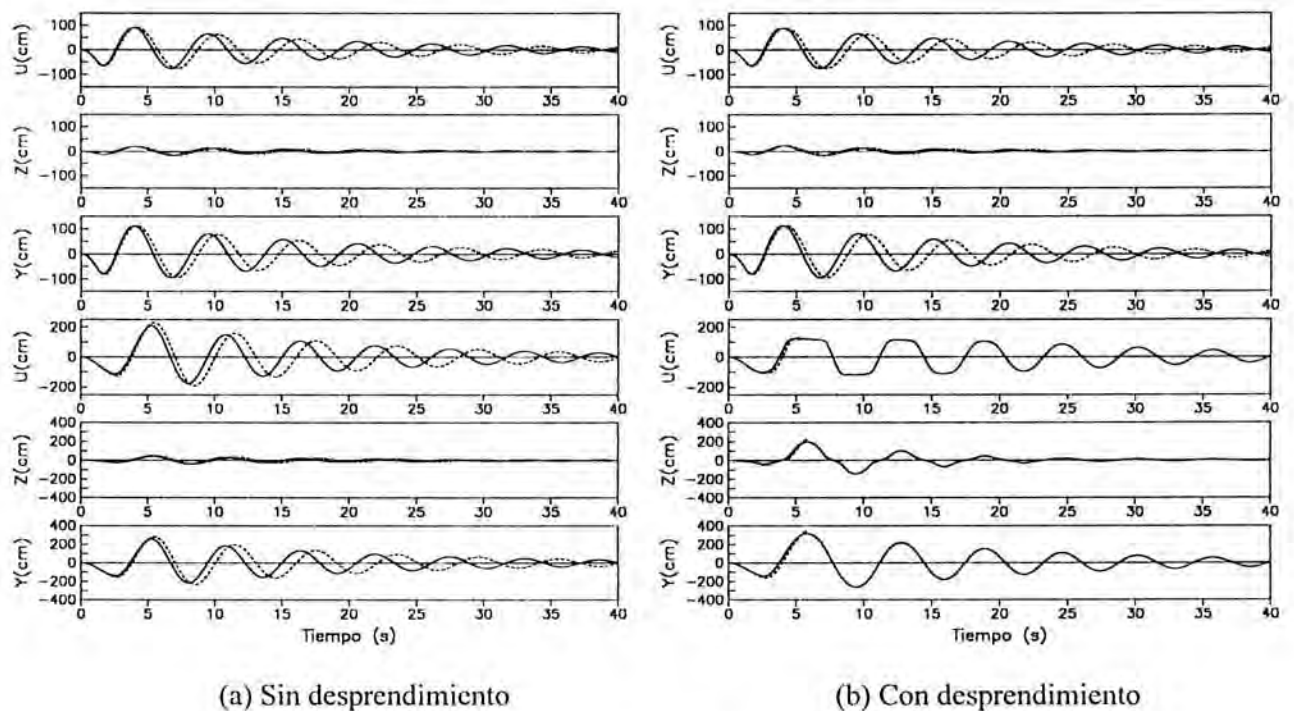


Fig 4.12 Respuesta de la estructura con relación de esbeltez igual a 5

Para verificar esto, se presenta en la tabla 4.4 los porcentajes longitud de desprendimiento para las estructuras estudiadas.

**Tabla 4.4 Porcentaje de desprendimiento**

Relación de esbeltez	Tipo de excitación	% desp. con efectos P- $\Delta$	% desp. sin efectos P- $\Delta$
10	1	25	25
	2	85	83
5	1	39	38
	2	100	94

Los porcentajes de longitud desprendida, para las dos estructuras sometidas a la excitación tipo 6, superan el 83 por ciento. Esto significa que menos del 20 por ciento de la base, debe resistir el peso total del suelo. Esto hace pensar que muy probablemente se presente el colapso de la estructura por falla del suelo.

Los resultados obtenidos son congruentes con los esperados. Los efectos P- $\Delta$  se pueden interpretar como una pérdida de rigidez del sistema, lo que genera un aumento de su período. Esto se hizo evidente en los casos estudiados.

## 5. COMENTARIOS FINALES

El modelo propuesto representa un avance respecto a los definidos en la literatura, debido a que considera la dependencia de la rigidez dinámica con la frecuencia de excitación y su reducción asociada a la pérdida de área de contacto, la distribución de fuerzas para evaluar los términos de acoplamiento entre el movimiento de cabeceo y vertical y detectar el inicio del desprendimiento, y la variación de la inercia rotacional al cambiar el centro de rotación.

Se presentó una metodología para evaluar distribuciones estáticas de fuerzas de contacto en la base. Se sustentó mediante estudios presentados en la literatura, la poca influencia que ejercen las bajas frecuencias en la distribución de fuerzas, teniendo en cuenta que estas rigen la respuesta sísmica de estructuras con efectos ISE, susceptibles al desprendimiento.

Al asumir que el suelo no admite esfuerzos de tensión, fue posible establecer un criterio para determinar el inicio del desprendimiento, mediante el empleo de la distribución de fuerzas resultantes de contacto.

Se demostró que es posible obtener la rigidez y el amortiguamiento vertical, de cabeceo y de acoplamiento, de una cimentación desprendida parcialmente, a partir de valores conocidos de rigideces y amortiguamientos de una cimentación equivalente.

Se realizaron análisis de diseño y revisión de estructuras existentes. Para el diseño, los resultados del modelo propuesto indican que los períodos del sistema sin desprendimiento, aumentaron hasta un 37 por ciento, respecto a los del modelo de Winkler y con desprendimiento, se incrementaron hasta un 18 por ciento. Respecto a la revisión de estructuras existentes, también se encontró que los períodos del sistema con desprendimiento, aumentaron hasta un 14 por ciento. Estas diferencias pueden generar errores significativos en la estimación de las respuestas estructurales y en la evaluación de los efectos que pueden presentarse durante un evento sísmico.

La forma y amplitud de las respuestas obtenidas por el modelo propuesto, resultan ser satisfactorias, luego de compararlas con las del modelo de Winkler, teniendo en cuenta que fue posible justificar las diferencias entre ambos resultados. Además, se hizo notar las limitaciones que presenta el modelo de Winkler, al tratar de obtener con una distribución uniforme de fuerzas, las rigideces y amortiguamientos asociados a los efectos ISE, las cuales no son congruentes con los planteamientos ISE.

Se hizo evidente el aumento del período del sistema cuando se consideran los efectos P- $\Delta$ , debido a la reducción que provoca dicho efecto en la rigidez del sistema.

Los resultados de este estudio afirman que el desprendimiento parcial de la cimentación en ciertas estructuras, puede ser benéfico para su comportamiento estructural. Para generalizar dicha afirmación, es necesario desarrollar un estudio paramétrico que evalúe los efectos producidos por el desprendimiento, en un mayor grupo de estructuras, y que sugiera una metodología para fines de reglamentación sísmica.

## 6. RECONOCIMIENTO

Este estudio contó con el patrocinio de la Dirección General de Apoyo al Personal Académico de la UNAM. Los autores agradecen a Gabriel Auvinet Guichard, Javier Avilés López, José Alberto Escobar Sánchez, Roberto Meli Piralla, Mario G. Ordaz Schroeder, Efraín Ovando Shelley, los valiosos comentarios y sugerencias aportados a esta investigación.

## 7. REFERENCIAS

- Bielak J., (1969)**, "Base moment for a class of linear systems", Proc. ASCE, 95, EM5, 1053-1062.
- Bishop A. W. y Hight D. W., (1977)**, "The value of poisson's ratio in saturated soils and rocks stressed under undrained conditions", Géotechnique 27, No. 3, 369-384.
- Borowicka H., (1936)**, "Influence of rigidity of a circular foundation slab on the distribution of pressures over the contact surface", Proc. IICOSOMEF, Vol. 2, 144-149, Cambridge, Mass.

- Botero J.C. y Murià-Vila D., (1999)**, “Respuesta dinámica de edificios en suelos blandos”, Informe Interno No. 8571 patrocinado por DGAPA, Instituto de Ingeniería (UNAM).
- CFE, (1993)**, “Manual de diseño de obras civiles. Diseño por sismo”, México D.F.
- Elorduy J., (1967)**, “Sobre el comportamiento dinámico de bases rígidas sujetas a perturbaciones armónicas”, Tesis doctoral, UNAM, México.
- Ganev T., Yamazaki F. y Katayama T., (1995)**, “Observation and numerical analysis of soil-structure interaction of a reinforced concrete tower”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 491-503.
- Gazetas G., (1983)**, “Analysis of machine foundation vibration: state of the art”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 2, 1-42.
- Gazetas G., (1991)**, “Foundations vibrations”, *Foundation Engineering Handbook*, 2<sup>nd</sup> Edition.
- Housner G. W., (1963)**, “The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol 53, No. 2, 403-417.
- Huckelbridge A. A. y Clough R. W., (1978)**, “Seismic response of uplifting building frame”, *Journal of Structural Division (ASCE)*, Vol. 104, No. ST8, 1211-1229.
- Kobori T., (1962)**, “Dynamical response of rectangular foundations on an elastic space”, *Proc. Japan National Symposium on Earthquake Engineering*.
- Meek, J. W., (1975)**, “Effects of foundation tipping on dynamic response”, *Journal of the Structural Division (ASCE)*, Vol. 101, No. ST7, 1297-1311.
- Murià-Vila D., González A. R. y Espinosa A. J-M., (1993)**, “Efectos de interacción suelo-estructura en la respuesta sísmica de un edificio instrumentado”, *Series del Instituto de Ingeniería (UNAM)*, No. 555.
- Muskelishvili N. I., (1963)**, “Some basic problems of the mathematical theory of elasticity”, Noordhoff, Groningen.
- Newmark N. M. y Rosenblueth E., (1971)**, “Fundamentals of earthquake engineering”, Prentice-Hall INC.
- Psycharis, I. N., (1982)**, “Dynamic behavior of rocking structures allowed to uplift”, Thesis PhD., California Institute of Technology, Pasadena, California.
- Wilson E. L. y Habibullah A., (1992)**, “SAP90<sup>TM</sup>: A series of computer programs for the finite element analysis of structures”, *Computers & Structures INC.*, Version 5.40.
- Weissmann G. F., (1972)**, “Tilting foundations”, *Journal of the Soils Mechanics and Foundations Division*, Vol. 98, No. SM1, 59-78.
- Yim C-S. y Chopra A. K., (1983)**, “Effects of transient foundation uplift on earthquake response of structures”, EERC, Report No. UCB/EERC 83/09.