

ZONACIÓN SÍSMICA PARA MINIMIZACIÓN DEL COSTO TOTAL EN PROBLEMAS REDUCIBLES A UNA DIMENSIÓN

Jaime García-Pérez y Emilio Rosenblueth
Instituto de Ingeniería, UNAM

RESUMEN

Se aborda aquí el siguiente problema: Se desea dividir en zonas una región de sismicidad conocida. En cada zona se especificarán coeficientes de diseño constantes para los diversos tipos de estructura que ahí habrán de construirse. Estos coeficientes y las fronteras interzonales deben minimizar la esperanza del valor presente del costo (incluyendo el inicial, el de mantenimiento y los de los daños por sismo) de todas las estructuras que se construyan en la región. Llamamos *costo total* a esta esperanza. Inicialmente tratamos con fronteras irrestrictas. En ciertas condiciones el problema puede reducirse a una sola dimensión, aprovechándose entonces un criterio de optimización que se ha desarrollado para catálogos de productos estandarizados. En este trabajo nos limitamos a problemas que satisfacen dichas condiciones. Se demuestra aquí que cuando se trata de un solo tipo de estructuras el problema se torna unidimensional, que el criterio de optimización consiste en que sean iguales entre sí los costos totales unitarios de estructuras construidas a ambos lados de una frontera, que las fronteras coinciden con curvas de sismicidad constante y que el planteamiento unidimensional puede extenderse al caso en que habrá diversos tipos de estructura siempre que se cumplan ciertas condiciones entre sus costos unitarios y entre los números de estructuras que se construirán de cada tipo. Para resolver el problema presentamos un método iterativo y una variante del de perturbaciones, y los ilustramos mediante ejemplos.

ABSTRACT

The following problem is treated here: We want to divide into zones a region of known seismicity. In each zone, constant design coefficients will be specified for the different types of structure that will be built on the zone. These coefficients and the interzone boundaries must minimize the expected present value of the cost (including the initial cost, the one of maintenance and the ones of the damage by earthquake) of all structures that are to be built in the region. We call this expectation *total cost*. Initially we deal with unrestricted boundaries. Under certain conditions the problem can be reduced to one dimension, taking advantage then of an optimization criterion that has been developed for catalogs of standardized products. In this work we constrain ourselves to problems that satisfy such conditions. It is proved here that when we deal with a single type of structures the problem becomes one-dimensional, that the optimization criterion consists in that the unit total costs of the structures built on both sides of a boundary be equal, that the boundaries coincide then with curves of constant seismicity and that the one-dimensional approach can be extended to the case in which there will be several types of structure if certain conditions are met among their unit costs and among the number of structures that will be built of each type. To solve the problem we present an iterative method and a variation of the perturbations approach, and we illustrate them through examples.

INTRODUCCIÓN

La zonación sísmica consiste en dividir una región en porciones, en cada una de las cuales se especifican ciertos parámetros constantes de diseño sísmico. En un artículo anterior (García-Pérez y Rosenblueth, 1994) justificamos la práctica de zonificar y abordamos el tema de zonación sísmica reducible a una sola dimensión cuando las normas especifican que ninguna estructura debe diseñarse con un coeficiente menor que el que las propias normas marcan para el sitio donde se construirá. Con tal criterio, en cada zona se establecen coeficientes iguales a los máximos que se especifican para cuando no se ha zonificado, y por tanto es grande el desperdicio que resulta de la zonación. Llamamos a este criterio *minimización del costo inicial* y lo encontramos justificado cuando la sismicidad es tan elevada que debe regir la tolerancia social a los daños causados por sismo. Fuera de esta situación el criterio racional consiste en especificar coeficientes de diseño que minimicen la esperanza del valor presente del costo (incluyendo el inicial, el de mantenimiento y los daños por sismo) de todas las estructuras que se construirán en la zona, y establecer las fronteras que minimicen la suma de estos costos, suma a la que nos referiremos como *costo total*.

El calificativo *racional* no es gratuito. Como profesionales procuramos tomar las mejores decisiones que podemos: optimar teniendo en cuenta todos los beneficios y costos que de ahí resulten: las acciones y sus posibles consecuencias. Ello equivale a maximizar la utilidad de nuestras decisiones (utilidad en el sentido de medida racional de preferencia). Al zonificar afectamos los costos y la seguridad de un buen número de las estructuras que se construirán en la región de interés. Las cifras involucradas podrán ser altas, pero generalmente no lo serán si se las compara con los recursos de la sociedad a la que afectan. En consecuencia vale suponer que en el intervalo de interés la utilidad y las cantidades monetarias que manejaremos se relacionan linealmente. Por otra parte, hacemos comparables entre sí los costos y beneficios que tengan lugar en diversos tiempos introduciendo una tasa de descuento. De ahí que busquemos minimizar la esperanza del valor presente de los costos y pérdidas.

Demostraremos que hay circunstancias en que nuestro problema puede tratarse como unidimen-

sional, y limitaremos aquí nuestra atención a los casos en que se presentan estas circunstancias. Ello nos permitirá aprovechar resultados que se han establecido en el estudio de la optimación unidimensional de catálogos de productos estandarizados.

La mayor parte del presente escrito se desarrolla suponiendo que las fronteras entre zonas pueden establecerse sin restricciones y que basta con que resuelvan el problema postulado. Sin embargo, Lind ha señalado la conveniencia de que las fronteras interzonales coincidan con límites jurisdiccionales (García-Pérez y Rosenblueth, 1994). Llamaremos *celdas elementales* a las entidades jurisdiccionales pertinentes. Proponemos aquí que, una vez establecidas las fronteras que sin esta restricción serían óptimas, se explore a cuál de dos zonas contiguas conviene asignar cada celda elemental que sea cortada por cada una de las fronteras así establecidas.

El problema que nos ocupa fue tratado por Rosenblueth (1977) pero conviene retomarlo con mayor rigor y menores limitaciones e incluir el desarrollo de métodos eficientes para resolverlo.

Trataremos la microzonación como un caso particular de zonación.

ZONACIÓN SIN RESTRICCIONES

Planteamiento del problema

Se desea dividir una región R en K zonas. (La zonación causará un desperdicio con respecto a la región no zonificada. Este será tanto menor cuanto mayor sea K y más pequeñas las zonas, pero la credibilidad y aceptación de las normas de que la zonación forma parte se verán menguadas si se elige un número elevado de zonas. Tomaremos como dato el valor de K admitiendo que se ha establecido a criterio teniendo en cuenta el costo que se asocia a dicho valor.) Supondremos inicialmente que en R se construirán estructuras de un solo tipo, que el costo inicial u de una estructura sólo dependerá del coeficiente de cortante basal c para el que se la diseña y que la esperanza v del valor presente de los daños por sismo sólo dependerá de c y de un funcional Z de la sismicidad del sitio donde se construirá la estructura, es decir un funcional de

las demandas de coeficiente de corte basal (digamos, ordenadas del espectro de pseudoaceleraciones expresadas en términos de la aceleración de la gravedad) y de sus tasas de excedencia. En consecuencia la esperanza del valor presente del costo de una estructura será

$$w(c, Z) = u(c) + v(c, Z) \quad (1)$$

donde $Z=Z(x, y)$ y x, y son las coordenadas del sitio. Llamaremos a w simplemente el *costo* de la estructura. Incorporaremos a v la esperanza del valor presente del costo de mantenimiento.

Cuando el arribo de los temblores a los sitios de interés se idealiza como un proceso de *Poisson* múltiple (con independencia estadística entre los tiempos de arribo, es decir con funciones constantes de peligro) y en cada punto de la región las demandas z (o "intensidades") de coeficiente de cortante basal correspondientes a cualesquiera tasas de excedencia $\lambda=\lambda(z)$ quedan definidas por la z que corresponde a determinada λ , entonces Z puede hacerse igual a la intensidad que corresponde a determinado periodo de recurrencia. El tratamiento admite también funciones de variables de peligro, pero en todos los casos la elección de Z debe ser tal que pueda escribirse $v=v(c, Z)$. Una vez habiendo zonificado, toda estructura que se construya en la zona k , $k=1, \dots, K$ habrá de diseñarse para determinado coeficiente c_k . El costo de la estructura será $w(c_k, Z)$ y lo denominaremos w_k . Tratándose de procesos múltiples de *Poisson* el costo de todas las estructuras en la zona k es

$$W_k = \iint_k \phi w_k \, dy dx \quad (2)$$

donde $\phi=\phi(x, y)$ es la esperanza del valor presente del número de estructuras que se erigirán por unidad de área. El costo de la totalidad de las estructuras en R es

$$W = \sum_{k=1}^K W_k \quad (3)$$

El desperdicio por zonación vale $W-W_0$, en que

$$W_0 = \iint \phi w_0(Z) \, dy dx \quad (4)$$

$w_0(Z)=w(c_0, Z)$ y $c_0=c_0(Z)$ es el coeficiente que minimiza a $w(c, Z)$ si no zonificamos. El problema consiste en minimizar W o, si se prefiere, en minimizar $W-W_0$. Puede dividirse en dos partes:

1) Dadas las fronteras de cada zona, calcular la c_k que minimiza a W_k , $k=1, \dots, K$, y 2) Encontrar las fronteras óptimas, las que minimizan W .

La solución que encontremos será aplicable también a regiones en que se vayan a construir dos o más tipos $i=1, \dots, I$ de estructura cuyas curvas de Z constante coincidan, siempre que a lo largo de cada curva haya una relación uno a uno entre las z_i y que los cocientes f_i/f_j sean constantes también en la región de interés para todo par i, j , siendo f_i la integral de ϕ a lo largo de una curva de Z constante.

Basta entonces con sustituir

$$\phi = \sum_{i=1}^I \phi_i \quad \text{y} \quad w = \sum_{i=1}^I \phi_i w_i / \phi.$$

Así, tratamos ahora con el grupo en vez del tipo de estructuras, y con su costo unitario medio en vez del costo de una estructura del tipo dado. Las condiciones para la aplicabilidad de la solución que halleemos coinciden con las correspondientes a zonación para minimización del costo inicial.

SOLUCIÓN

Coefficientes óptimos

Si no zonificáramos, el coeficiente óptimo de diseño sería el que minimizara a $w(c, Z)$. Suponiendo que w es función continua de c , obtenemos c óptima numéricamente de manera que w sea mínima (véase el apéndice, en el cual se explican y justifican las expresiones que siguen).

Una vez definidas las fronteras de la zona k el costo total está dado por

$$W_k = u[(F_k - F_{k-1}) + (G_k - G_{k-1}) / c_k^{\alpha_s}] \quad (5)$$

donde $F_k = \iint \phi \, dy dx$ y

$$G_k = \frac{\alpha_s}{\gamma} \iint \alpha_4 \phi \int_0^{\zeta_m} \frac{\xi(\zeta)(1 + b\xi(\zeta))}{\zeta^{\alpha_s+1}} d\zeta \, dy dx,$$

integrales que cubren el área en que $c \leq c_k$. De aquí, calculamos c_k óptimo numéricamente de tal forma que W_k sea mínimo.

Fronteras óptimas

Criterio de optimalidad

En cualquier punto de la zona k , $w_k = w(c_k, Z)$ y, en la zona, $W_k = \int_k \phi w_k dA$. El coeficiente c_k debe ser tal que minimice W_k . Si W_k es función continua de c_k , este coeficiente se encuentra resolviendo $\partial W_k / \partial c_k = 0$. Digamos que q_k denota la posición de la frontera entre k y $k+1$. Cuando movemos la frontera entre dos zonas afectamos solamente c_k , c_{k+1} y la esperanza del valor presente del costo de las estructuras en estas zonas. Por lo tanto la frontera óptima es la que minimiza

$$W_k + W_{k+1} = \int_{q_{k+1}}^{q_k} \phi w(c_k, Z) dA + \int_{q_k}^{q_{k+1}} \phi w(c_{k+1}, Z) dA \quad (6)$$

Entonces $\partial(w_k + w_{k+1}) / \partial q_k = 0$. Por otra parte,

$$\partial / \partial q_k = (\partial c_k / \partial q_k)(\partial / \partial c_k) = (\partial c_{k+1} / \partial q_k)(\partial / \partial c_{k+1}) \quad (7)$$

Usando la regla de Leibnitz para derivar una integral y utilizando la ec 6 encontramos que en la frontera óptima

$$\phi w(c_k, Z(x_k, y_k)) = \phi w(c_{k+1}, Z(x_k, y_k)) \quad (8)$$

que implica que, si ϕ es continua en la frontera, entonces w (o, si se prefiere, $w - w_0$) debe ser igual a ambos lados de la frontera para que esta sea óptima (Lind, 1975; Lind y col, 1976; Bongers, 1980). Tal condición se ilustra en la fig 1. (El propósito de trabajar con $w - w_0$ en vez de hacerlo con w es facilitar el cálculo del costo que implica la zonación. Ello permite además trabajar con números más pequeños.)

Coincidencia con curvas de Z constante

La condición de la ec 8, que se traduce en $w(c_k, Z(x_k, y_k)) = w(c_{k+1}, Z(x_k, y_k))$ si ϕ es la misma a ambos lados de la frontera k , implica que Z y por tanto w deben ser constantes a lo largo de la frontera k , $k=1, \dots, K$. Por consiguiente toda frontera óptima debe coincidir con curvas de Z constante. En esta derivación hemos supuesto implícitamente que $\phi(x_k, y_k)$, $\partial W / \partial x$ y $\partial W / \partial y$ son continuas y que $\partial^2 W / \partial x_k^2$ y $\partial^2 W / \partial y_k^2$ son positivas a lo largo de la

frontera zonal. Si las condiciones de continuidad no se satisfacen en alguna curva de Z constante, entonces la ec 8 no necesita satisfacerse en una frontera coincidente con esa curva. Si una de las segundas derivadas de W es negativa a lo largo de una curva de Z constante donde se satisface la ec 8, entonces esta no es una frontera óptima.

El problema puede resolverse, como el de minimización del costo inicial, mediante un método paso a paso combinado con ensaye y error. Sin embargo, en el caso que ahora nos ocupa, resulta preferible, por su sencillez numérica, el método de perturbaciones que a continuación se describe.

Perturbaciones

Postulamos primeramente fronteras tentativas en los valores estimados de A_k , $k=1, \dots, K-1$. Las diferencias $w(c_{k+1}, A_k) - w(c_k, A_k) = \epsilon_k$ son errores que se corrigen moviendo estas fronteras. Los cálculos requeridos de las derivadas para cambios infinitesimales en A_k pueden ser engorrosos. Podemos introducir en su lugar cambios finitos pequeños ΔA_k , uno a la vez, calcular sus efectos en las ϵ_k , suponer que las ΔA y las ϵ_k están linealmente relacionadas, establecer $N-1$ ecuaciones simultáneas, resolverlas de tal forma que se cancelen las ϵ_k y repetir si es necesario. Se supone que $w(c_{k+1}, A_k) = w(c_k, A_k)$ tiene una sola raíz c_{k+1} . Cuando existen más raíces debemos verificar que nuestra solución provee verdaderamente el óptimo global. Si ϕw es discontinua en algunos valores de A , debemos explorar la posibilidad de que una frontera zonal coincida con dichos valores. Si se estiman las Δw_k adecuadamente, entonces se converge a la solución exacta más rápidamente que cuando se emplea el método clásico de perturbaciones; esta es una ventaja adicional a la de evitarse el cálculo de derivadas, y además permite emplear repetidamente un mismo programa de computadora.

Procedimiento iterativo

El siguiente procedimiento se debe a una sugerencia de N C Lind:

1. Estímense las fronteras interzonales, digamos en A_k , $k=1, \dots, K-1$
2. Calcúlense los correspondientes coeficientes óptimos, c_k , $k=1, \dots, K$

3. A partir de cada par c_k, c_{k+1} calcúlese nueva A_k de manera que en la frontera entre estas dos zonas resulte $w(c_k, A_k) = w(c_{k+1}, A_k)$, $k=1, \dots, K-1$
4. Repítase hasta que se considere satisfactorio el resultado

El método converge, generalmente a la respuesta correcta (excepciones: variación no monótona de la sismicidad y quizás algunos casos de discontinuidad). Para acelerar la convergencia se puede emplear la fórmula de Aitken, expuesta en García-Pérez y Rosenblueth (1994).

Variación local del costo inicial

Por condiciones locales pueden diferir de un sitio a otro los costos unitarios de materiales y de mano de obra. Suele constituir una buena aproximación la hipótesis de que tales variaciones equivalen a multiplicar el costo inicial u por una constante que solo depende del sitio, no del coeficiente de corte basal de diseño. Entonces los procedimientos que hemos planteado no requieren modificación si trasladamos a ϕ las variaciones en u . (Como veremos no sucede así en microzonación.)

ZONACIÓN CON RESTRICCIONES EN LAS FRONTERAS

Enunciado del problema

El planteamiento de este problema es igual al de zonación sin restricciones pero está sujeto a que las fronteras entre las zonas coincidan con trazos bien establecidos, generalmente límites jurisdiccionales, cuyas entidades llamaremos celdas elementales.

Solución

Quizá la mejor manera de optimar la zonación en estas circunstancias consista en resolver el problema sin restricciones y trasladar las fronteras interzonales calculadas a las jurisdiccionales más próximas, ya sean municipios, colonias o delegaciones, o bien a calles o vías de comunicación según se trate de zonación o microzonación.

MICROZONACIÓN

La microzonación difiere de la zonación en tres aspectos principales: a) Las fronteras entre micro-

zonas están asociadas a las variaciones en la estratigrafía del suelo o en las propiedades de este. Una guía dada por estas variaciones mejora la estimación inicial de las fronteras entre microzonas. b) Estas variaciones o aquellas en las limitaciones arquitectónicas pueden introducir cambios importantes en el costo inicial. c) El periodo predominante del terreno puede cambiar sustancialmente de un sitio a otro.

Las variaciones en costo inicial que nos conciernen en microzonación suelen ser funciones del coeficiente de diseño. Por ejemplo en terreno firme es usual que el costo de la cimentación de un edificio aumente lentamente en forma casi continua con c . En cambio en terreno débil suelen presentarse aumentos bruscos en el costo de cimentación cuando c rebasa ciertos valores críticos. Tal forma de variación exige que se proceda por aproximaciones sucesivas, estimando los valores de c_k y de allí una primera aproximación a la variación de u en función de c_k , seguido esto de una zonación tentativa, nueva estimación de c_k y de la variación de u en función de este parámetro, y así sucesivamente.

Las variaciones en periodo dominante del terreno pueden tratarse acudiendo a curvas de isoperiodo, como lo hace el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (1987). Si en cambio se desea especificar un periodo dominante en cada microzona para fines de diseño, se invalida el tratamiento unidimensional del problema, ya que los costos dejan de ser funciones monótonas de este nuevo parámetro. En un trabajo ulterior veremos como zonificar para minimizar el costo total cuando el problema debe abordarse como bidimensional.

EJEMPLOS NÚMERICOS

Perturbaciones

La fig 1 muestra una región de aproximadamente 35 por 40 km con las correspondientes isosistas de ordenadas espectrales para un periodo de recurrencia de 500 años y el número de estructuras que se construirán por unidad de área. Se zonifica esta región en tres zonas.

Se estiman las dos fronteras interzonales. A continuación, empleando las expresiones deducidas en el apéndice, considerando $\alpha_2=0.5$, $\alpha_3=1.3$,

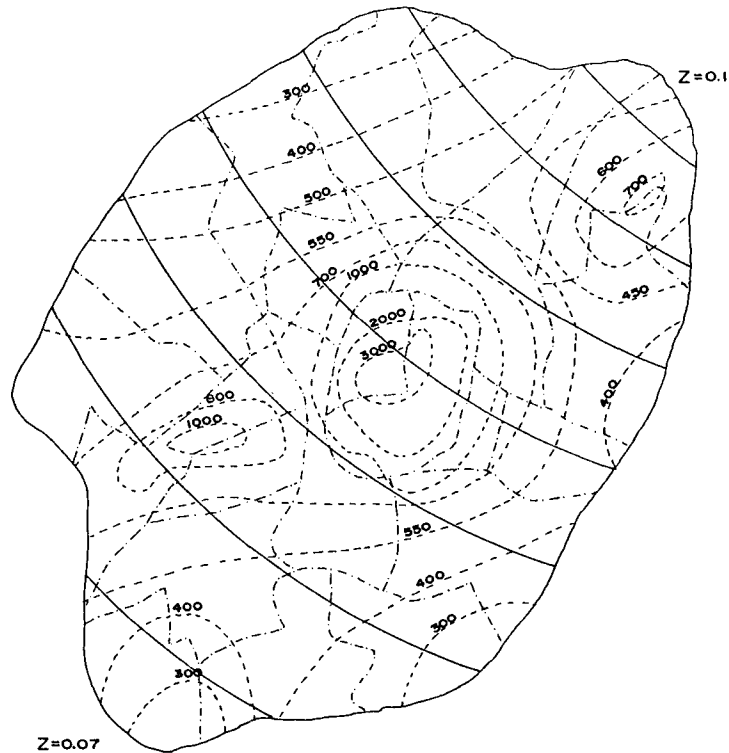


Fig 1. Ordenadas espectrales y número de estructuras por km² y por unidad de tiempo

$c_0=0.05$, $\alpha_4=3.75 \times 10^{-4}$, $\alpha_5=3.3$, $b=12$, y el procedimiento de perturbaciones se llega a los valores consignados en la tabla 1. W representa el costo de todas las estructuras, W_0 el costo de todas las estructuras si no se zonifica. El incremento en costo debido a la zonación es de 4 por ciento. Esta zonación se presenta en la fig 2.

Procedimiento iterativo

Esta solución conduce a los mismos resultados que el método de perturbaciones, siendo la parte más laboriosa la que corresponde a igualar los costos entre las dos fronteras.

CONCLUSIONES

Presentamos en este trabajo la solución al problema de dividir en zonas una región de sismicidad conocida, minimizando para ello la esperanza del valor presente del costo total de las estructuras que se encuentran en dicha región, siempre que el problema pueda reducirse a una dimensión. Se consideran los costos iniciales, los de mantenimiento y los de los daños ocasionados por sismos. (En el apéndice se trata con detalle el caso de sismos cuyos tiempos de arribo se idealizan como un proceso múltiple de *Poisson*.) Se desarrollaron métodos eficientes que optiman fronteras no restringidas, ajustándolas posteriormente a las restricciones jurisdiccionales que se consideren, como pueden ser los límites entre municipios o

Tabla 1 Coeficientes de diseño y costos

| | Valores supuestos | Valores finales |
|-------------|-------------------|-----------------|
| c_1 | 0.10 | 0.11 |
| c_2 | 0.14 | 0.16 |
| c_3 | 0.20 | 0.195 |
| W/C | 7868.40 | 7687.70 |
| $(W-W_0)/C$ | 476.37 | 295.68 |

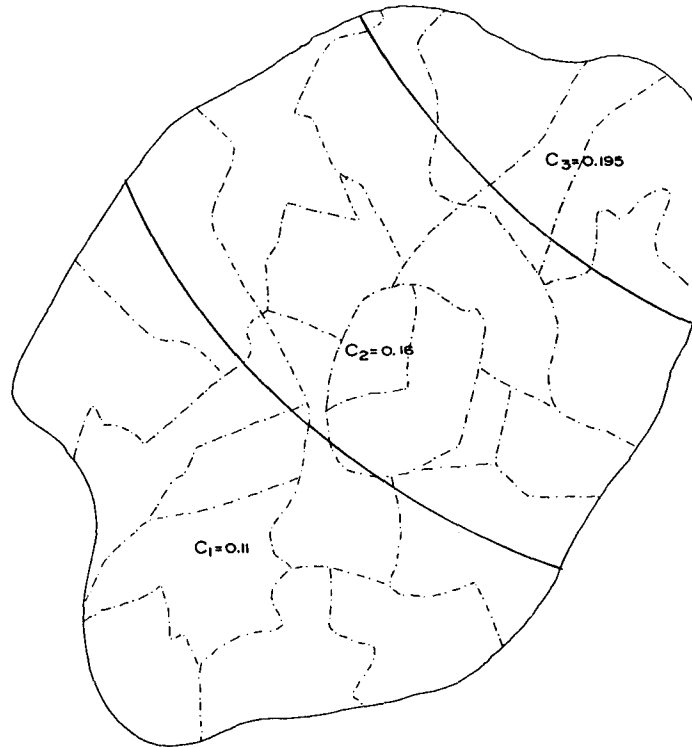


Fig 2. Zonación sin restricciones

bien, por ejemplo, calles según se trate de zonación o microzonación. Se demuestra que las fronteras óptimas sin restricción coinciden con curvas de sismicidad constante y que, cuando se cumplen ciertas condiciones de continuidad, estas fronteras deben ser tales que el costo total de una estructura sea igual a ambos lados de cada frontera. Se describen métodos eficientes de solución. Los diferentes métodos propuestos se ilustran con ejemplos.

RECONOCIMIENTO

Agradecemos a Mario Ordaz la revisión crítica del manuscrito y sus sugerencias constructivas.

APÉNDICE

Se presenta con detalle la deducción de las ecuaciones de los coeficientes óptimos para el caso de los temblores originados por un proceso múltiple de Poisson, sin tener en cuenta incertidumbres en las fórmulas de atenuación ni en las propiedades estructurales.

La esperanza del valor presente de los costos iniciales de las estructuras que se construyan en el punto (x,y) será, por unidad de área,

$$\bar{u} = \phi u \quad (A1)$$

donde ϕ es la esperanza del valor presente de las estructuras que se construirán por unidad de área en el punto (x,y) , y u el costo inicial de una estructura diseñada con el coeficiente c , el que con base en estudios realizados por Whitman y col (1973), Grandori (1977), Ferrito (1984), Rosenblueth (1987) y Vargas y Jara (1989) es razonable adoptar $u = [1 + \alpha_2(c - c_0)^{\alpha_3}]C$ cuando $c \geq c_0$, y $u = C$ si $c \leq c_0$, donde, si no se diseñara la estructura para resistir sismo, C sería su costo inicial y c_0 sería su resistencia lateral; α_2 y α_3 son constantes. La esperanza del valor presente del número de estructuras que se erigirán por unidad de área es $\phi = \int_0^{\infty} \psi(t) e^{-\gamma t} dt$, donde $\psi(t)$ es la esperanza del número de estructuras que se construirán por unidad de área y por unidad de tiempo, y γ la tasa de descuento. (Si $\psi(t) = \psi$ y γ son independientes del tiempo, entonces

$\phi = \psi/\gamma$.) De acuerdo con lo anterior la ec A1 se convierte en

$$\bar{u} = \phi [1 + \alpha_2 (c - c_0)^{\alpha_3}] C \quad (A2)$$

Sean ahora $\kappa = \kappa(z) = -d\lambda/dz$ la densidad de ocurrencia de los sismos con intensidad z , $\lambda = \lambda(z)$ la tasa de excedencia de z , y L_z la pérdida por un sismo de intensidad z en el instante en que ocurre este. Si suponemos que a raíz de todo temblor se restituye a la estructura su condición original y que la estructura se construyó en el instante $t=0$, entonces la esperanza del valor presente de la pérdida debida al primer sismo con intensidad comprendida entre z y $z+dz$ vale

$$v_{z1} dz = L_z \kappa \int_0^{\infty} e^{-(\gamma + \kappa)t} dt = L_z \kappa dz / (\gamma + \kappa) \quad (A3)$$

La del segundo temblor con intensidad en este intervalo, $v_{z2} dz$, será $v_{z1} dz$ por $\kappa/(\gamma + \kappa)$, y así sucesivamente. Por tanto la contribución de todos los temblores con intensidad en $(z, z+dz)$ será

$$dv_z = L_z \sum_{n=1}^{\infty} [\kappa / (\gamma + \kappa)]^n dz = L_z (\kappa / \gamma) dz \quad (A4)$$

(Rosenblueth, 1976). Se sigue de aquí que la esperanza del valor presente de las pérdidas debidas a todos los sismos en una estructura construida en $t=0$ vale

$$v = (1/\gamma) \int_0^{z_m} L_z \kappa dz \quad (A5)$$

donde z_m es la máxima intensidad que puede ocurrir en el sitio de interés.

Si la estructura se hubiera construido en el instante $t \geq 0$, esta sería también la esperanza del valor actualizado al tiempo t , de las pérdidas causadas por todos los temblores que ocurrirán en tiempos ulteriores. Dado que entre el instante t y el $t+dt$ se construirán $\psi(t)dt$ estructuras por unidad de área, la esperanza del valor presente de las pérdidas por unidad de área valdrá

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \psi e^{-\gamma t} dt = (\phi/\gamma) \int_0^{z_m} L_z \kappa dz \quad (A6)$$

Tomaremos L_z como constituida por dos términos, el primero de los cuales representa los daños materiales directos que sufre el edificio mismo ante el embate de un temblor de intensidad z . Escribiremos este término en la forma $L_z = u\xi(z, c)$. La función ξ debe ser creciente con z , decreciente

al aumentar c y tal que $\lim_{z \rightarrow 0} \xi = 0$ y $\lim_{z \rightarrow \infty} \xi = 1$. Además debe tender muy rápidamente a cero cuando z tiende a cero pues sabemos que los temblores de muy baja intensidad no causan daño alguno. El segundo término representa los demás daños (económicos indirectos y no económicos) que los sismos causan a la sociedad; debe ser insignificante cuando ξ es pequeño, pues entonces el contenido de los edificios prácticamente no sufre ningún daño, y debe tender a una cantidad muy superior al primer término cuando este se aproxima a uno, pues se trata entonces de edificios que sufren colapso, causando generalmente la pérdida casi total de su contenido, la pérdida de numerosas vidas humanas y el desquiciamiento de la economía en el área afectada. Atendiendo a estas consideraciones tomaremos $L_z = u\xi(z, c)[1 + b\xi(z, c)]$ donde b es un factor apreciablemente mayor que uno. Según datos y análisis de Esteva y col (1988) y de Ordaz y col (1988 y 1992), dado un temblor caracterizado por z , la esperanza de la pérdida por daños materiales al edificio mismo en el momento del temblor es proporcional la potencia 1.6 del cociente $\zeta = z/c$ de la intensidad al coeficiente de diseño en el intervalo $1 \leq \zeta \leq 7$. De acuerdo con los datos empíricos y las consideraciones hechas se toman las siguientes expresiones para $\xi(z, c) = \xi(\zeta)$: $\xi(\zeta) = 0.025\zeta^6 - 0.015\zeta^9$ si $\zeta \leq 1$ y $\xi(\zeta) = (0.188 + \zeta^{1.8}) / (117.8 + \zeta^{1.8})$ si $\zeta > 1$ (fig A). Sustituyendo en la ec A6 obtenemos

$$\bar{v} = \frac{\phi u}{\gamma} \int_0^{z_m} \xi(z/c) (1 + b\xi(z/c)) \kappa(z) dz \quad (A7)$$

De acuerdo con Cornell y Vanmarcke tomaremos la tasa de excedencia de las magnitudes de los temblores que se originan en una provincia tectónica como

$$\lambda(M) = \alpha_1 (e^{-\beta M} - e^{-\beta M_m}) \quad (A8)$$

donde M significa magnitud, M_m es el valor máximo de M que puede generarse en la provincia, y α_1 y β son constantes. Por otra parte, la mayoría de las fórmulas de atenuación suministran la aceleración, velocidad y desplazamiento máximos del terreno, así como las ordenadas de los espectros de respuesta para un periodo y un grado de amortiguamiento dados, a distancias grandes del origen, como z igual a una función de las coordenadas focales y de las del sitio de interés multiplicada por $\exp(\beta'M)$ donde β' es una constante. Combinando esta expresión con la ec A8 obtenemos

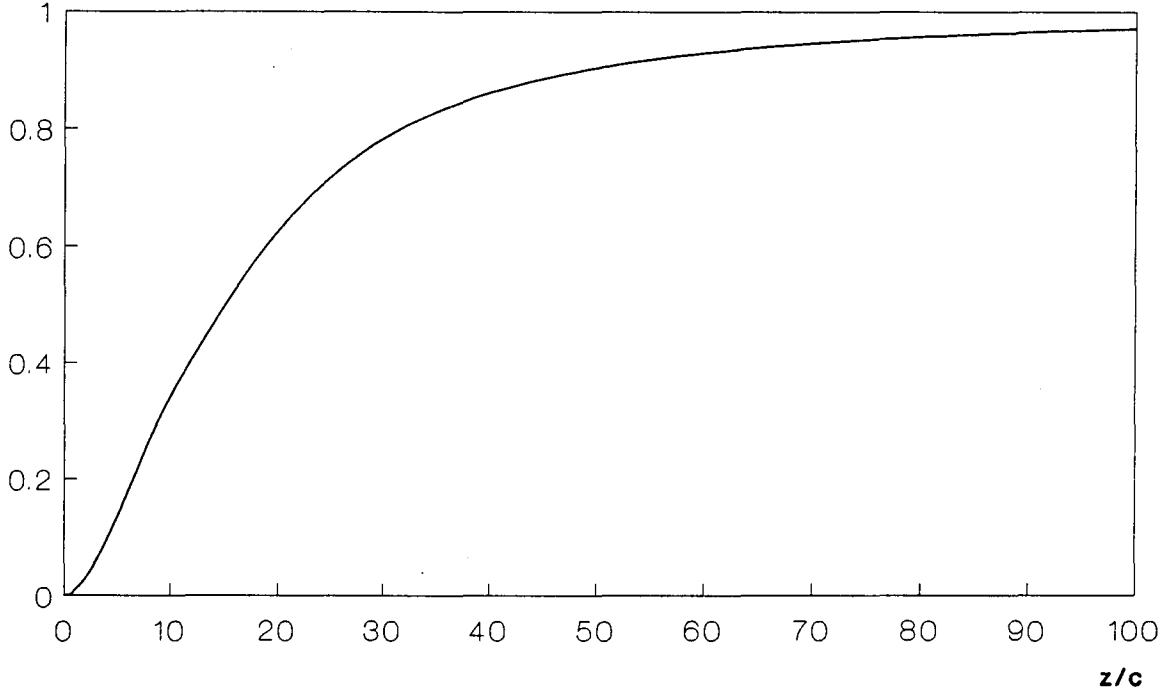


Fig A. Variación de ξ en función de z/c

$$\lambda(z) = \alpha_4 (z^{-\alpha_5} - z_m^{-\alpha_5}) \quad (A9)$$

donde α_4 y α_5 son constantes. La expresión de λ es válida cuando el material de la corteza se comporta linealmente entre la fuente y el sitio de interés, y la distancia entre este y la fuente es grande en comparación con las dimensiones del área de ruptura. Entonces podemos escribir

$$\kappa(z) = \alpha_4 \alpha_5 z^{-\alpha_5-1} \quad (A10)$$

sustituyendo en la ec A7 resulta

$$\bar{v} = \frac{\alpha_4 \alpha_5 \phi u}{\gamma} \int_0^{z_m} \frac{\xi(z/c)(1+b\xi(z/c))}{z^{\alpha_5+1}} dz \quad (A11)$$

que con el cambio de variable $\zeta=z/c$ se convierte en

$$\bar{v} = \frac{\alpha_4 \alpha_5 \phi u}{\gamma c^{\alpha_5}} \int_0^{\zeta_m} \frac{\xi(\zeta)(1+b\xi(\zeta))}{\zeta^{\alpha_5+1}} d\zeta \quad (A12)$$

donde $\zeta_m = z_m/c$.

Si no zonificáramos, el coeficiente óptimo de diseño sería el que minimizara el costo total dado por la suma de las ecs A2 y A12. El valor de c óptimo se puede calcular numéricamente de manera que minimice w .

Una vez definidas las fronteras de la zona k el costo total está dado por

$$W_k = u[(F_k - F_{k-1}) + (G_k - G_{k-1})/c_k^{\alpha_5}] \quad (A13)$$

donde $F_k = \iint \phi dy dx$ y

$$G_k = \frac{\alpha_5}{\gamma} \iint \alpha_4 \phi \int_0^{\zeta_m} \frac{\xi(\zeta)(1+b\xi(\zeta))}{\zeta^{\alpha_5+1}} d\zeta dy dx ;$$

estas dobles integrales cubren el área en que $c \leq c_k$. De igual forma que en el caso anterior, se calcula c_k óptimo numéricamente de manera que W_k sea mínimo. La forma de la ec A13 no cambia en lo esencial cuando se consideran otras formas funcionales de la tasa de excedencia y arribos no poissonianos de los temblores ni cuando se reconocen las incertidumbres mencionadas.

REFERENCIAS

- Bongers, C** (1980), *Standardization*, Martinus Nijhoff Publishing, Boston, La Haya, Londres
- Cornell, C A y Vanmarcke, E** (1969), "The major influences on seismic risk", *Memorias IV Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica*, Santiago de Chile, Chile, pp A169-83
- Esteva, L, Díaz, O, Terán, A y García, J** (1988), "Costos probables de daños causados por temblores en construcciones", Informe del proyecto 8750, Instituto de Ingeniería, UNAM, México
- Ferrito, J M** (1984), "Economics of seismic design for new buildings", *Journal of Structural Engineering*, ASCE 110, No 12, pp 2925-37, dic
- García-Pérez, J y Rosenblueth, E** (1994), "Zonación sísmica para minimización del costo inicial en problemas reducibles a una dimensión", *Ingeniería Sísmica*, 47, ago
- Grandori, G** (1977), "Seismic zoning as a problem of optimization", *Proc Second International Conference on Structural Safety and Reliability*, Munich, pp 613-24
- Lind, N C** (1975), "Optimization of a discrete solution set", Univ of Waterloo, Solid Mechanics Division Report
- Lind, N C, Rukos, E y Barrera, R** (1976), "Optimación de catálogos de productos estandarizados", Instituto de Ingeniería, UNAM, México, 374, jul
- Ordaz, M, Jara, J M y Singh, S K** (1988), "Riesgo sísmico y espectros de diseño en el estado de Guerrero", Informe de los proyectos 8782 y 9745, Instituto de Ingeniería, UNAM, México
- Ordaz, M, Meli, R, Montoya-Dulché, C, Sánchez, L y Pérez-Rocha, L E** (1992), "Data base for seismic risk assessment in Mexico City", *International Symposium on Earthquake Disaster Prevention*, CENAPRED, México, III, pp 99-109, may
- Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal** (1987), Diario Oficial de la Federación, jul
- Rosenblueth, E** (1976), "Optimum design for infrequent disturbances", *Proc ASCE, Journal of the Structural Division*, 102, ST9, pp 1807-25, sep
- Rosenblueth, E** (1977), "Optimum regionalization", *Proc Second International Conference on Structural Safety and Reliability*, Munich, pp 575-92
- Rosenblueth, E** (1987), "What should we do with structural reliabilities", *Reliability and Risk Analysis in Civil Engineering, Proc Fifth International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*, Waterloo, Ontario, pp 24-34, may
- Vargas, E y Jara, J M** (1989), "Influencia del coeficiente sísmico de diseño en el costo de edificios con marcos de concreto", *Memorias VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, Gro, pp D30-39, nov
- Whitman, R V , Biggs, J M, Brennan, J, Cornell C A, de Neufville, R y Vanmarcke, E** (1973), "Summary of methodology and pilot application", *Seismic Decision Analysis Report No. 9*, MIT Dept of Civil Engineering, Cambridge, MA, oct