

UN METODO PARA EL CALCULO APROXIMADO DE ESPECTROS DE RESPUESTA SISMICA Y ALGUNAS APLICACIONES



Eduardo Reinoso¹, Mario Ordaz^{2,4}, Francisco J. Sánchez-Sesma^{1,2} y Shri K. Singh^{3,4}

RESUMEN

Se propone un método basado en la teoría de vibraciones casuales para calcular en forma aproximada valores esperados de espectros de respuesta. Con base en trabajos recientes se presentan tres aplicaciones del método para la Ciudad de México: (1) cálculo rápido a partir de acelerogramas registrados, (2) predicción de espectros esperados ante temblores futuros y (3) postdicción de los mismos ante temblores ya ocurridos pero en sitios donde recientemente se han instalado acelerómetros.

INTRODUCCIÓN

La mayor parte de las estructuras que se erijan dentro de una región sísmica deben diseñarse explícitamente para que resistan efectos propios de los temblores. Por esta razón en la mayoría de los reglamentos de construcción en estas zonas se propone el uso de espectros de diseño que dependen en general de los resultados

1 Centro de Investigación Sísmica, Fund. Javier Barros Sierra.

2 Instituto de Ingeniería, UNAM.

3 Instituto de Geofísica, UNAM.

4 Centro Nacional de Prevención de Desastres.

del análisis de riesgo sísmico y en particular del cálculo de espectros de respuesta.

Este escrito tiene como objetivo presentar en forma práctica y concreta un método basado en la teoría de vibraciones casuales (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956; Davenport, 1964; Boore, 1983; Vanmarcke, 1976; Papoulis, 1985; Chávez y Sánchez-Sesma, 1986; Ordaz y Reinoso, 1987; Reinoso, 1990), que ha resultado tan eficiente que puede ser usado como alternativa al cálculo riguroso de espectros (por ejemplo método beta de Newmark y transformada de Fourier) por requerir menos recursos de cómputo para su aplicación.

Para calcular espectros de respuesta esperados con este método es necesario conocer el espectro de amplitudes de Fourier de aceleración y la duración de la etapa intensa del movimiento, los cuales se pueden calcular a partir de una señal dada o estimar con base en métodos semiempíricos. Es por esto por lo que este método se puede aplicar para estimar espectros de respuesta que se pudieran presentar ante futuros temblores y, en el caso de la Ciudad de México, ante pasados sismos.

MÉTODO PROPUESTO

A continuación se indican los pasos para aplicar el método.

1 Cálculo, si existe un acelerograma $a(t)$, o estimación, a partir de modelos teóricos y/o de regresión, del espectro de amplitudes de Fourier $|A(\omega)|$.

2 Cálculo o estimación de la duración de la fase intensa del movimiento T_s . Esta duración no tiene una definición muy precisa pero se ha encontrado que, tratándose de temblores registrados en la Ciudad de México, los resultados obtenidos son razonablemente buenos cuando T_s es la duración de Brady y Trifunac (1975) basada en una cantidad proporcional a la intensidad de Arias I_A de la señal (Arias, 1969), dada por

$$I_A = \int_0^{D_t} a^2(t) dt, \quad (1)$$

en donde D_t es la duración total del acelerograma. La duración T_s será entonces el lapso comprendido entre los instantes en que se alcanzan el 5 y el 95% de I_A . En la fig 1 se ilustra la obtención de T_s .

Para estimar T_s podemos recurrir a observaciones de los temblores ya ocurridos, como se mencionará más adelante.

3 Cálculo, para cada frecuencia del oscilador, Ω , de:

a) El producto

$$| Y(\Omega, \omega) | = | A(\omega) | \cdot | H(\Omega, \omega) | \quad (2)$$

donde

$$| H(\Omega, \omega) | = \left[\frac{1}{(1 - (\omega/\Omega)^2)^2 + 4\xi^2(\omega/\Omega)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

es el módulo de la función de transferencia del oscilador elemental (aceleración a pseudoaceleración) y donde ξ es la fracción del amortiguamiento crítico (usualmente 5%).

b) Cálculo de las integrales M_0 y M_2 dadas por:

$$M_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^k | Y(\Omega, \omega) |^2 d\omega, \quad k=0,2 \quad (4)$$

c) Cálculo de la raíz cuadrada media de la aceleración, \dot{y}_{rcm} :

$$\dot{y}_{rcm} = \left[\frac{M_0}{T_{rcm}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

donde T_{rcm} es la duración de la respuesta. Para obtenerla Boore y Joyner (1984) proponen el siguiente resultado empírico calibrado para temblores ocurridos en California:

$$T_{rcm} = T_s + \frac{1}{2\pi\xi f} \cdot \frac{(T_s f)^3}{(T_s f)^3 + 1/3} \quad (6)$$

donde $f = \Omega/2\pi$.

d) Obtención de un factor pico F_p que, de acuerdo con la teoría de vibraciones casuales (Cartwright y Longuett-Higgins, 1956 y Davenport, 1964) se obtiene con la aproximación asintótica

$$F_p = (2 \text{Ln } N)^{0.5} + \frac{\gamma}{(2 \text{Ln } N)^{0.5}} \quad (7)$$

donde $\gamma = 0.577\dots$ es la constante de Euler y N se define como el número de cruces de la señal por el eje del tiempo, estimada por

$$N = \frac{T_{rcm}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{M_2}{M_0}} \quad (8)$$

e) Por último se calcula el valor esperado de la pseudoaceleración

A_{\max} :

$$E(A_{\max}) = F_p \dot{y}_{rcm} \quad (9)$$

En resumen, con las expresiones 1 a 9 es posible obtener, en forma rápida y aproximada, las esperanzas de las ordenadas espectrales de respuesta tanto de señales registradas como de estimaciones de $|A(\omega)|$ y de T_s .

VERIFICACIÓN DEL MÉTODO

Con objeto de calibrar este método (Ordaz y Reinoso, 1988) se procesaron 40 acelerogramas registrados en diversas estaciones dentro de la Ciudad de México. Los temblores considerados cubren una amplia gama de magnitudes y distancias focales, así como varios mecanismos de falla. En todos los casos se calcularon los espectros de respuesta exactos y se compararon con los obtenidos

aplicando la teoría de vibraciones casuales. Algunos resultados típicos se presentan en la fig 2. Puede verse que en general la comparación es satisfactoria.

Para medir la discrepancia entre las ordenadas espectrales estimadas y las calculadas en forma exacta, se obtuvo, para cada periodo estructural de cálculo, el error relativo. El error relativo promedio, considerando todas las ordenadas de todos los espectros estudiados fue de 6%; la desviación estándar del error relativo resultó ser de 18%.

Considerando que en el contexto de un reglamento de construcciones los espectros de respuesta sirven principalmente para proponer espectros de diseño, se calcularon el error con que se predicen los máximos del espectro de respuesta y el error cometido al estimar la posición de éstos. Se obtuvo que, en promedio, los máximos se sobrestiman por un factor de 1.06, mientras que el periodo en que ocurren se subestima en 0.013 s. Cabe aclarar, sin embargo, que en algunos de los casos estudiados, el error alcanzó valores del orden de 30%.

EJEMPLOS DE APLICACIÓN PARA LA CIUDAD DE MEXICO

A) CÁLCULO RÁPIDO

Dado que los espectros obtenidos con el presente método son estimadores razonables de los espectros exactos, podemos recurrir a su uso empleando menos recursos de cómputo y obteniendo ahorros de tiempo considerables.

En cálculos realizados previamente (Reinoso *et al*, 1990) se observó que el método propuesto es hasta 150 veces mas rápido que el cálculo exacto a través del método de la transformada rápida de Fourier. Sin embargo, debe recordarse que los espectros esperados son sólo estimadores de los valores exactos; esto debe tenerse presente en las aplicaciones en que se requiera mucha precisión.

B) RIESGO SÍSMICO

Un estructurista debe diseñar sus obras para que resistan los terremotos que probablemente se presentarán durante la vida útil de las mismas. Por esto se han creado métodos empíricos y semiempíricos para predecir las características de estos movimientos y poder calcular espectros de respuesta esperados para finalmente obtener espectros de diseño. Como se mencionó, $|A(\omega)|$ y T_s son los únicos datos necesarios.

Obtención de $|A(\omega)|$ en terreno firme

Es posible estimar estos espectros usando los resultados de Castro et al (1988), basados en un análisis regresional de los acelerogramas registrados en Ciudad Universitaria (CU). Para sitios firmes no lejanos de la fuente, se pueden usar modelos teóricos para estimar $|A(\omega)|$ (ver, por ejemplo, Boore, 1983; Singh et al, 1989).

Obtención de $|A(\omega)|$ en zonas de transición y de lago

Si conocemos la estratigrafía del sitio, podemos aplicar el modelo de Thompson-Haskell (Haskell, 1962), obteniendo la función de transferencia teórica. Por otro lado Singh et al (1988) proponen el uso de funciones de transferencia empíricas, definidas como el cociente entre dos $|A(\omega)|$ suavizados, para el mismo temblor y para el mismo componente, en donde el numerador es $|A(\omega)|$ en zona de lago o transición y el denominador es $|A(\omega)|$ de terreno firme (usualmente Ciudad Universitaria).

Las funciones de transferencia empíricas tienen como limitante que sólo se pueden obtener en sitios en donde se haya registrado el temblor mientras que para las teóricas se requiere de información estratigráfica. En cualquiera de los dos casos, se obtiene $|A(\omega)|$ del sitio deseado al multiplicar la función de transferencia por $|A(\omega)|$ en terreno firme.

Estimación de T_s

En las duraciones que se han calculado para temblores ocurridos durante los últimos cinco años, hemos encontrado que estas son, al parecer, constantes para temblores con magnitud ≥ 7 . En la fig 3 se presenta un mapa de isoduraciones en el valle de México para el componente NS del temblor del 25 de abril de 1989 ($M \approx 7$), tomando en cuenta los datos proporcionados por el Centro de Instrumentación y Registro Sísmico y por el Instituto de Ingeniería. Estas duraciones son similares a las calculadas para los terremotos del 19 y 21 de septiembre de 1985, por lo que podemos esperar duraciones de este orden al menos para temblores de subducción con $M \geq 7$.

Espectros de diseño para el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, 1987

Para este reglamento (Rosenblueth et al, 1987) a partir de $|A(\omega)|$ propuestos (fig 4) se calcularon los espectros de respuesta esperados que provocarían cuatro posibles fuentes sísmicas: temblores de subducción o de la costa, falla normal de la placa de Cocos subducida, falla en la placa de Norteamérica tipo Acambay y falla dentro del valle de México. Adicionalmente se estimó T_s según los datos de los sismos de 1985 para finalmente obtener los espectros de respuesta en la zona I o de terreno firme. Los espectros de respuesta para las zonas II (de transición) y III (de lago), fueron obtenidos calculando las funciones de transferencia de algunos sitios con ayuda del método de Thomson-Haskell. En la fig 5 se muestran algunos resultados representativos de este trabajo.

Temblores postulados en la brecha de Guerrero

Recientemente Ordaz et al (1989), realizaron un trabajo en que estimaban los espectros de respuesta que se presentarían en el valle de México ante varios temblores postulados en la brecha de Guerrero. Los $|A(\omega)|$ en terreno firme (fig 6) fueron predichos con el método de Castro et al (1988), los $|A(\omega)|$ en zonas de lago y transición se obtuvieron multiplicando el $|A(\omega)|$ en zona firme por

las funciones de transferencia empíricas obtenidas para los temblores ocurridos hasta esa fecha, así como la duración T_s . Algunos resultados representativos de este trabajo se muestran en la fig 7.

C) POSTDICCION DE ESPECTROS DE RESPUESTA

Con ayuda de este método es posible también estimar espectros de respuesta de temblores que hayan ya pasado y de los que se tenga algún registro. Concretamente en CU (estación CUIP) existen acelerogramas que se han registrado desde 1964. Si obtenemos $|A(\omega)|$ de cada registro, lo multiplicamos por las funciones de transferencia empíricas y aplicamos el método, podremos obtener los espectros de respuesta que se hubieran podido calcular para temblores que ya ocurrieron. Esto es particularmente útil si se desea tener una mejor idea de los espectros de respuesta que se pudieron haber presentado en sismos anteriores en sitios donde se contaba con acelerómetros y relacionarlos con las intensidades entonces observadas.

Para el 19 de septiembre de 1985

Durante el gran sismo de 1985 únicamente cinco estaciones acelerométricas (SCT, CDAF, CDAO, TLHB y TLHD) registraron el movimiento dentro de la zona de lago y sólo una (SCT) se encontraba en la zona de daño severo, zona en que se alcanzaron aceleraciones espectrales para $\xi=0.05$ hasta de $1g$. Es deseable conocer los niveles de aceleración alcanzados en las zonas de daño grave (Centro, colonia Juárez, colonia Campestre Churubusco, etc). Se han realizado algunos trabajos para sustituir esta falta de información y poder cuantificar la intensidad del movimiento en el valle (por ejemplo Iglesias, 1988).

Gracias a la red ya instalada en el valle de México, que ha registrado dos sismos de magnitud moderada y cuatro o cinco de pequeña magnitud, es posible estimar, con el método propuesto, espectros de respuesta que se pudieron haber presentado en 1985.

En un trabajo reciente (Ordaz et al, 1988) se estimaron los espectros de respuesta de pseudoaceleración para $\xi=0.05$, del terremoto del 19 de septiembre de 1985 en 22 sitios de la zona de lago además de los cinco sitios en donde se registró el movimiento. A diferencia de la predicción de $|A(\omega)|$, este trabajo se realizó con el $|A(\omega)|$ observado en Ciudad Universitaria (estación CUIP). Se utilizaron las funciones de transferencia empíricas para obtener los $|A(\omega)|$ en los sitios en zonas de lago y transición. La duración de la fase intensa del movimiento estimada fue de 71 s y se supuso que el comportamiento no lineal de la arcilla durante este temblor fue despreciable. En la fig 8 se presentan los espectros de respuesta más representativos calculados en ese trabajo.

Para el 14 de marzo de 1979

Para este temblor seguimos el mismo procedimiento presentado anteriormente. Se estimaron los espectros de respuesta en la colonia Campestre Churubusco y en Culhuacán, en donde se han registrado acelerogramas durante sismos recientes, de los que hemos obtenido funciones de transferencia empíricas; estos son sitios cercanos a donde se encontraba la Universidad Iberoamericana que durante este temblor sufrió colapso total. Multiplicamos el $|A(\omega)|$ observado en CU por estas funciones de transferencia y obtuvimos los espectros de respuesta esperados para $\xi=0.05$. En la fig 9 se muestran estos espectros comparados con los de diseño que regían en aquel momento. Se observa que los espectros de respuesta son sensiblemente mayores, lo que confirma que esta zona de la ciudad es muy vulnerable y que había experimentado grandes aceleraciones antes de 1985.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El uso del método propuesto para estimar espectros de respuesta resulta tan rápido, práctico y eficiente que, en ciertas aplicaciones, puede usarse como alternativa rápida al cálculo

exacto.

Las ventajas que el método presenta son sus aplicaciones al análisis de riesgo sísmico cuando se desea conocer los posibles espectros de respuesta que se presentarán en algunos sitios ante eventos futuros o bien cuando se desee conocer espectros de temblores que ya hayan ocurrido y de los cuales se cuente con un espectro de amplitudes de Fourier en terreno firme.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración de Alejandra Arciniega en diversas etapas de este trabajo y los valiosos comentarios de Emilio Rosenblueth. Los acelerogramas procesados fueron obtenidos tanto por el Centro de Instrumentación Sísmica de la Fundación Javier Barros Sierra, AC como por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Este trabajo ha sido parcialmente patrocinado por el Departamento del Distrito Federal y por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

REFERENCIAS

- Arias, A., 1969, "A measure of earthquake intensity", *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, Robert Hansen, editor, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, Massachusetts.
- Boore, D.M., 1983, "Stochastic simulation of high-frequency ground motions based on seismological models of the radiated spectra", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 1865-1894.
- Boore, D.M. y Joyner, W.B., 1984, "A note on the use of random vibration theory to predict peak amplitudes of transient signals", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, 2035-2039.
- Cartwright, D.E. y Longuet-Higgins, M.S., 1956, "The statistical distribution of the maxima of a random function", *Proc. Royal Soc. London*, A237, 212-232
- Castro, R., Singh, S.K. y Mena, E., 1988, "An empirical model to predict Fourier amplitude spectra of horizontal ground motion", *Earthquake Spectra*, 4, 675-685.
- Chávez, F.J. y Sánchez-Sesma, F.J., 1986, "SPECTRA-86, Un programa de computadora para el cálculo de espectros de respuesta en formaciones estratificadas", *Fundación Javier Barros Sierra, AC*.
- Davenport A.G., 1964, "Note on the distribution of the largest

value of a random function with application to gust-loading", *Proc. of the Institute of Civil Engineering*, 28.

Haskell, N.A., 1962, "Crustal reflection of plane P and SV waves", *J. Geophys. Res.*, 67, 4751-4767.

Iglesias, J., 1988, "Zonificación sísmica de la Ciudad de México", *Revista IMCYC*, 1, No. 1, Junio.

Ordaz, M. y Reinoso, E., 1987, "Uso de la teoría de vibraciones aleatorias para la determinación de espectros de diseño del Reglamento para las Construcciones del D.F.", *Memorias del VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, Qro, A155-A167.

Ordaz, M., Singh, S.K., Reinoso, E., Lermo, J., Espinosa, J.M. y Domínguez, T., 1988, "Estimation of response spectra in the lake bed zone of the Valley of México during the Michoacán Earthquake of September 19, 1985", *Earthquake Spectra*, 4, Nov. 1988, 815-834.

Ordaz, M., Reinoso, E., Singh, S.K., Vera, E. y Jara, J.M., 1989, "Espectros de respuesta en sitios del valle de México ante temblores postulados en la brecha de Guerrero", *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, Gro. México, A187-A198.

Papoulis, A., 1985, *Probability, random variables and stochastic processes*, McGraw-Hill International Book Company, 2a edición.

Rosenblueth, E., Singh, S.K., Ordaz, M. y Sánchez-Sesma, F.J., 1987, "Espectros de diseño para el Distrito Federal", *Memorias VII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Querétaro, Qro., A1-A17.

Reinoso, E., Ordaz, M. y Sánchez-Sesma, F.J., 1990, "A note on the fast computation of response spectra estimates", *aceptado para su publicación en Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.

Singh, S.K., Lermo, J., Domínguez, T., Ordaz, M., Espinosa, J.M., Mena E. y Quass R., 1988, "The Mexico earthquake of September 19, 1985. A study of amplification of seismic waves in the Valley of Mexico with respect to a hill zone site", *Earthquake Spectra*, 4, Nov. 1988, 653-674.

Singh, S.K., Ordaz, M., Anderson, J.G., Rodríguez, M., Quass, R., Mena, E., Ottaviani, M. y Almora, D., 1989, "Analysis of near-source strong-motion recordings along the Mexican subduction zone", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 79, 1697-1717.

Trifunac M.D. y Brady A.G., 1975, "A study of the duration of strong earthquake ground motion", *Bull. Seism. Soc. Am.*, 65.

Vanmarcke, E.H., 1976, "Structural response to earthquakes", *Seismic risk and engineering decisions*, C. Lomnitz y E. Rosenblueth, editores, Elsevier Publishing Co., Amsterdam, 287-337.

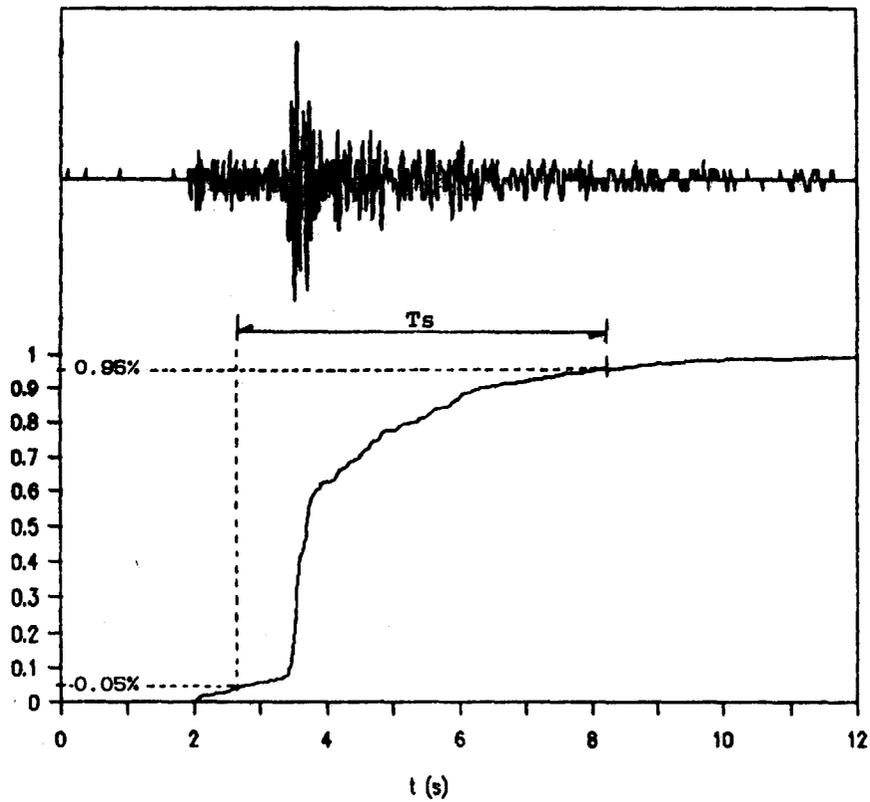
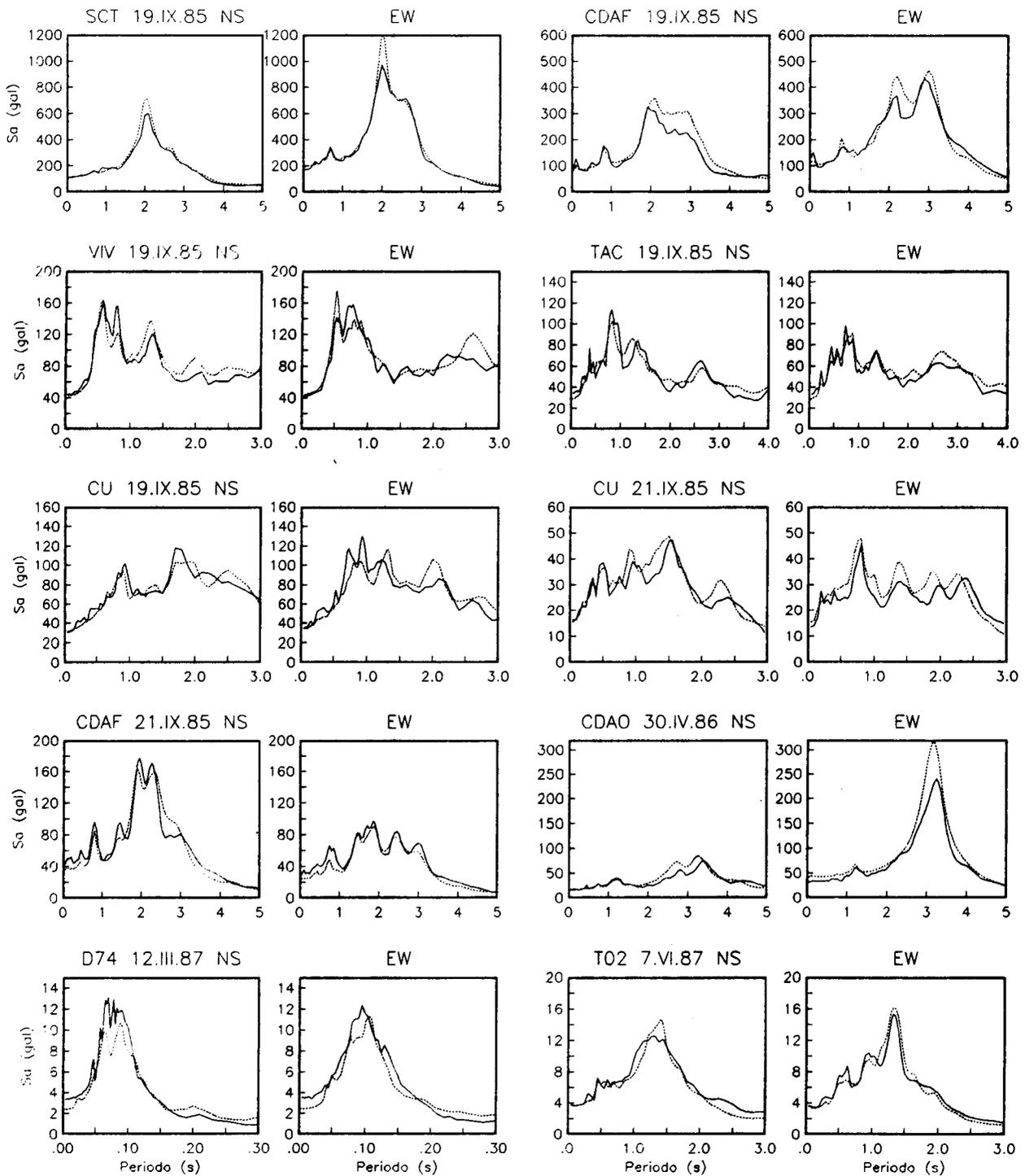


Fig 1 Cálculo de la duración de la etapa intensa de la señal, T_s (tomada de Ordaz y Reinoso, 1987).



SCT : eje central y eje 4 sur
 CDAF : Central de Abastos (frigorífico)
 VIV : Viveros de Coyoacán
 D74 : col. Héroes de Padlierna

CU : Ciudad Universitaria
 CDAO : Central de Abastos (oficinas)
 TAC : Tacubaya
 T02 : col. Vértiz-Narvarte

Fig 2 Comparación entre espectros de respuesta: línea continua, espectros exactos; línea punteada, espectros calculados con el metodo de vibraciones casuales (tomada de Reinoso, et al, 1990).

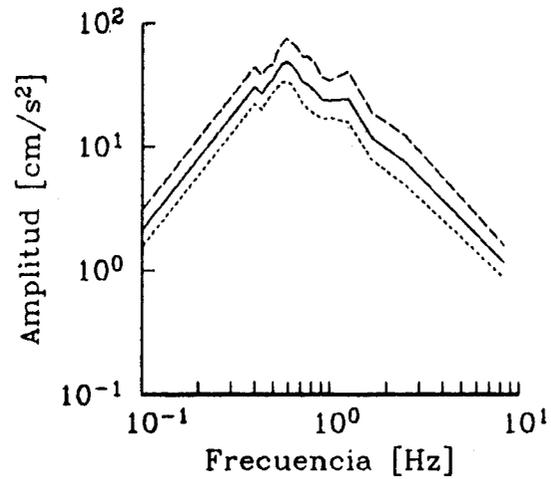


Fig 3 Espectros de amplitudes de Fourier calculados según Castro *et al*, 1988, para un temblor con $M = 8.1$ y distancia de la fuente a CU de 240, 280 y 320 km respectivamente (tomada de Ordaz, *et al*, 1989).

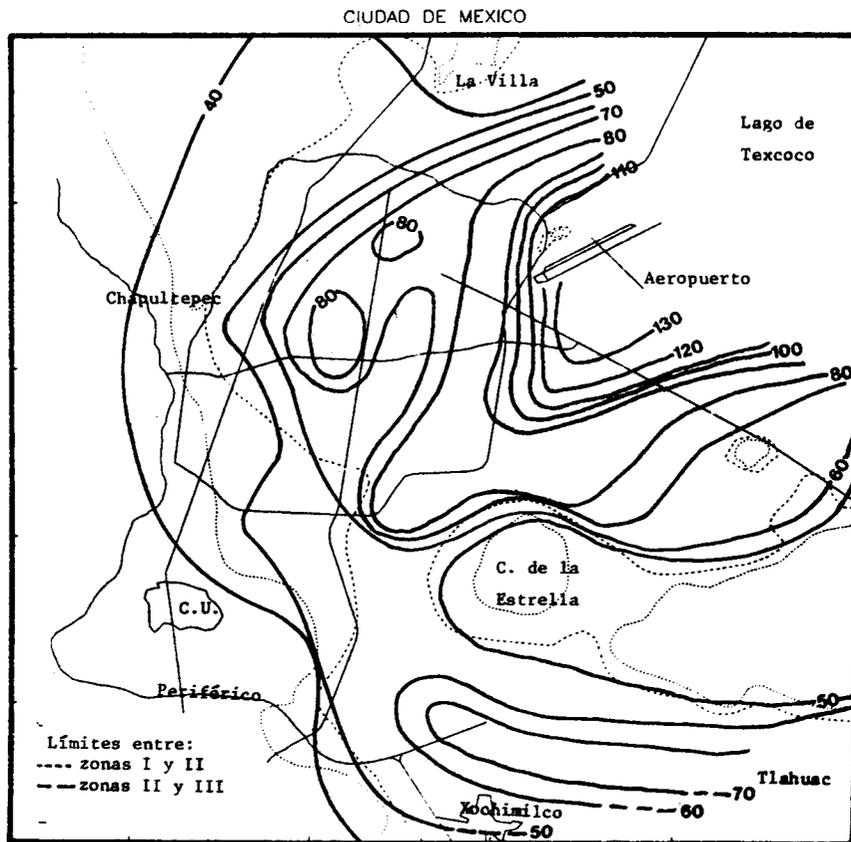


Fig 4 Mapa de isoduraciones, en segundos, de la etapa intensa de la señal en la Ciudad de México (sismo del 25 de abril de 1989, componente EW).

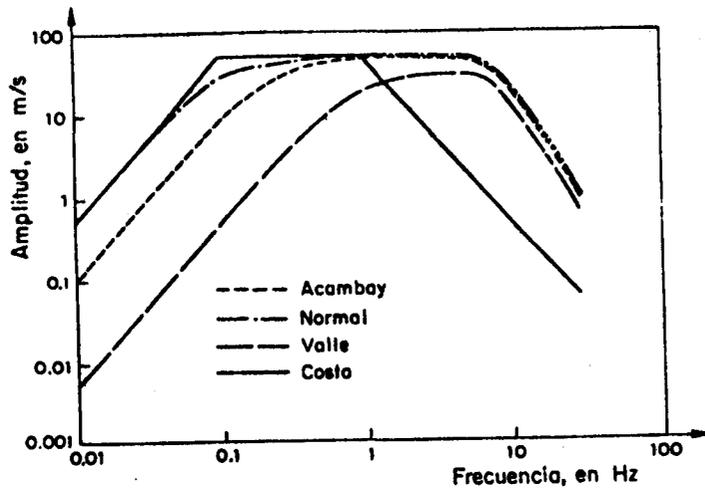


Fig 5 Espectros de amplitudes de Fourier para los cuatro temblores seleccionados (tomada de Rosenblueth, *et al*, 1987).

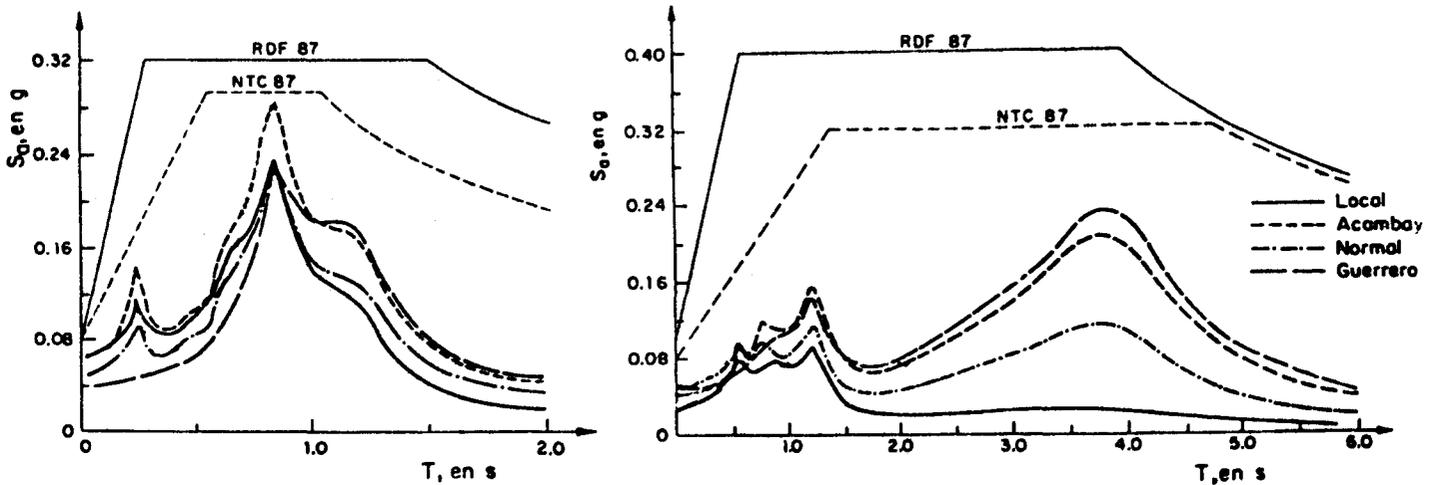


Fig 6 Espectros de respuesta y de diseño (tomada de Rosenblueth, *et al*, 1987): (a) Zona de transición. (b) Zona de lago.

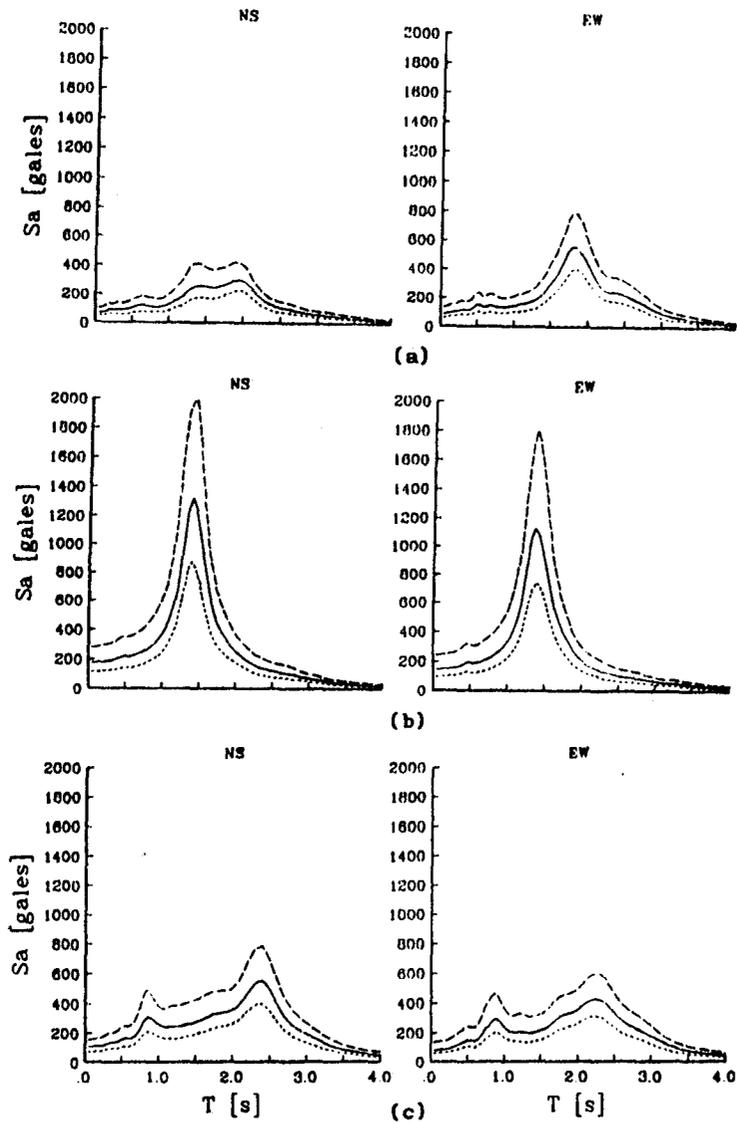
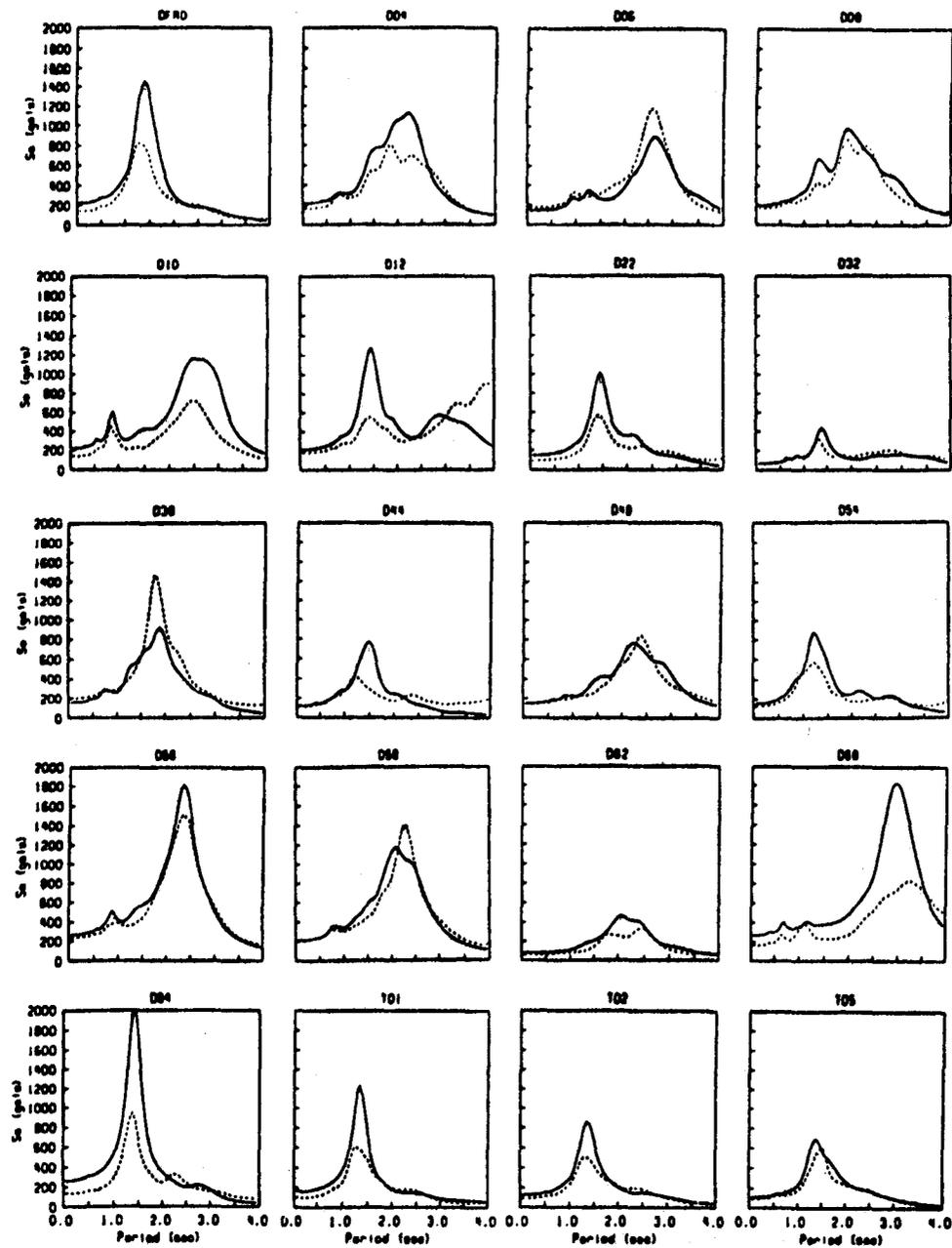


Fig 7 Espectros de respuesta estimados ante un temblor postulado en la brecha de Guerrero con $M = 8.1$ y distancia de la fuente a CU de 240, 280 y 320 km, para tres sitios del valle de México: (a) Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), (b) Culhuacán y (c) colonia Roma (tomado de Ordaz, et al, 1989).



DFRO :	colonia Roma	D04 :	colonia Roma
D06 :	Lucas Alamán y 5 de febrero	D08 :	Nonoalco-Tlatelolco
D10 :	Plutarco E. Calles y Santiago	D12 :	colonia Moctezuma
D22 :	colonia Campestre Churubusco	D32 :	colonia Tepalcates
D38 :	Culhuacán	D44 :	colonia San Rafael
D44 :	San Ildefonso	D54 :	parque Jardines de Coyoacán
D58 :	colonia Roma	D58 :	colonia Juárez
D68 :	eje Central (Centro)	D68 :	Iztapalapa
D84 :	Culhuacán	T01 :	colonia Educación
T02 :	colonia Vertiz-Narvarte	T05 :	colonia Portales

Fig 8 Espectros de respuesta estimados para 20 sitios en zona de lago en donde el terremoto del 19 de septiembre de 1985 no fue registrado. Línea continua, componente NS, punteada, componente EW (tomado de Ordaz, *et al*, 1988).

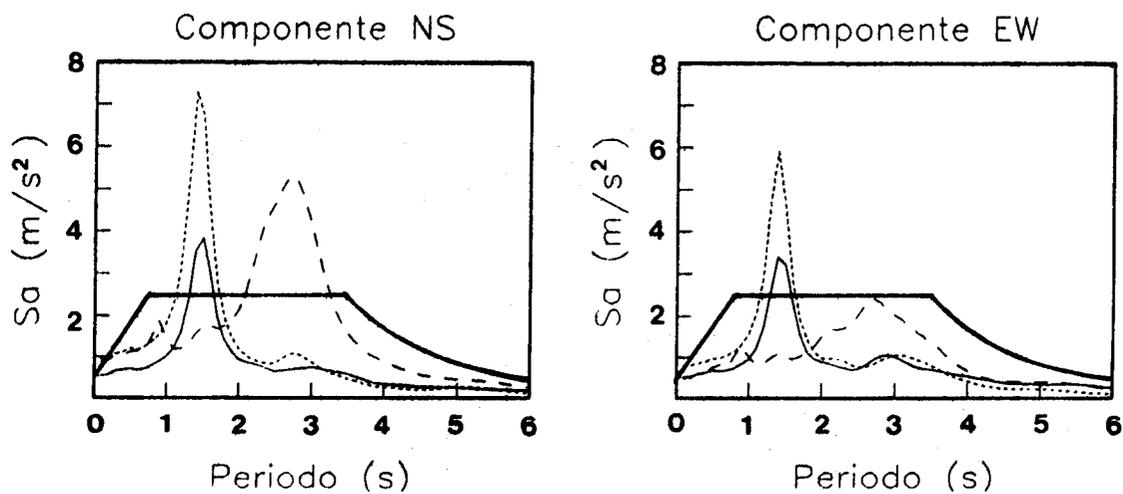


Fig 9 Espectros de diseño para zona de lago vigentes en 1976 y espectros de respuesta estimados para el temblor de 1979 en tres sitios de esta zona: colonia Marte, línea discontinua, Culhuacán, línea punteada y colonia Campestre Churubusco, línea continua.