

ANÁLISIS DE LA RIGIDEZ DE SISTEMAS DE PISO EN SU PLANO **

Enrique Bazan y Juan Dyer *

1. INTRODUCCION Y ALCANCE

Una de las etapas del análisis sísmico de edificios consiste en distribuir las fuerzas cortantes en un entrepiso completo, entre los distintos elementos verticales resistentes a fuerzas laterales, como son muros y/o marcos.

En general, en este paso se supone que las losas de piso constituyen diafragmas infinitamente rígidos en su propio plano; esto es, no se deforman. Esta hipótesis es cuestionable cuando se tienen pisos muy alargados en una dirección; o sea, con una relación de aspecto, ρ , pequeña o cuando el espesor de la losa es relativamente pequeño, pues en estos casos, en particular si los elementos verticales son muy rígidos, las deformaciones del piso en el plano horizontal pueden ser apreciables y dar lugar a distribuciones de fuerzas diferentes de las supuestas en el análisis.

Por otra parte no existen, hasta donde los autores conocen, criterios precisos que establezcan

cuándo la rigidez relativa entre losa y elementos verticales es tal, que la hipótesis de diafragmas infinitamente rígidos conduce a resultados aceptables desde el punto de vista del análisis.

Cuando se trata de losas planas aligeradas tampoco se ha establecido con precisión cuál es la influencia de las nervaduras en la rigidez del sistema de piso en su propio plano.

En la primera parte de este trabajo se presenta un estudio analítico, paramétrico, sobre cómo se distribuyen las fuerzas sísmicas cuando se toma en cuenta la flexibilidad correspondiente a la losa.

En esta parte, el estudio se limita a plantas rectangulares simétricas en la dirección de las fuerzas sísmicas, aunque las conclusiones son aplicables cuando no haya simetría. Las relaciones entre las rigideces de la viga y los resortes del modelo cubren los casos prácticos en los que los elementos verticales son marcos o

* Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM

** Este trabajo fue patrocinado por la Dirección General y Construcción Hidráulica del Departamento del Distrito Federal

muros de mampostería.

Los resultados obtenidos se presentan en formas adimensionales que pueden servir para definir los porcentajes de errores cometidos al considerar la hipótesis de diafragma infinitamente rígido. Además, se propone un método simplificado, pero suficientemente preciso, para estimar la distribución de fuerzas sísmicas en los elementos verticales, cuando la hipótesis de diafragma rígido no es aplicable.

En la segunda parte de este informe, que se refiere al efecto de nervaduras en losas aligeradas, se emplean, combinados, elementos finitos de estado plano de esfuerzos y elementos tipo viga. También aquí el estudio se limita a plantas rectangulares, y los resultados se presentan de una manera adimensional que les da mayor generalidad.

Para los cálculos numéricos se ha empleado el programa SAP IV, descrito en la ref 1; se ha verificado cuidadosamente que la versión disponible en la computadora Burroughs 6800 del Centro de Servicios de Cómputo de la UNAM, conduce a resultados bastante precisos para los fines de este trabajo.

2. INFLUENCIA DE LA RELACION ENTRE RIGIDEZ DEL SISTEMA DE PISO Y DE LOS ELEMENTOS VERTICALES RESISTENTES EN LA DISTRIBUCION DE FUERZAS SISMICAS

2.1 Descripción de modelo y casos estudiados

El modelo del sistema de piso aparece en las figs 1 y 2. Consiste en una viga, que representa al piso, de largo total L , ancho h y espesor t , apoyada en varios resortes igualmente espaciados, que representan a los elementos verticales resistentes a fuerzas sísmicas. Los resortes exteriores tienen una rigidez k_1 , y los interiores k_2 y k_3 , según el caso. Las fuerzas sísmicas que actúan sobre el piso se representan mediante una carga uniformemente distribuida sobre la viga, w .

Como se consideran casos en que la relación de aspecto del piso, $\rho = h/L$, es cercana o igual a la unidad, son importantes las deformaciones por flexión y fuerza cortante en la viga, por lo que ambas se han tomado en cuenta. La rigidez de la losa, o viga, depende estrictamente sólo del producto Et , y de la relación de aspecto de la losa, ρ , y puede medirse mediante la cantidad

$$k_L = \frac{ET}{L^3} \cdot \frac{1}{(1+\alpha)}$$

donde

$$I = th^3/12$$

L_p , separación entre apoyos

$$\alpha = \frac{12 EI}{L_p^2 GA_c}$$

E , módulo de elasticidad de la losa

G , módulo de cortante

A_c , área de cortante de la sección

Aquí se tomó $G = 0.4 E$, que corresponde con $\nu = 0.25$, que es un valor aceptable para concreto, y $A_c = A/1.2$ donde $A = ht$, área de la sección rectangular. Se puede demostrar fácilmente que

$$k_L = \frac{Et}{12} n^3 \rho^3 \frac{1}{(1 + 3 n^2 \rho^2)}$$

donde n es el número de claros iguales.

Para este trabajo, a la relación de aspecto, ρ , se le dieron valores 1/6, 1/4, 1/3 y 1, para las vigas con cuatro apoyos, y 3/16 y 3/4 para las vigas con cinco apoyos.

Para las rigideces de los resortes se consideraron dos casos; $k_1 = k_2 = k_3$ y $k_1 = 10k_2 = 10k_3$, con el segundo caso se trata de incluir sistemas que tienen elementos verticales externos sensiblemente más rígidos que los internos.

Se han tomado valores de las rigideces de los resortes, relativos a la de la losa, tales que la relación k_L/k_1 varía desde 0.0 hasta 2.0,

con incrementos de 0.1.

2.2. Resultados

Los resultados del estudio paramétrico aparecen en las figs 3 a 8. En ellas ambos ejes son adimensionales. En el eje horizontal aparece la relación k_L/k_1 , y en el vertical $(R_\infty/R)_i$ ($i = 1,2,3$), en función de ρ . Se han llamado R_i a la fuerzas que, al hacer el análisis de la viga, corresponden a los resortes. Bajo las hipótesis consideradas en este capítulo estas fuerzas son resultados *exactos*, puesto que se ha tomado en cuenta la flexibilidad del sistema de piso. R_∞ corresponde con las reacciones que se tendrían al aceptar que la losa es un diafragma infinitamente rígido.

De las figuras mencionadas se nota que conforme aumentan las relaciones ρ o k_L/k_1 , los valores $(R_\infty/R)_i$ tienden a la unidad; esto es, si ρ crece (losa menos alargada) o si k_L/k_1 aumenta (losa relativamente más rígida) los valores R_i se acercan a los correspondientes a la hipótesis de diafragma rígido, R_∞ , como era de esperarse.

2.3. Método simplificado

Cuando la hipótesis de diafragma rígido no es aceptable, en rigor es necesario analizar tridimensionalmente el edificio. Para ello se puede representar el piso mediante elementos finitos planos (como se hace en la segunda par

te de este trabajo), o como armaduras o marcos horizontales (ref 2). También es posible representar el piso como una viga horizontal, como se ha hecho en este capítulo para obtener los resultados denominados exactos, (refs 3 y 4). No obstante, en estos casos se llega a un sistema con muchos grados de libertad, lo cual dificulta el proporcionamiento de datos y la interpretación de resultados, además de que requiere apreciable tiempo de computadora e importante capacidad de memoria de la misma.

En este trabajo, para formular un procedimiento suficientemente sencillo y preciso, se plantea la energía potencial del sistema incluyendo la de los apoyos y la carga sísmica. Para plantas rectangulares es fácil suponer una configuración prescrita de antemano para la elástica de la viga; por ejemplo, en este caso se supuso una cosenoide más una constante, con valores mínimos en los extremos y máximo en el centro, ya que existe simetría.

Se acepta que se trata de una viga en flexión, para la cual la energía potencial, sin incluir la correspondiente a deformación por cortante, puede expresarse como

$$U = \frac{EI}{2} \int (y'')^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n k_j y_j^2 - w \int y dx \quad (2.1)$$

donde

EI , rigidez a flexión de la viga

y , elástica de la pieza, de forma prefijada

y'' , curvatura

y_j , desplazamiento de los elementos de apoyo de la viga (resortes)

k_j , rigidez a desplazamiento horizontal de los elementos de apoyo de la viga

w , carga sísmica uniformemente distribuida

Como ya se ha mencionado, se escogió la curva

$$y = a + c \cos(\pi x/L) \quad (2.2)$$

con el sistema de ejes a la mitad del claro de la viga (ver figs 1 y 2).

Los parámetros a y c se determinan de las condiciones $\partial U/\partial a=0$ y $\partial U/\partial c=0$; esto es, son tales que la energía potencial es mínima. Reemplazando la ec 2.2 en la 2.1, y efectuando las derivaciones se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$a \sum k_j + c \sum k_j \cos(\pi x_j/L) = wL \quad (2.3)$$

$$a \sum k_j \cos(\pi x_j/L) + c \left[EI \pi^4 / (2L^3) + \sum k_j \cos^2(\pi x_j/L) \right] = 2wL/\pi$$

Se han dado a los coeficientes del sistema 2.3 los valores numéricos correspondientes a casos extremos de los aquí estudiados ($k_L/k_1=0.2$ y 2.0). Resolviendo los sistemas de ecuaciones resultantes se han obtenido los respectivos valores de a y c , y mediante la ec 2.2 se han calculado los desplazamientos en los resortes. Estos

desplazamientos multiplicados por la rigidez de los resortes dan las reacciones en ellos, aquí se denominan R^* .

En la tabla 1 se aprecian las relaciones $(R^*/R)_i$ para los casos en que se tienen cuatro apoyos. La cercanía de $(R^*/R)_i$ a la unidad indica que los valores que el método simplificado proporciona constituyen una buena estimación de los valores *exactos*.

En la tabla 2 se presentan las relaciones $(R^*/R)_i$ cuando existen cinco apoyos. Nuevamente son valores muy próximos a la unidad, confirmándose la validez del método simplificado para estos casos.

$(R^*/R)_i$ se aleja más de la unidad para los apoyos interiores cuando $\rho = 1$ (cuatro apoyos) y $\rho = 3/4$ (cinco apoyos), y además $k_1 = 10k_2 = 10k_3$ y $k_L/k_1 = 0.2$. En estos casos los errores son cercanos al 20 por ciento, pero hay que notar que se cometen en elementos que toman la menor parte de la fuerza sísmica, y cuando la losa es bastante flexible con respecto a los elementos verticales resistentes.

En este trabajo también se aplicó el método simplificado empleando una parábola de segundo orden en vez de la cosenoide; es decir, con $y = a + cx^2$ en lugar de la ec 2.2; se encontró que los resultados, aunque siempre mejores que los de la hipótesis de diafragma rígido, eran

menos precisos que los correspondientes a la cosenoide.

Cabe mencionar, además, que se puede generalizar la forma de la curva supuesta mediante términos polinomiales o trigonométricos que tomen en cuenta condiciones cinemáticas distintas, como desplazamientos no simétricos del modelo.

3. LOSAS NERVADAS

3.1 Introducción

El propósito del presente capítulo es estudiar la influencia que tienen las nervaduras en la rigidez, en su plano, de losas aligeradas. Para lograr tal objetivo se han analizado varias losas como la mostrada en la fig 9; en el modelo, las partes correspondientes al firme de la losa se han representado mediante elementos finitos rectangulares, en estado plano de esfuerzos, y las nervaduras como elementos de viga, considerando los efectos tanto de flexión como axiales.

Procede notar que en el modelo adoptado sólo los desplazamientos axiales de las nervaduras, los cuales varían linealmente entre los puntos nodales, son compatibles con los desplazamientos de los elementos planos que representan al firme; los desplazamientos por flexión de los nervios, que tienen una variación cúbica entre puntos nodales. Desde el punto de vista de la

rigidez del conjunto firme-nervaduras en el plano de la losa, que es el resultado que aquí interesa, lo anterior no produce errores de importancia si se usan mallas de elementos finitos suficientemente finas, para tener compatibilidad en un número apreciable de puntos.

Además, el examen de los resultados que se presentan en este capítulo muestra que la contribución de las nervaduras a la rigidez en estudio proviene esencialmente de la rigidez local axial de las mismas; es decir, de la parte correspondiente a desplazamientos que sí son compatibles con los del firme. Por tanto, se piensa que el modelo propuesto conduce a resultados adecuados para este trabajo.

3.2 Casos considerados

Se analizaron los casos cuyas dimensiones se dan en la tabla 3. Las principales variables son la relación de aspecto global de la losa, a/b , el espesor del firme, t , el tamaño de las nervaduras, h por c , y la separación de las mismas, s . La forma en que se calcularon las áreas, A_n , y los momentos de inercia, I_n , de la nervadura se ilustra en la fig 10.

Se ha supuesto siempre que todas las nervaduras son iguales entre sí, y que su separación es la misma en las dos direcciones. No se ha incluido la presencia de capiteles porque se piensa que tienen poca influencia en la rigidez global del

sistema. En todos los casos se ha considerado el módulo de cortante $G = 0.4E$.

Aunque los casos estudiados tienen ciertas dimensiones prefijadas, los resultados se presentan en forma adimensional y son válidos para cualquier otro caso en que todas las dimensiones se multipliquen por una constante. Los resultados tienen también validez para cualquier valor de E .

Se ha tratado de incluir la mayoría de situaciones que se presentan en la práctica. Así la separación máxima entre nervaduras considerada es igual al claro dividido entre 8, como lo estipulan las correspondientes Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (véase la sección 4.3.7 de la ref 5). Otros casos tienen una separación igual al claro entre 16, que se piensa es un valor mínimo representativo de lo que ocurre en edificios que se construyen en el Distrito Federal.

Se han usado mallas que corresponden a cuando menos 128 elementos planos representando a la losa; se ha comprobado que así se obtienen resultados suficientemente precisos de los desplazamientos nodales que son los que sirven para calcular las rigideces que aquí interesan.

3.3 Resultados

Para determinar la rigidez de la losa en su plano se han calculado los desplazamientos relativos entre el centro (donde está la reacción 2P en la fig 9) y los extremos de la losa. No tienen importancia los valores absolutos de dichos desplazamientos puesto que son directamente proporcionales a la carga P, e inversamente al módulo de elasticidad, E, que se usen. Por tal razón aquí se presentan como resultados de interés las relaciones adimensionales δ^*/δ , que son independientes de los valores de P y E.

δ es el promedio de los desplazamientos relativos de los nudos extremos con respecto al centro, obtenidos con el método de elementos finitos (se usó el promedio porque a pesar de ser bastante parecidos entre sí los desplazamientos en cuestión no son idénticos). δ^* es el valor del desplazamiento relativo entre extremos y centro, calculado con la expresión

$$\delta^* = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl}{GA_c} \quad (3.1)$$

donde P, E y G son la carga y los módulos de elasticidad y cortante empleados en los modelos de elementos finitos; $l = a/2$ (fig 9). A_c es el área de cortante de la sección transversal de la losa, que se consideró igual a bt ; es decir, sólo se usó el área del firme y se ignoró la contribución de las nervaduras; I es el momento de inercia de la sección transversal men-

cionada, valuado como (ver fig 10)

$$I = \frac{tb^3}{12} + A_n \sum_i d_i^2 \quad (3.2)$$

en que A_n es el área de cada nervadura, y d_i la distancia de la nervadura i -ésima respecto al centroide de la sección. El primer término del segundo miembro de la expresión 3.2, representa la contribución del firme al momento de inercia.

En la tabla 3 se dan los valores de δ^*/δ para todos los casos aquí estudiados, y puede apreciarse que dicha relación varía entre 0.943 y 1.125, lo cual quiere decir que si se usa la ecuación 3.1 para estimar la rigidez en planta de la losa aligerada calculando el momento de inercia con la ec 3.2, se cometen errores que varían entre 5.7 y 12.5 por ciento con respecto a los valores obtenidos con el método de elementos finitos, que pueden considerarse como exactos. Se piensa que, para fines prácticos, errores de tal magnitud son aceptables, puesto que hay factores que pueden afectar mucho el cálculo de la rigidez en cuestión, y en los que se puede errar en forma más apreciable, como por ejemplo en la determinación del módulo de elasticidad del concreto.

Se concluye que la expresión 3.1 es adecuada para estimar la rigidez en planta de losas aligeradas, y que la contribución de las nervaduras a tal rigidez se manifiesta esencialmente como

un incremento de inercia a través de su rigidez axial, sin contribuir en forma importante al área de cortante.

4. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

En la primera parte de este informe se presenta un estudio sobre la influencia de la rigidez de sistemas de piso, en su propio plano, en la distribución de fuerzas sísmicas entre los diversos elementos verticales resistentes.

Aunque el estudio se ha limitado a casos representativos de estructuras de un solo piso, se piensa que algunas de sus conclusiones se pueden aprovechar para edificios de varios pisos.

Así, las figs 3 a 8 dan una idea cuantitativa de las relaciones de rigideces que deben existir entre losa y elementos verticales para que sea aceptable la hipótesis de diafragmas rígidos.

Se puede considerar, como una primera aproximación, que las rigideces de los resortes representan a las rigideces del entrepiso inferior en el que se apoya la losa.

Por ejemplo, si se piensa que se pueden tolerar errores del 10 por ciento, y la rigidez de los elementos verticales es la misma en todos los apoyos, y además $\rho=1$, según la fig 3 se puede admitir la hipótesis de diafragma rígido si k_L/k_1 es mayor o igual que 0.18. En cambio, si

se usa $\rho=1/6$ con la hipótesis citada se yerra hasta en 35 por ciento para $k_L/k_1 = 0.18$.

Por otro lado, de la misma figura se concluye que si k_L/k_1 es mayor o igual que 1.0, se cometen errores menores que el 10 por ciento con la hipótesis de diafragma rígido, independientemente del valor de ρ .

Conclusiones similares se pueden extraer de las figs 4 a 8. En particular, se puede notar que con la hipótesis de diafragma rígido en elementos interiores, cuya rigidez es la décima parte de las exteriores, los errores pueden ser hasta de 80 por ciento si k_L/k_1 y ρ son pequeñas (ver figs 4 y 7).

Cuando la hipótesis de diafragma rígido sea inaceptable, en rigor es necesario hacer un análisis tridimensional del edificio, en el que los desplazamientos laterales de cada marco se deben considerar como grados de libertad; haciendo crecer en forma apreciable el tamaño del problema numérico. Para evitar esto se propone aquí un método simplificado que en el caso de estructuras simétricas introduce un solo grado de libertad adicional por piso y, como se aprecia en las tablas 1 y 2 da siempre mejores resultados que la hipótesis de diafragmas rígidos.

En los casos de la tabla 1 los errores son menores que 5 por ciento, salvo para $\rho = 1$ y $k_L/k_1 = 0.2$, con $k_1 = 10 k_2$, en que la reacción

interior se subestima en 17 por ciento. Similarmente, en los casos de la tabla 2 se yerra en menos de 4 por ciento excepto para las fuerzas en los elementos interiores cuando $\rho = 3/4$ y $k_L/k_1 = 0.2$, con $k_1 = 10 k_2 = 10 k_3$, en que el error es cercano al 19 por ciento. Sin embargo, los casos en que se cometen mayores errores corresponde a situaciones algo extremas en que la losa serfa muy delgada y los marcos exteriores muy rígidos; no obstante, se tiene la ventaja de que en la reacción exterior, cuya magnitud es del orden de 10 veces las interiores, sólo se yerra en menos de 4 por ciento. Esto es, el error apreciable se comete en los marcos que sólo soportan una pequeña fracción de la fuerza sísmica total. Nótese que en estos mismos casos los errores a que conduce la hipótesis de diafragma rígido son mucho mayores, del orden del doble que los que da el método simplificado.

Puede ser frecuente en la práctica que la relación k_L/k_1 tenga valores menores que 0.2, cuando los elementos verticales son muros; entonces, conviene advertir que la hipótesis de diafragma rígidos es inaplicable. En estos casos el método simplificado dará siempre mejores resultados, aunque convendría evaluar más minuciosamente qué niveles de error se pueden cometer.

Se piensa que es conveniente en un estudio futuro explorar la aplicabilidad de métodos similares al simplificado aquí propuesto en estructuras de varios pisos. No necesariamente las cur

vas deformadas preestablecidas deben ser independientes de un piso a otro.

En la segunda parte de este trabajo se ha estudiado la influencia de las nervaduras de losas planas aligeradas, en la rigidez de la losa en su propio plano. De los casos examinados, que se considera cubren las situaciones que se pueden presentar en la práctica, se concluye que dichas nervaduras contribuyen esencialmente con su rigidez axial. Entonces, si se aplica la expresión 3.1 es aceptable ignorar la contribución de los nervios al área de cortante y valuar el momento de inercia de la sección transversal de la losa con la expresión 3.2. Esta conclusión es válida para todas las relaciones entre dimensiones de forma y nervadura aquí examinadas.

Nótese que ahora se tienen los datos necesarios para calcular k_L en el caso de losas planas aligeradas, y se podría verificar si es aplicable la hipótesis de diafragma rígido empleando los resultados de la primera parte de este trabajo. De no ser así, se tiene el valor del momento de inercia para emplear el método simplificado.

En resumen, se presentan aquí gráficas adimensionales que permiten cuantificar los errores que se cometen al usar la hipótesis de diafragma rígido para distribución de fuerzas sísmicas entre los elementos verticales resistentes en edificios de un piso, con planta rectangular. Para los casos en que dicha hipótesis se juzgue inaceptable

se propone un método sencillo y con mucho menos error para efectuar la citada distribución.

En la segunda parte de este estudio se concluye que es aceptable ignorar la contribución de las nervaduras al área de cortante de la sección transversal de losas aligeradas, siendo suficiente emplear la expresión 3.2 al valorar el momento de inercia de dicha sección.

5. REFERENCIAS

1. Bathe, K.J., Wilson, E.L. y Peterson, F.E., "SAP IV: A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Systems", Publicación EERC 73-11, Universidad de California, Berkeley, Calif., 1973
2. MacLeod, I.A., "Shear Wall-Frame Interaction. A Design Aid with Commentary", Publicación especial, Portland Cement Association, abril, 1971
3. Goldberg, J.E., "Analysis of Multistory Buildings Considering Shear Wall and Floor Deformations", Tall Buildings, editado por A. Coull y B. Stafford Smith, Pergamon Press, 1967, pp 349-373
4. Karadogan, H.F., "Earthquake Analysis of 3D Structures with Flexible Floors", Proc. of the Seventh World Conference on Earthquake Engineering, V. 5, Structural Aspects, Part II, 1980, pp 261-268
5. *Diseño y construcción de estructuras de concreto*. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con comentarios, ayudas de diseño y ejemplos. Publicación 401, Instituto de Ingeniería, julio, 1977.

TABLA 1 COMPARACIÓN DE REACCIONES OBTENIDAS CON LA HIPOTESIS DE DIAFRAGMA RIGIDO Y CON EL MÉTODO SIMPLIFICADO, CON LOS VALORES EXACTOS (CUATRO APOYOS)

ρ	k_L/k_1	i	$(R_\infty/R)_i$		$(R^*/R)_i$	
			$k_1 = k_2$	$k_1 = 10 k_2$	$k_1 = k_2$	$k_1 = 10 k_2$
1/6	0.2	1	1.346	1.153	1.002	1.008
		2	0.796	0.430	0.998	0.972
	2.0	1	1.055	1.016	1.002	1.001
		2	0.951	0.862	0.998	0.991
1	0.2	1	1.087	1.032	1.052	1.023
		2	0.926	0.763	0.953	0.835
	2.0	1	1.010	1.003	1.006	1.002
		2	0.990	0.969	0.994	0.978

NOTAS:

- ρ relación de aspecto (ver fig 1)
- k_L rigidez de la losa
- k_1 rigidez del apoyo 1 (ver fig 1)
- i índice que identifica al apoyo (ver fig 1)
- R_∞ valor correspondiente a la hipótesis de diafragma rígido
- R valor exacto de la reacción
- R^* valor obtenido con el método simplificado

TABLA 2 COMPARACIÓN DE REACCIONES OBTENIDAS CON LA
HIPOTESIS DE DIAFRAGMA RIGIDO Y CON EL
METODO SIMPLIFICADO, CON LOS VALORES EXACTOS
(CINCO APOYOS)

ρ	k_L/k_1	i	$(R_\infty/R)_i$		$(R^*/R)_i$	
			$k_1=k_2=k_3$	$k_1=10k_2=k_3$	$k_1=k_2=k_3$	$k_1=10k_2=10k_3$
3/16	0.2	1	1.439	1.304	1.009	1.016
		2	0.865	0.426	0.985	0.963
		3	0.771	0.338	1.017	0.971
	2.0	1	1.087	1.033	1.005	1.002
		2	0.963	0.842	0.997	0.987
		3	0.923	0.784	0.998	0.985
3/4	0.2	1	1.146	1.070	1.063	1.038
		2	0.939	0.724	0.971	0.845
		3	0.889	0.649	0.958	0.810
	2.0	1	1.018	1.007	1.009	1.004
		2	0.991	0.961	0.995	0.977
		3	0.982	0.944	0.991	0.968

NOTAS:

- ρ relación de aspecto (ver fig 2)
- k_L rigidez de la losa
- k_1 rigidez del apoyo 1 (ver fig 2)
- i índice que identifica al apoyo (ver fig 2)
- R_∞ valor correspondiente a la hipótesis de diafragma rígido
- R valor exacto de la reacción
- R^* valor obtenido con el método simplificado

TABLA 3 CASOS ANALIZADOS PARA ESTUDIAR LA INFLUENCIA DE LAS NERVADURAS EN LA RIGIDEZ EN SU PLANO DE LOSAS ALIGERADAS

b	t	s	c	h	$A_n \times 10^{-4}$	$I_n \times 10^{-7}$	δ^*/δ
8	0.05	0.50	0.10	0.25	250	208	0.953
				0.30	300	250	0.965
				0.40	400	333	0.987
	0.10	1.00	0.15	0.25	375	703	1.039
				0.40	600	1125	1.125
			0.15	0.40	600	1125	0.943
				0.50	750	1406	0.953
				0.60	900	1688	0.961
0.20	0.60	1200	4000	0.997			
4	0.05	0.50	0.10	0.25	250	208	0.979
				0.30	300	250	0.986
				0.40	400	333	1.000
	0.15	0.25	375	703	1.043		
		0.40	600	1125	1.100		

NOTAS:

- a longitud de la losa, igual a 8 m en todos los casos
- b ancho de la losa, en m
- t espesor del firme, en m
- s separación entre nervaduras, en m
- c ancho de nervaduras, en m
- h peralte de nervaduras, en m
- A_n área de nervaduras, en m^2
- I_n momento de inercia de nervaduras, en m^4
- δ^* desplazamiento obtenido con la ec 3.2
- δ desplazamiento obtenido con elementos finitos

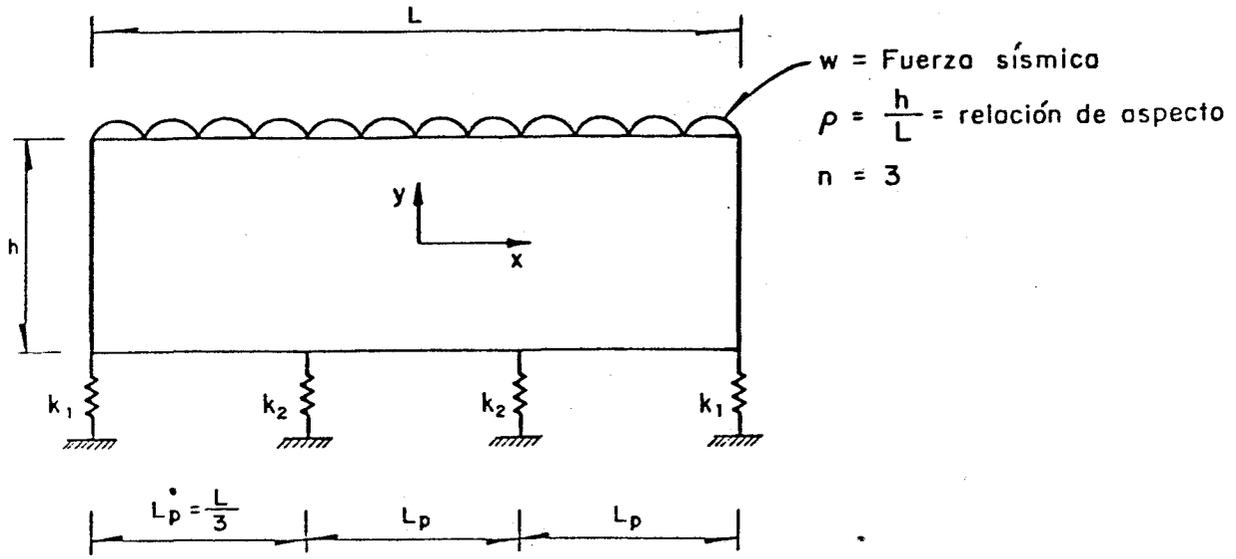


Fig 1. Modelo con cuatro apoyos

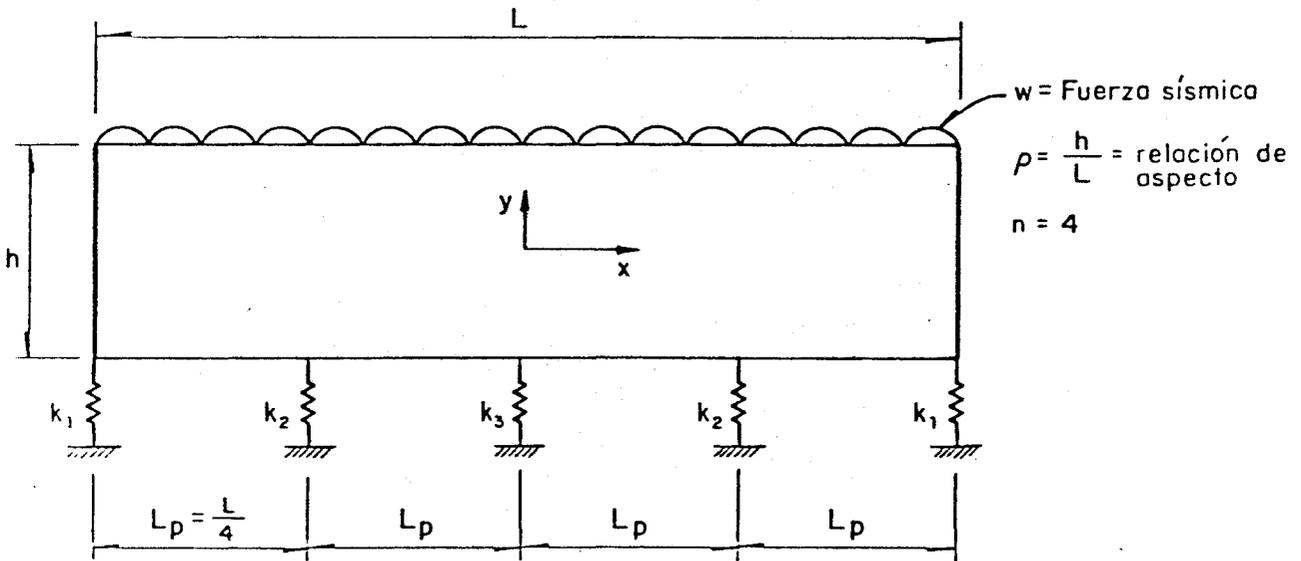


Fig 2. Modelo con cinco apoyos

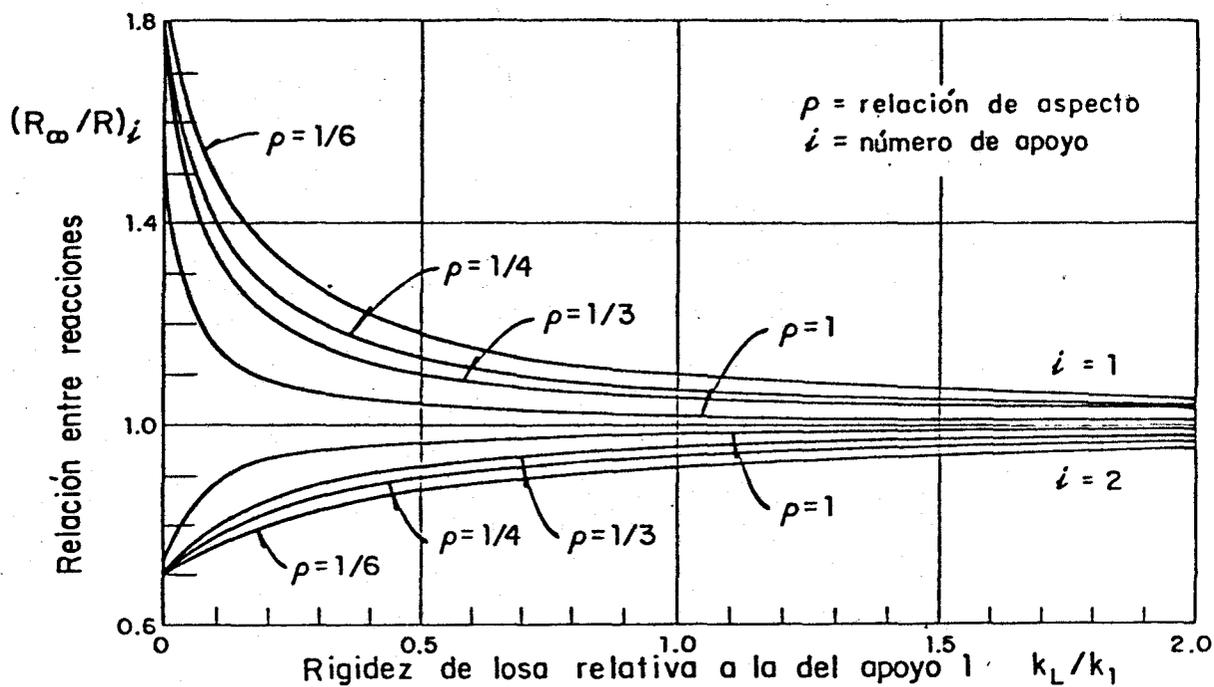


Fig 3. Valores adimensionales de las fuerzas en los resortes para cuatro apoyos ($k_1 = k_2$)

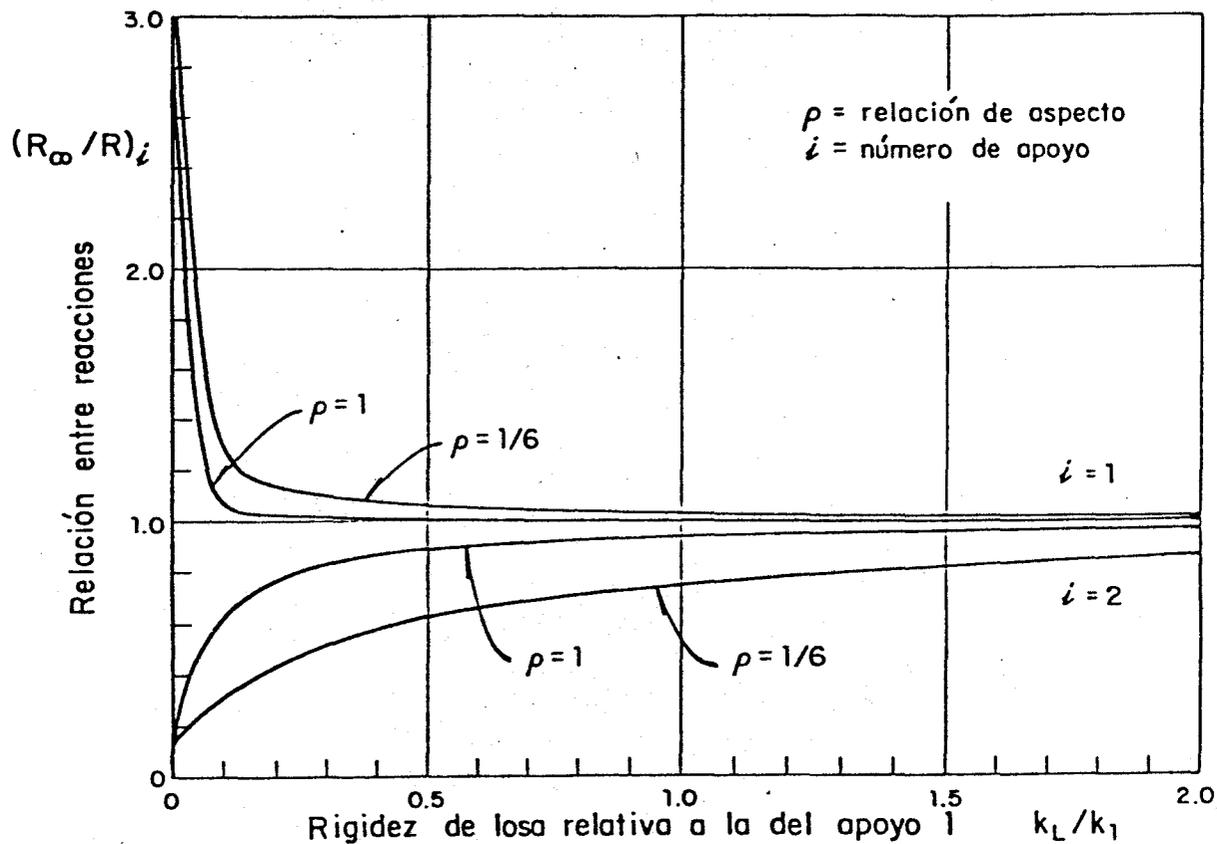


Fig 4. Valores adimensionales de las fuerzas en los resortes para cuatro apoyos ($k_1 = 10k_2$)

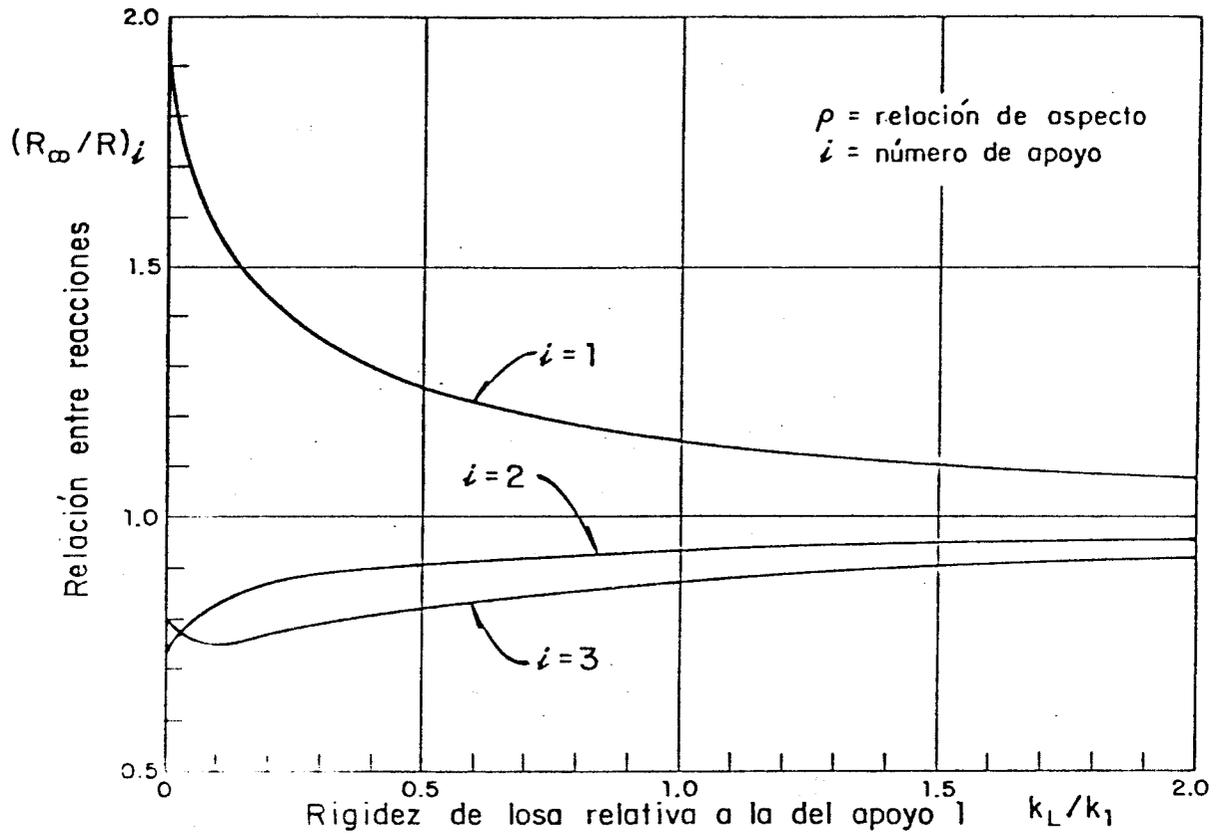


Fig 5. Valores adimensionales de las fuerzas en los resortes para cinco apoyos y $\rho = 3/16$ ($k_1 = k_2 = k_3$)

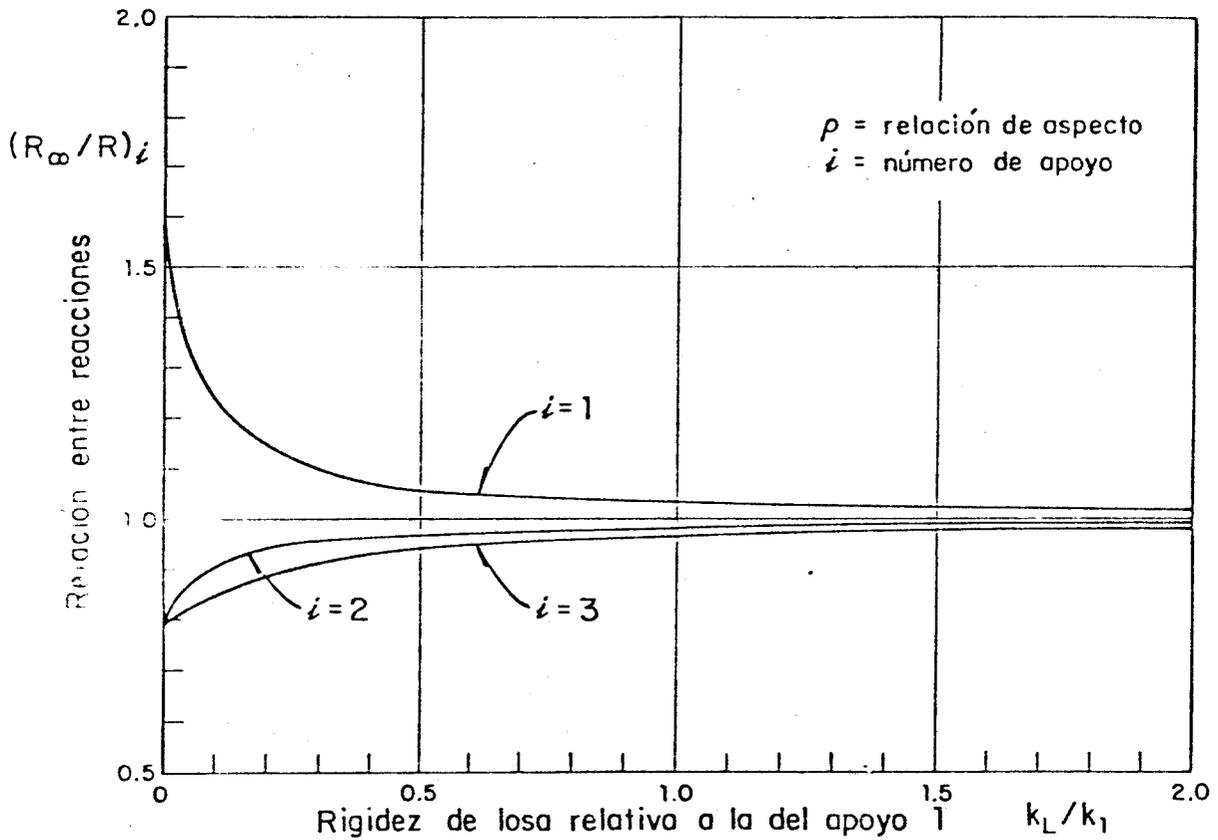


Fig 6. Valores adimensionales de las fuerzas en los resortes para cinco apoyos y $\rho = 3/4$ ($k_1 = k_2 = k_3$)

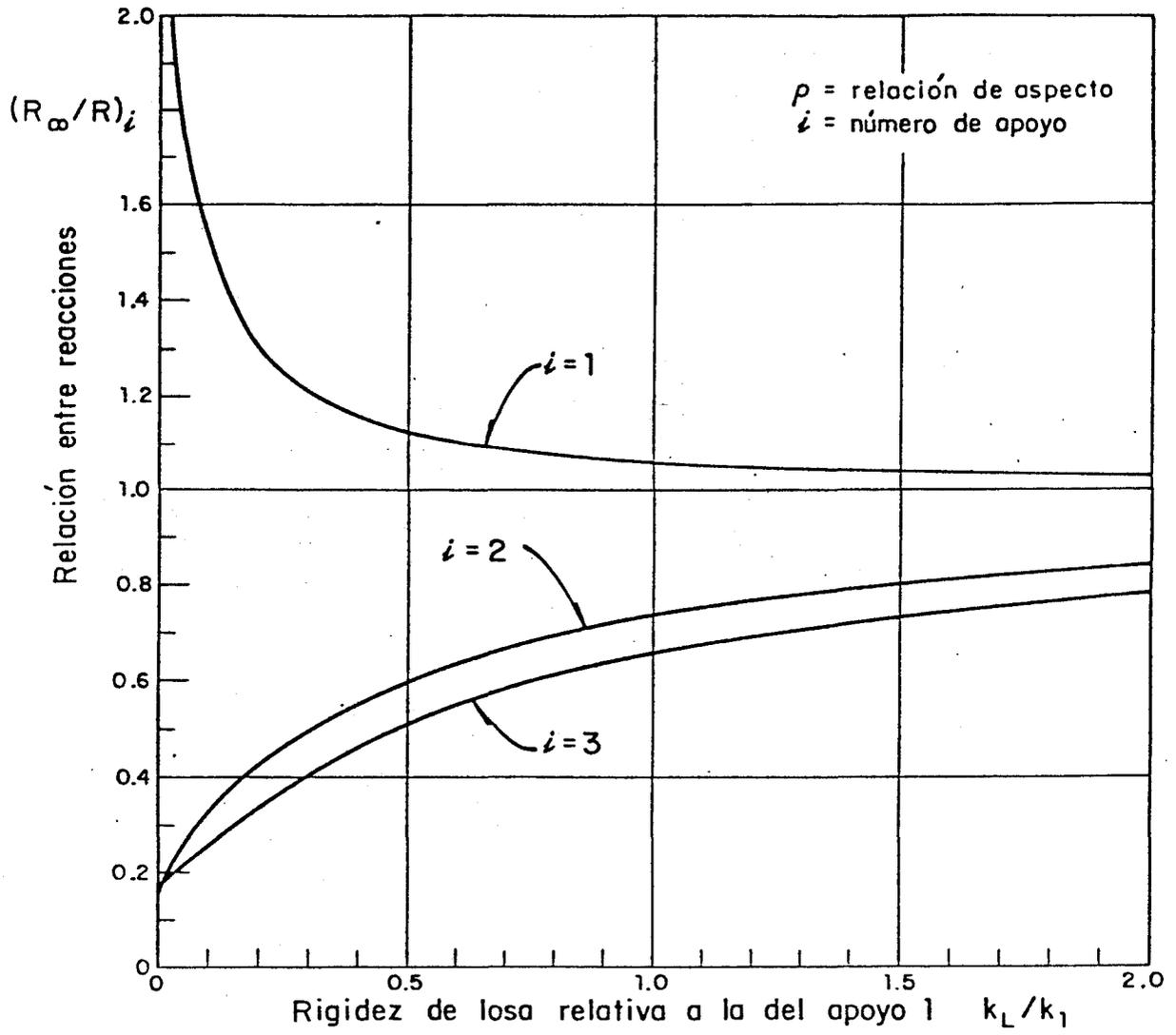


Fig 7. Valores adimensionales de las fuerzas en los resortes para cinco apoyos y $\rho = 3/16$ ($k_1 = 10$ $k_2 = 10$ k_3)

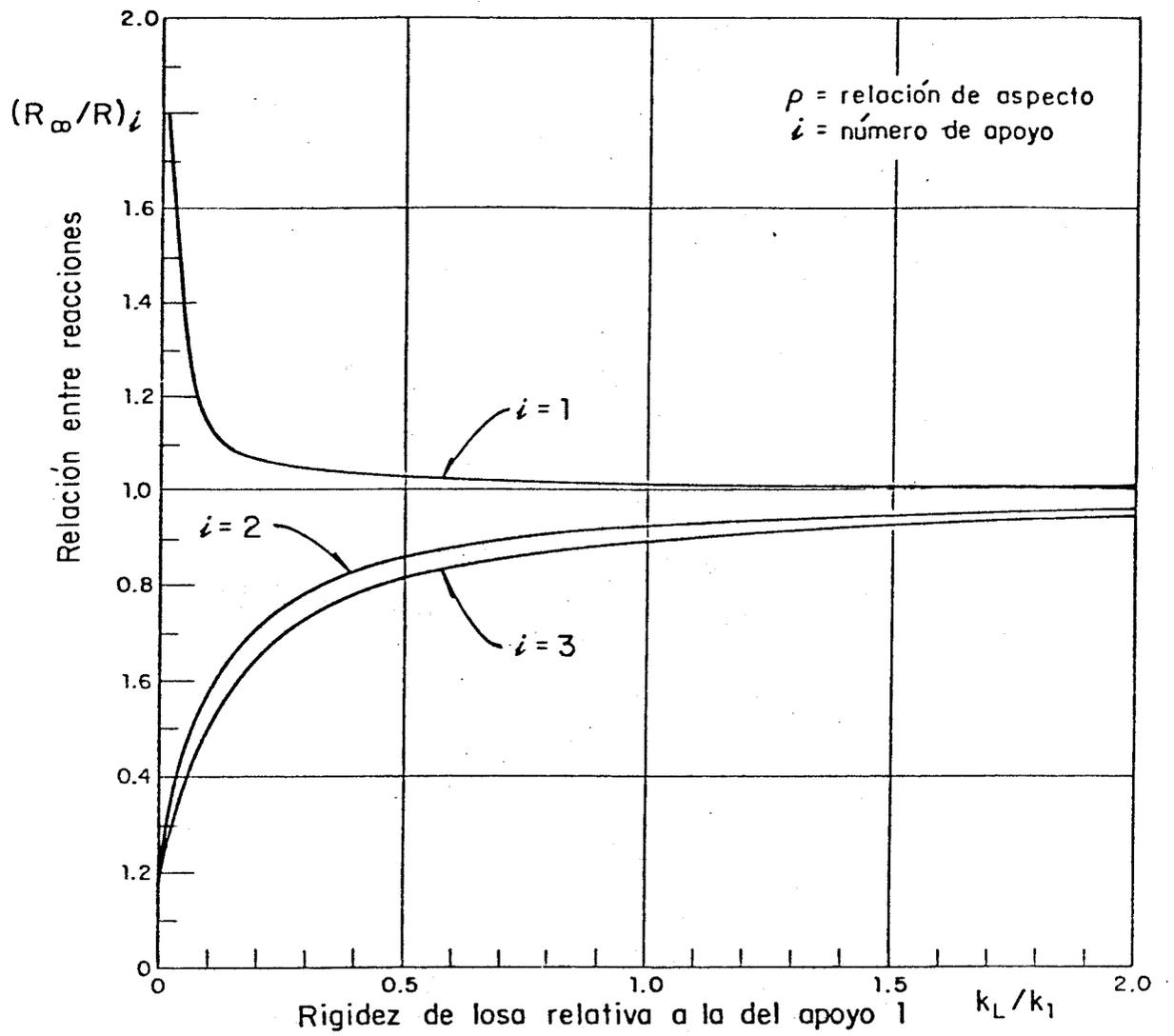


Fig 8. Valores adimensionales de las fuerzas en los resortes para cinco apoyos y $\rho = 3/4$ ($k_1 = 10$ $k_2 = 10$ k_3)

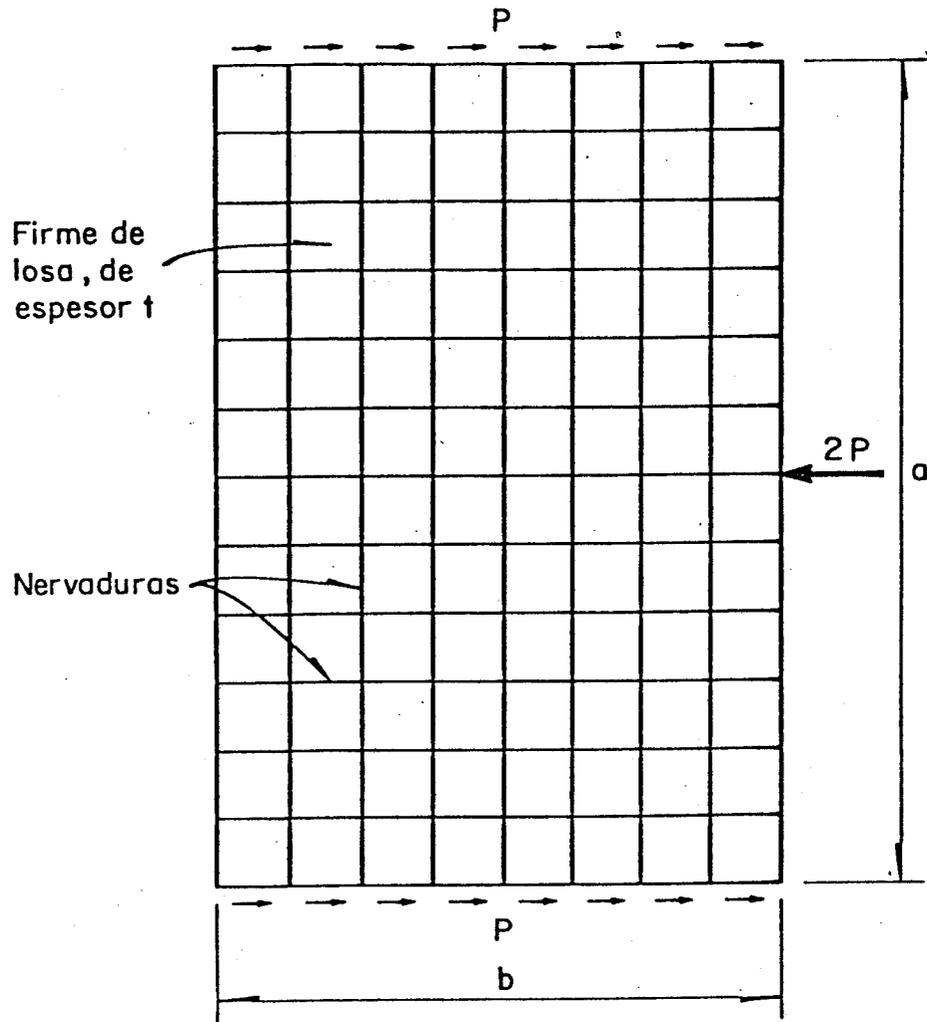


Fig 9. Modelo para estudiar la influencia de las nervaduras

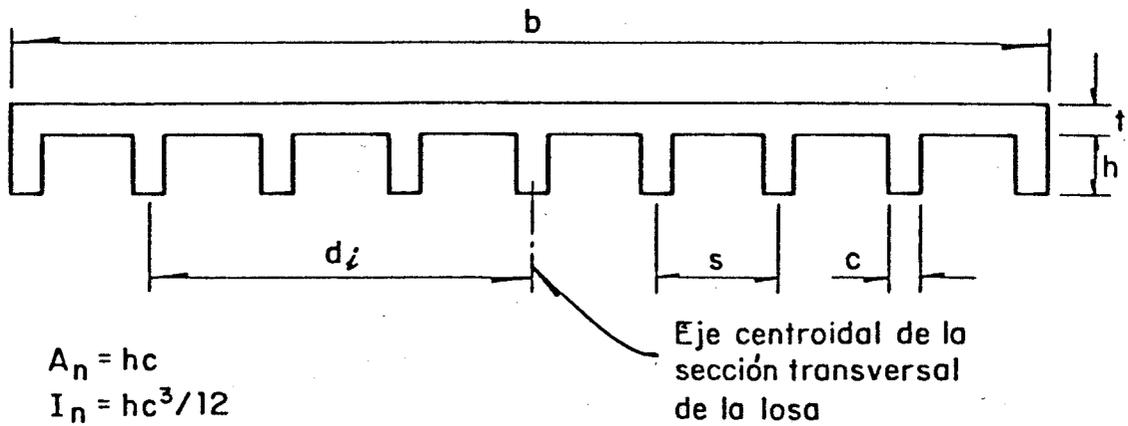


Fig 10. Variables consideradas al estudiar la influencia de las nervaduras