

# DISEÑO POR FLEXION, FLEXOCOMPRESION Y CORTANTE DE MUROS DE CONCRETO REFORZADO

Oscar Hernandez B \*

## 1.0 INTRODUCCION

Durante los últimos sismos que han ocurrido en Managua, Guatemala, San Fernando, Ciudad de México, etc., se ha observado un excelente comportamiento de las estructuras rigidizadas con muros de concreto reforzado. La presencia de estos elementos evita las deformaciones excesivas, que si bien no suelen producir daños graves a la estructura si lo hacen en los elementos no estructurales (muros de relleno, cancela, fachadas). La función de los muros es soportar, con su gran rigidez y resistencia, la acción de las fuerzas laterales trabajando principalmente a flexión y a cortante; como el nivel de carga axial en los muros suele ser relativamente bajo, el problema de flexocompresión no es de mucha importancia, salvo en casos excepcionales.

De diversos estudios se ha podido determinar cuando en un muro rige la flexión y cuando la fuerza cortante. Si la relación  $M/Vt$  del muro es mayor de 2.5 predomina la flexión sobre el cortante, mientras que lo hace el cortante cuando dicha relación es menor al valor antes men-

cionado;  $M$  es el momento flexionante,  $V$  la fuerza cortante y  $t$  la longitud del muro en la sección que se analiza.

No existen a la fecha procedimientos de diseño para calcular con buena aproximación la capacidad de muros de concreto reforzados sometidos a flexocompresión; en este trabajo se plantea como desarrollar diagramas de interacción para distintas formas de sección transversal y cantidades y distribuciones del acero de refuerzo. En el capítulo 2 se trata lo anterior así como también un método simplificado para determinar la capacidad a flexión pura y a flexocompresión para niveles bajos de carga axial.

En el capítulo 3 se presenta el diseño por cortante de muros de concreto reforzado; este método se presentó originalmente en la ref 1, donde se demuestra que da lugar a mejor aproximación en el cálculo de la resistencia que el método del ACI y el del Reglamento del Distrito Federal.

El cálculo de las rigideces de elementos de concreto reforzado es otro de los aspectos que no

---

\* Investigador, Departamento de Ingeniería Civil, Instituto de Investigaciones Eléctricas

está muy bien definido por los distintos reglamentos. En este trabajo se propone un método simplificado para calcular la rigidez de elementos de concreto reforzado, en especial para muros. En el capítulo 4 se desarrolla lo anterior.

En cada uno de los capítulos 2 a 4 se demuestra que los procedimientos de diseño propuestos para calcular la resistencia o rigidez de muros de concreto reforzado conducen a resultados muy apegados a los obtenidos de ensayos de laboratorio.

En el capítulo 5 se proponen, con el mismo formato que en el Reglamento del D. F., expresiones de diseño para flexión, flexocompresión y cortante; finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo.

## 2.0 RESISTENCIA A FLEXION Y FLEXOCOMPRESION

### 2.1 Hipótesis empleadas

Para determinar la capacidad de flexocompresión de muros de concreto reforzado lo más conveniente es desarrollar diagramas de interacción similares a los usados para columnas.

Para ello se emplearon las hipótesis simplificatorias usuales para concreto reforzado, entre las que destacan las siguientes:

- a) La distribución de deformaciones unitarias en la sección transversal de un elemento es lineal; es decir, las secciones transversales planas antes de la deformación, permanecen planas después de que ésta ocurre. Para el caso de muros de concreto se ha observado experimentalmente que lo anterior es válido para el caso de flexión con bajos niveles de fuerza cortante.
- b) El concreto no resiste esfuerzos de tensión.
- c) Se conocen las características esfuerzo-deformación del acero; en general se supone que tiene un comportamiento elastoplástico. Con esta idealización se despreja su zona de endurecimiento por deformación (fig 1).
- d) Se conocen las características esfuerzo-deformación unitaria del concreto. Se han propuesto diversas curvas para representar la relación esfuerzo-deformación del concreto; aunque las distintas idealizaciones de la curva esfuerzo-deformación difieren notablemente (triangular, rectangular, trapezoidal, parabólica, etc.), todas ellas llevan a resultados aproximadamente iguales en cuanto a resistencia. Sin embargo, desde el punto de vista del cálculo de curvaturas y rigideces, y por tanto de deformaciones, la forma de la curva tiene un papel muy importante. En este trabajo se emplea la cur

va mostrada en la fig 1 por lo que se mencionará más adelante.

- e) La adherencia entre el acero y el concreto es perfecta.

Algunos de los efectos importantes que no son tomados en cuenta en las hipótesis anteriores son:

1. Deformaciones unitarias producidas por la contracción y el flujo plástico (deformaciones en el tiempo bajo carga sostenida) del concreto.
2. Velocidad de aplicación de la carga.
3. Pérdida de capacidad de carga por inestabilidad.

## 2.2 Procedimiento seguido para calcular la resistencia a flexocompresión.

Para el cálculo mediante computadora de los diagramas de interacción de muros de concreto reforzado es necesario dar valores a los parámetros que influyen en la resistencia. Las características geométricas de las diferentes secciones que se consideraron para el análisis, y las propiedades de los materiales que las componen, son las que se indican en la fig 2; el acero de refuerzo se discretizó como se muestra en la fig 3.

La razón por la que el ancho del patín de la

sección confinada por muros transversales o por columnas se considera no mayor que el doble del ancho del alma, es por lo observado en ensayos de muros de concreto ante cargas laterales, donde solo esa zona de los patines contribuye a la resistencia (ref 1).

A pesar de que para la obtención de los diagramas de interacción se suponen valores discretos de las distintas variables, los resultados del análisis se presentan en forma adimensional para que sean de aplicación general.

Los programas de computadora se desarrollaron con dos objetivos: a) construir los diagramas de interacción en flexocompresión; y b) elaborar ayudas de diseño para determinar la rigidez en flexocompresión de muros de concreto reforzado. En este inciso se desarrollará la primera parte y en el capítulo 4 la segunda.

El procedimiento que se siguió para obtener los diagramas de interacción tiene características comunes para todos los casos y requiere un volumen extraordinario de trabajo.

En la ref 2 que se explica con detalle el procedimiento seguido, a continuación se menciona al planteamiento general.

Las variables generales del problema son:  $d/t$  (peralte efectivo entre peralte total),  $q_e$  (índice de refuerzo en los extremos del muro),

$q_1$  (índice de refuerzo en el alma del muro),  $P$  (carga axial),  $M$  (momento flexionante),  $e/t$  (excentricidad entre peralte total). Los diagramas de interacción se construyeron para distintas combinaciones de valores de  $q_e$  y  $q_1$ ; por ello, se emplearon las ecuaciones de equilibrio de fuerzas y de momentos. Estas ecuaciones tienen como incógnitas para el caso más general la profundidad del eje neutro, la deformación unitaria del concreto ( $\epsilon_c$ ) y la excentricidad ( $e/t$ ). La solución directa de este sistema de ecuaciones para un caso general resulta complicada ya que se trata de ecuaciones no lineales. En este trabajo se procedió a resolver las ecuaciones en forma iterativa, fijando el valor de la deformación superior del concreto,  $\epsilon_c$ , y variando la profundidad del eje neutro. Una vez fijados los valores de estos parámetros se define la distribución de deformaciones unitarias a todo lo largo de la sección. A partir de la variación de las deformaciones unitarias se integran los esfuerzos y se determinan los resultados parciales de fuerzas y momentos.

Calculados la fuerza axial y el momento flexionante, se procede a determinar la excentricidad ( $e$ ) como el cociente del momento flexionante y la fuerza axial, la que se compara con la excentricidad prefijada ( $e = 0.5t, 0.10t$ , etc.); si resultan diferentes se realiza otra iteración modificando la profundidad del eje neutro de la sección; si la excentricidad calculada y la prefijada son iguales se pasa a calcular otro punto

del diagrama de interacción para otro valor de la excentricidad. Lo anterior se realizó para las distintas combinaciones de acero en el alma ( $q_1$ ) y de los extremos ( $q_e$ ).

Finalmente, los resultados se presentan en forma adimensional dividiendo las excentricidades entre el peralte total de la sección ( $e/t$ ), las fuerzas entre el área del alma del muro y la resistencia del concreto ( $P/bt f_c''$ ) y los momentos flexionantes entre  $bt^2 f_c''$ . En la fig 4 se muestra un diagrama de interacción típico; la ref 2 contiene los diagramas obtenidos para todos los casos mostrados esquemáticamente en la fig 3.

### 2.3 Resistencia a flexión

Aun cuando los muros de concreto se emplean tanto para resistir las fuerzas laterales como las verticales, generalmente el nivel de esfuerzos por carga axial es bajo, resultando críticos su capacidad a cortante y a flexión.

Por lo anterior, es conveniente contar con expresiones que permitan calcular en forma aproximada la resistencia a flexión, a flexocompresión para bajos niveles de carga axial, y a cortante. En el inciso que sigue se propondrá una expresión para calcular la capacidad a flexión, en 2.4 se hará lo mismo para flexocompresión y en el capítulo 3 para cortante.

### 2.3.1 Flexión en muros de sección rectangular

Para determinar una expresión aproximada que permitiera calcular la capacidad a flexión se procedió a localizar, en un sistema de ejes ortogonales, como abcisas a los valores de  $q_1$  y como ordenadas los de  $M/bt^2f_c''$ , correspondientes al caso en que la relación  $e/t$  del diagrama de interacción tiende a infinito (flexión pura); se obtienen así los puntos que se presentan en la fig 5, que corresponden a un valor constante de la relación  $d/t$ . Se observa que los puntos correspondientes a un mismo valor de  $q_e$  se encuentran agrupados sobre una línea recta; por lo que la ecuación resultante para calcular, en forma aproximada, el momento resistente en flexión de un muro de concreto de sección rectangular es

$$M_{uo} = (q_e + q_1) \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right) bt^2 f_c'' \quad (2.1)$$

$$M_{uo} = (A_{se} + A_{s1}) \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right) f_y t$$

### 2.3.2 Flexión en muros con columnas o muros transversales en sus extremos

Siguiendo el procedimiento descrito para muros de sección rectangular, se determinó que la capacidad a flexión de muros con columnas o muros transversales en sus extremos es igual a

$$M_{uo} = \left( q_e + \frac{A}{bt} q_1 \right) \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right) bt^2 f_c'' \quad (2.2)$$

$$M_{uo} = \left( A_{se} + \frac{A}{bt} A_{s1} \right) \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right) f_y t$$

donde  $A$  es el área de la sección transversal total del muro, siempre y cuando  $B \leq 2b$  (ver fig 2). Los demás términos ya se han descrito con anterioridad (ver fig 2).

### 2.4 Resistencia a flexocompresión para valores bajos de la carga axial ( $P/P_c \leq 0.15$ )

Como se mencionó con anterioridad, los muros de concreto trabajan comúnmente con niveles bajos de carga axial y por lo general predominan los efectos de flexión o cortante.

Para determinar una expresión aproximada para calcular la capacidad a flexocompresión de muros de concreto reforzado se aproximó el comportamiento observado en el diagrama de interacción en la zona de tensión como una línea recta (ver fig 6) que pasa por el punto  $(0, -(q_e + q_1))$ , o de resistencia a tensión axial y por el de flexión pura  $(M, 0)$ . La ecuación resultante es

$$\frac{P_a}{bt f_c''} = (q_e + q_1) \left( \frac{M_a}{M_{uo}} - 1 \right) \quad (2.3)$$

donde  $P_a$  y  $M_a$  son la carga axial y momento flexionante resistentes del muro para una zona del diagrama de interacción entre la resistencia a tensión y una carga axial de compresión no mayor que el 15 por ciento de la última axial de compresión. Despejando el momento resistente  $M_a$  se tiene:

$$M_a = M_{uo} \left( \frac{P_a}{bt f_c''} \frac{1}{q_e + q_1} + 1 \right) \quad (2.4)$$

Para la aplicación de esta fórmula  $P_a$  es positivo cuando es una carga de compresión.

### 2.5 Comparación de resultados

Para verificar la aproximación obtenida al aplicar las expresiones anteriores, se compararon con los resultados observados en ensayos experimentales realizados en los Estados Unidos por Fiorato et al (ref 3). En la tabla 1 se muestran las características de los muros ensayados, los resultados de los ensayos y los valores calculados con las fórmulas propuestas.

Al analizar los resultados se observa una muy buena aproximación con la capacidad observada cuando fluye el acero de refuerzo. Los muros a que se hace mención soportaron mayor carga, pero esto fue debido a que el acero de refuerzo entró en la etapa de endurecimiento por deformación. La comparación que aquí se hizo fue para la fluencia del acero de refuerzo, para ser congruentes con las hipótesis que se emplearon en este trabajo; sin embargo, se observó buena aproximación cuando se sustituyó  $f_u$  por  $f_y$  en la segunda ecuación 2.2.

### 3.0 RESISTENCIA A CORTANTE

Este capítulo es un resumen de la ref 1. En este trabajo se describe el comportamiento de modelos de muros de concreto en los que se estudiaron diversas variables que afectaban el com-

portamiento estructural de muros de concreto ante cargas laterales alternadas; las principales variables fueron:

- a) Relación de aspecto del muro,  $M/Vt$  (relación del momento flexionante respecto al producto de la fuerza cortante por la longitud del muro).
- b) Resistencia del concreto y del acero de refuerzo.
- c) Carga axial.
- d) Columnas o muros transversales confinantes.
- e) Alternación de cargas laterales.
- f) Cuantía y distribución del acero de refuerzo.

Estas variables no habían sido suficientemente estudiadas; además, numerosas investigaciones, refs 4 a 8 y 11, han hecho mención de que el método de diseño propuesto por el reglamento ACI 71, y conservado en el ACI 77, proporciona valores conservadores de la capacidad a cortante de muros de concreto reforzado; por tal motivo, se realizó una cuidadosa interpretación de los resultados de diversos estudios, refs 4 a 11, para presentar el método de diseño que se plantea en 3.2.

### 3.1 Comportamiento de muros de concreto reforzado con falla por cortante

En términos generales los muros de concreto reforzado sujetos a cargas laterales presentan dos tipos de comportamiento: dúctil, al predo-

minar la flexión sobre el muro, y frágil, cuando es determinante la influencia de la fuerza cortante.

En el primer caso, flexión, el comportamiento de los muros es similar al de vigas; incluso, con muy buena aproximación se puede calcular la capacidad de los muros a flexión con los mismos criterios que para vigas. No es el mismo caso para cortante, ya que difiere el comportamiento de muros y vigas para esta sollicitación.

El comportamiento de muros de concreto reforzado ante fuerza cortante se muestra esquemáticamente en la fig 7. Para cargas muy bajas es prácticamente elástico lineal; después el muro se va deteriorando, siendo entonces diferente la curva de carga que la de descarga, presentando la forma usual de elementos donde rige la falla por cortante. Al ir incrementando la carga y la deformación se obtiene el trazo continuo de la fig 7, y al efectuar alternaciones de carga para la misma deformación se observa que disminuye la resistencia, estabilizándose la misma aproximadamente al tercer ciclo (trazo discontinuo). A este esfuerzo se le denomina esfuerzo sostenido, y al máximo de éstos se le llama resistencia sostenida. Después de que se alcanza ésta, el muro pierde resistencia brusca y continuamente. Por lo anterior, durante un ensaye se pueden definir dos envolventes de esfuerzos, una que corresponde a los máximos y la otra a los sostenidos.

Con base en los resultados obtenidos de los ensayes en modelos se obtuvieron formulaciones que permitieron predecir.

- a) La capacidad máxima de un muro de concreto reforzado.
- b) La capacidad sostenida.
- c) El lugar geométrico de los puntos de capacidad máxima, o sostenida, para diversos valores de la distorsión (envolventes de esfuerzos máximos o sostenidos).
- d) Los ciclos histeréticos de comportamiento.

Los puntos a y b se tratarán en 3.2, mientras que en la ref 1 se tratan con mayor amplitud los demás.

### 3.2 Predicción de resistencia

#### 3.2.1 Capacidad máxima

Las expresiones básicas se obtuvieron del ensaye de modelos (ref 1) de muros reforzados con iguales cantidades de refuerzo horizontal y vertical en el alma; se desarrollaron tomando como base el criterio usual de sumar la contribución del concreto y del acero de refuerzo.

$$v_u = v_c + v_s \quad (3.0)$$

donde

- $v_u$  esfuerzo cortante resistente del muro
- $v_c$  contribución del concreto a la resistencia
- $v_s$  contribución del acero a la resistencia

### 3.2.2 Contribución del concreto ( $V_c$ )

La resistencia a cortante del muro cuando no actúa carga axial sobre el mismo es

$$v_o = (1.6 - 0.3 (M/Vt)^2) \sqrt{f'_c} \geq 0.5\sqrt{f'_c} \quad (3.1)$$

El límite inferior para  $v_o$ ,  $0.5\sqrt{f'_c}$ , es para ser congruentes con la resistencia o cortante de vigas de concreto.

En la fig 8 se muestra la variación de la resistencia del concreto con  $M/Vt$ , se presenta también la expresión anterior.

La contribución de la carga vertical se puede estimar en igual forma que para muros de mampostería (ref 12). La ecuación se obtiene de igualar los esfuerzos de ruptura por tensión diagonal para las condiciones con y sin carga axial, resultando

$$v_c = v_o \sqrt{1 + \sigma/v_o} ; \sigma/v_o \leq 5 \quad (3.2)$$

donde

$v_c$  esfuerzo cortante resistente bajo carga axial

$\sigma$  esfuerzo axial actuante

$v_o$  resistencia a cortante del concreto

En la fig 9 se muestra la expresión anterior y los resultados obtenidos de diversos ensayos.

### 3.2.3 Contribución del acero de refuerzo

La contribución del acero generalmente se expresa en la literatura como

$$v_s = p f_y \quad (3.3a)$$

donde

$p = \frac{a_s}{sb}$ ; porcentaje de refuerzo del muro

$f_y$  esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

$a_s$  área de refuerzo en el alma del muro (vertical u horizontal)

$s$  separación vertical u horizontal del refuerzo

$b$  espesor del muro

Para el cálculo de la contribución del acero debe tomarse en consideración qué refuerzo, vertical u horizontal, se tomará en cuenta. Con base en los resultados obtenidos de los ensayos reportados en la ref 1 y en lo observado por otros investigadores, se propone lo siguiente

$$v_s = p_v f_{yv} \quad \text{si } \frac{M}{Vt} < 0.25 \quad (3.3b)$$

$$v_s = p_h f_{yh} \left( \frac{M}{Vt} - \frac{1}{4} \right) + p_v f_{yv} \left( \frac{5}{4} - \frac{M}{Vt} \right) \quad \text{si } 0.25 \leq \frac{M}{Vt} \leq 1.25 \quad (3.3c)$$

$$v_s = p_h f_{yh} \quad \text{si } \frac{M}{Vt} > 1.25 \quad (3.3d)$$

donde los subíndices h y v se refieren al refuerzo horizontal y vertical respectivamente. Se obtiene mayor aproximación cuando la cuantía de refuerzo en una dirección no es mayor del doble de la otra.

Debe quedar claro que es necesaria la presencia de refuerzo vertical y horizontal en el alma del muro para que puedan aplicarse las expresiones anteriores. También se considera conveniente

la presencia de una cuantía mínima de refuerzo para evitar problemas de agrietamiento por contracción; a falta de mejor información se aconseja colocar el porcentaje mínimo de refuerzo recomendado por el Reglamento ACI, ref 13, que es 0.0025.

En la tabla 2 se aplican las expresiones anteriores a diversos muros de sección rectangular con diferentes relaciones  $M/Vt$  y carga axial. Todos los muros presentaron falla por cortante. Como se observa, existe buena aproximación; la relación de esfuerzo calculado a medido es 0.99 y el coeficiente de variación es de 5%. Los esfuerzos fueron calculados sobre el área total del muro.

#### 3.2.4 Contribución de los elementos de confinamiento del muro

Al aplicar las fórmulas anteriores a muros confinados por columnas o muros transversales se observó que el esfuerzo calculado resultaba inferior al obtenido del ensaye si se consideraba como área efectiva sólo la del muro (ver tabla 6), lo que confirmó la idea de que estos apéndices ayudan en alguna forma a resistir la fuerza cortante. Para determinar al "ancho efectivo" con el cual contribuyen los elementos de confinamiento se procedió, para algunos de los muros reportados en literatura, a calcular las contribuciones del acero y del concreto con las fórmulas anteriores y se sustrajeron del esfuerzo ú

timo del muro; la diferencia de ambas cantidades era la contribución de los elementos de confinamiento. De esta manera, y en forma muy consistente, se determinó que los elementos de confinamiento, columnas o muros transversales, resultan efectivos sólo en un ancho aproximadamente igual a  $2b$ , siendo  $b$  el espesor del muro.

En las tablas 2 y 6 se aplican las fórmulas a diversos muros confinados, observándose una concordancia aceptable. Tomando como una sola muestra a las relaciones  $v_{calc}/v_m$  de las tablas 1 y 2, se ve que la relación de resistencia calculada a medida es 0.997 y 5% del coeficiente de variación.

#### 3.2.5 Efecto de las cargas alternadas

Algunos investigadores han mencionado que la resistencia de un muro ante alternaciones de carga es 90% de la obtenida de un ensaye bajo carga monotónica; se trató de confirmar lo anterior al aplicar las fórmulas, deducidas de muros bajo alternaciones de carga, en muros ensayados con cargas monotónicas, tabla 4. Se observa en esta tabla que hay disparidad en los resultados. Estadísticamente se ve que es significativa la diferencia de valores medidos o calculados (media 0.9 y 12% de coeficiente de variación). Al comparar en la tabla 7 parejas de muros, ensayado uno bajo carga monotónica y otro ante alternaciones de carga, se deduce que la resistencia bajo carga alternada es aproximadamente 15% menor que

bajo carga monotónica.

En la misma tabla 7 se encuentran 3 muros ensayados bajo diferentes historias de carga (muros de la ref 10). Se observa que aparentemente no existe mucha diferencia en la resistencia, por lo que se puede afirmar que la resistencia del muro es casi independiente de la historia de carga, pero sí importa si la carga es monotónica o alternada.

### 3.2.6 Muros con condiciones de refuerzo poco usuales

Al aplicar las fórmulas de diseño propuestas a muros reforzados de manera no convencional, esto es, con refuerzo en una sola dirección o con cantidades de refuerzo muy diferentes en ambas direcciones (ver tabla 5), como es de esperarse no se predice la resistencia con exactitud. Como se ve en la tabla, el error promedio es 36% del lado de la inseguridad, el error máximo fue 115%.

### 3.2.7 Comentario

En términos generales se tiene una semejanza aceptable entre los valores calculados con las fórmulas propuestas y los medidos en los diferentes ensayos. Debe quedar claro que muchos de los ensayos se ejecutaron bajo condiciones de carga muy diferentes de aquellas para las que fueron deducidas las fórmulas, fig 10. Las fórmulas propuestas pueden considerarse como confia-

bles para predecir con buena aproximación la resistencia a cortante de muros de concreto cuando: a) la relación de aspecto ( $M/Vt$ ) está comprendida entre 2.5 y 0.25; b) la cuantía de refuerzo en cualquier dirección no es mayor del 1 por ciento; y c) la cantidad de refuerzo en una dirección no es mayor de dos veces la colocada en dirección ortogonal.

### 3.3 Capacidad sostenida

Las fórmulas para determinar la capacidad sostenida son similares a las obtenidas para la capacidad máxima y solamente hay que cambiar la ec.3.1 por la siguiente

$$v_o = (1.2 - 0.23 (M/Vt)^2) \sqrt{f'_c} \geq 0.3 \sqrt{f'_c}$$

Aplicando las fórmulas anteriores a diversos muros reportados en la literatura y a muros en los que se realizó la interpretación de las curvas de comportamiento para determinar el esfuerzo sostenido máximo, se ve que existe aproximación aceptable entre los valores calculados y los medidos experimentalmente (tabla 8).

En la ref 1 se presentan las expresiones para determinar las envolventes de esfuerzos, máximos y sostenidos, y de los ciclos histeréticos de comportamiento.

#### 4.0 RIGIDEZ

Esta parte es un resumen de la ref 2 donde se analiza en forma más amplia el problema de rigidez de elementos de concreto reforzado en flexo-compresión.

En dicha referencia se menciona que con las herramientas actuales resulta prácticamente imposible dimensionar un elemento de concreto para que al mismo tiempo sea capaz de resistir las acciones internas (fuerza axial y momento flexionante) y se apegue a la rigidez propuesta para el análisis. Esto implica entonces que la estructura dimensionada no corresponderá en la mayoría de las ocasiones a la analizada, y por tanto se obtendrá un comportamiento diferente al esperado. Esto último se ha comprobado en muchas ocasiones cuando se hacen mediciones de diversas consideraciones se concluye en la ref 2 que el diseño de una estructura de concreto reforzado debe ser esencialmente un procedimiento de aproximaciones sucesivas para satisfacer ambos objetivos: resistencia y rigidez. Para columnas, vigas y muros existen ayudas de diseño (curvas  $(\beta, \alpha)$  fig 11) que permiten resolver en forma eficiente el problema (ref 2); como parte de este trabajo se presenta un método simplificado para calcular la rigidez de muros de concreto.

En la fig 11 se muestra la variación de la rigidez con el nivel de flexocompresión, pero también es función de la geometría de la sección

transversal y de la cuantía y disposición del acero de refuerzo. Existe una ligera diferencia en las variables que representan el refuerzo de los extremos o al distribuido de manera uniforme en el alma del muro,  $q_e^*$  y  $q_1^*$  respectivamente;  $q_e^*$  difiere de  $q_e$ , y  $q_1^*$  de  $q_1$ . Se definen como

$$q_e^* = \frac{A_{se}}{bt} \frac{f_y}{f_c^*}$$

$$q_1^* = \frac{A_{s1}}{bt} \frac{f_y}{f_c^*}$$

Lo anterior es resultado de trabajar con la parábola que describe el comportamiento del concreto en compresión desde niveles bajos de esfuerzo hasta la falla.

Las curvas de rigidez contra resistencia se desarrollan en función de parámetros adimensionales (fig 11), de manera que se pueden cubrir casos generales con un número limitado de diagramas. Todas ellas consideran sólo flexocompresión en una sola dirección. Las hipótesis que se emplearon para desarrollar las gráficas de rigidez contra resistencia  $(\beta, \alpha)$  son las mismas que se plantearon en el capítulo 2 para el cálculo de la resistencia a flexocompresión. Aquí es donde resalta la importancia de las hipótesis e) y f) planteadas en 2.1 porque para el cálculo de la rigidez se trabaja desde deformaciones pequeñas en el concreto, contrastando con el cálculo de los diagramas de interacción donde sólo interesa el estado en el que

la fibra más esforzada del concreto alcanza la deformación máxima ( $\epsilon_{cu}$ ).

En la ref 2 se explica con detalle como se obtuvieron las curvas ( $\beta$ ,  $\alpha$ ), similares a la de la fig 11, y el concepto de la que se ha denominado "rigidez efectiva", que no es más que una rigidez tangente calculada de un diagrama momento-curvatura ( $EI = \Delta M / \Delta \Phi$ ).

#### 4.1 Método simplificado para el cálculo de la rigidez efectiva

En esta sección se presenta un método aproximado para calcular la rigidez efectiva sin tener que usar las gráficas a que se ha hecho mención.

Este método se basa en la suposición de que la rigidez total es la suma de la rigidez proporcionada por el acero de refuerzo más la del concreto. En la ref 14 se abunda sobre este aspecto.

##### 4.1.1 Contribución del acero de refuerzo a la rigidez efectiva

La fig 12 muestra en forma adimensional la contribución del acero a la rigidez. En ella se representa la variación de la cuantía de refuerzo en los extremos  $q_e^*$ ; para el caso de acero longitudinal ( $q_1^*$ ) habrá que multiplicar el valor obtenido por 7/19, por las razones que se explican con detalle en la ref 2. La rigidez proporcionada por el refuerzo es la suma de las

contribuciones del acero extremo y del acero longitudinal. La fig 12 es aplicable a cualquier forma de la sección transversal del muro.

##### 4.1.2 Contribución del concreto a la rigidez efectiva

La rigidez que proporciona el concreto depende de la etapa de comportamiento en que se encuentre: a) compresión, b) flexocompresión y c) flexión; que corresponden a relaciones de excentricidad a longitud del muro ( $e/t$ ) que varían aproximadamente de 0.0 a 0.2, de 0.2 a 1.0 y de 1.0 a  $\alpha$ , respectivamente.

La tabla 9 presenta los valores que se obtuvieron de interpretar las curvas de rigidez efectiva y resume los valores aproximados de la rigidez que proporciona el concreto según la etapa de comportamiento (ver ref 2).

##### 4.1.3 Método simplificado

Como se podrá comprender, al emplear este método los valores calculados son sólo valores promedio aproximados; sin embargo, en la ref 2 se demuestra que es suficientemente preciso. En 5.6 se hará una aplicación de lo que aquí se presenta.

Como se mencionó con anterioridad, el método se basa en que la rigidez efectiva total es la suma de la contribución del acero más la del concreto.

$$(EI)_{ef} = (EI)_s + (EI)_c$$

El valor de  $(EI)$  se calcula dividiendo el valor obtenido de la gráfica, para una cierta cuantía de refuerzo, por la deformación unitaria de fluencia del acero de refuerzo y multiplicando por el factor  $bt f_c^*$ , o también con las expresiones presentadas en la tabla 9. Para el concreto, el valor de  $(EI)_c$  se toma de la tabla 9 dependiendo de la etapa en que se encuentre trabajando el elemento de concreto reforzado; se obtienen mejores resultados si se interpola entre los valores de las diversas zonas.

#### 4.1.4 Efecto de cargas de larga duración en la rigidez efectiva

Como se menciona en la ref 5, la manera más sencilla de tomar en cuenta los efectos de las cargas sostenidas de larga duración es afectando por un cierto factor la rigidez proporcionada por el concreto. En ese trabajo se encontró que dicho factor es

$$\psi = 0.75 + 1.8 \gamma_p \geq 1.0$$

donde

$\gamma_p$  relación de carga sostenida de diseño a carga total de diseño

La rigidez efectiva tomando en cuenta esos efectos se calcularía como

$$(EI)_{ef} = \frac{(EI)_c}{\psi} + (EI)_s$$

## 5.0 RECOMENDACIONES DE DISEÑO

### 5.1 Valor nominal de diseño de la resistencia

Los métodos propuestos para calcular la resistencia de elementos de concreto en flexión, flexocompresión o cortante, proporcionan muy buena aproximación; sin embargo, sólo se predice un valor medio de la resistencia, por lo que hay que tomar en cuenta la variabilidad de los distintos parámetros que intervienen en las expresiones para el cálculo, tales como:  $M$ ,  $V$ ,  $t$ ,  $f_c'$ ,  $p$ ,  $f_y$ , etc., y hacer que la confiabilidad de los métodos propuestos sea similar a la de los métodos de diseño de otros elementos de concreto.

En los diversos reglamentos nacionales (estatales y del Distrito Federal) se pide que se cumpla con la siguiente condición, ref 15

$$F_c \Sigma S_d \leq F_R R_d \quad (5.1)$$

donde

$F_c$  factor de carga

$S_d$  efecto de las cargas, con su valor nominal

$F_R$  factor de reducción de resistencia

$R_d$  resistencia nominal de diseño

En estos Reglamentos se especifican los diversos valores que deben tener las cargas muertas, vivas y accidentales (viento y sismo) que deberían ser tomadas en cuenta para el diseño, tal que tengan una probabilidad del 2 por ciento de ser excedidas. Los factores de carga consideran la importancia de la estructura y varían de

acuerdo a la combinación de diversas acciones; para análisis de cargas verticales se ha establecido un valor de  $F_c = 1.4$ , y para cargas verticales más accidentales,  $F_c = 1.1$ . En algunas ocasiones estos factores se incrementan por diversas consideraciones.

En el caso de la resistencia nominal, los Reglamentos especifican, en sus secciones respectivas, los procedimientos a seguir para obtenerla según sea el tipo de material, y se pide que para casos no cubiertos la resistencia de diseño (su valor nominal multiplicado por el factor de reducción  $F_R$ ), se determine por métodos analíticos o experimentales. Este es entonces el aspecto que se quiere cubrir en esta parte del trabajo: determinar el valor nominal de la resistencia tal que el factor de reducción que afecte a las expresiones propuestas en los caps 2 y 3 y la confiabilidad de las mismas sean similares a las de otros elementos de concreto ante el mismo estado de carga.

La secuencia seguida para calcular los valores nominales se presenta con detalle en la ref 1.

### 5.2 Capacidad nominal a cortante

Las expresiones que se proponen para calcular la capacidad a cortante de muros de concreto reforzado, tomando en cuenta el formato probabilístico de los reglamentos nacionales son

a) Resistencia básica del concreto a cortante

$$v_o = (1.6 - 0.3 (M_u/V_u t)^2) \sqrt{f_c^*} \geq 0.5 \sqrt{f_c^*} \quad (5.2)$$

b) Capacidad del concreto tomando en cuenta la carga axial

$$v_c = v_o \sqrt{1 + \sigma/V_o} \quad ; \quad \sigma/v_o \leq 5 \quad (5.3)$$

$\sigma$  es el esfuerzo axial en el muro

c) Contribución del acero de refuerzo a la resistencia a cortante

$$v_s = p \frac{f_y}{y} \quad \text{ver ecs 3.3} \quad (5.4)$$

d) Resistencia nominal a cortante

$$v_u^* = 0.85 (v_c + v_s) \quad (5.5)$$

el factor 0.85, se determinó para cumplir con lo mencionado con anterioridad, que la resistencia a cortante de un muro de concreto reforzado calculada con la expresión 5.5, tenga el mismo índice de confiabilidad y factor de reducción de resistencia que la de otros miembros de concreto con falla por cortante.

e) Resistencia nominal de diseño a cortante

$$V_R = F_R v_u^* A \quad (5.6)$$

$$F_R = 0.80$$

### 5.4 Capacidad a flexión y a la flexocompresión

Para determinar el valor nominal de la resistencia a flexión y flexocompresión, las expresiones que se proponen para diseño son

a) Para flexión

$$M'_{uo} = (q_e + \frac{A}{bt} q_1) bt^2 f''_c \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right)$$

ó

$$M'_{uo} = (A_{se} + \frac{A}{bt} A_{s1}) t f_y \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right)$$

la resistencia nominal a flexión es

$$M^*_{uo} = 0.9 M'_{uo} \quad (5.8)$$

finalmente, la resistencia nominal de diseño a flexión pura es

$$M_{uo} = F_R M^*_{uo} \quad (5.9)$$

b) Para flexocompresión

$$P_R = F_R \frac{M_u - M_{uo}}{M_{uo}} (q_e + q_1) bt f''_c$$

ó

$$P_R = F_R \frac{M_u - M_{uo}}{M_{uo}} (A_{se} + A_{s1}) f_y$$

y

$$M_R = M_{uo} \left\{ 1 + \left( \frac{P_u}{bt f''_c} \right) \left( \frac{1}{q_e + q_1} \right) \right\} \quad (5.11)$$

En lo anterior  $F_R = 0.9$  para flexión pura y  $F_R = 0.85$  para flexocompresión. Las expresiones 5.10 y 5.11 son válidas si  $P/P_c \leq 0.15$ .

c) Diagramas de interacción

Para utilizar los diagramas de interacción en flexocompresión (fig 4, ref 2) es necesario efectuar en estos unos ligeros cambios; sobre el eje horizontal se representa

$M^*_u = M_u/0.9$  y  $P^*_u = P_u/0.9$ .  $M_u$  y  $P_u$  son los elementos mecánicos de diseño. Lo anterior se hace para tomar en cuenta lo mencionado en el penúltimo párrafo de 5.1.

En las expresiones anteriores

$M_u$  momento flexionante último actuante

$V_u$  fuerza cortante última actuante

$P_u$  carga axial última actuante

$$f^*_c = 0.8 f''_c$$

$f'_c$  resistencia a compresión del concreto

$p$  porcentaje de refuerzo en el alma del muro

$f_y$  esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo

$F_R$  factor de reducción de resistencia

$$q_e = \frac{A_{se}}{bt} \frac{f_y}{f''_c}$$

$A_{se}$  área de refuerzo en los extremos del muro

$b$  espesor del muro

$t$  peralte total del muro

$$f''_c = 0.85 f^*_c$$

$A$  área total del muro, siempre y cuando

$$B \leq 2b \text{ (ver fig 2)}$$

$$q_1 = \frac{A_{s1}}{bt} \frac{f_y}{f''_c}$$

$A_{s1}$  área de refuerzo vertical repartida de manera uniforme en el alma del muro

$d$  peralte efectivo

### 5.5 Cálculo de la rigidez

Para calcular la rigidez de muros de concreto reforzado se tomará en cuenta que

$$q^*_e = 0.85 q_e$$

$$q^*_1 = 0.85 q_1$$

Aquí no se aplica el factor de resistencia ( $F_R$ ) porque no se está revisando la resistencia del elemento bajo condiciones de servicio. Para lo anterior, las cargas que deben emplearse para

aplicar el método simplificado serán iguales a las últimas de diseño divididas entre el factor de carga correspondiente a la combinación de cargas permanentes y variables (generalmente 1.4); para ciertos elementos estructurales estas cargas corresponderán a las de trabajo, para otros no, como es el caso de columnas, donde las cargas últimas se amplifican por excentricidades accidentales y por la interacción entre flexión y carga axial.

La revisión de rigidez deberá hacerse para la condición de carga antes mencionada porque durante la mayor parte de su vida útil la estructura estará solicitada solo por las solicitaciones horizontales de poca intensidad; y sólo cuando se presente el sismo de diseño de estructura incursionará en rangos de comportamiento inelástico, donde ya no son aplicables los resultados del análisis realizado porque cambian radicalmente las rigideces de los elementos estructurales por los altos niveles de carga.

### 5.6 Ejemplo de aplicación

En este ejemplo se aplicarán las fórmulas y ayudas de diseño vistas en capítulos anteriores a un muro con las características siguientes:

Los elementos mecánicos en la base del muro son:

Condiciones últimas de diseño

$$M_u = 900 \text{ t-m}$$

$$V_u = 150 \text{ t}$$

$$P_u = 120 \text{ t}$$

Para la revisión de rigidez (cargas verticales)

$$M = 20 \text{ t-m}$$

$$V = 6 \text{ t}$$

$$P = 110 \text{ t}$$

Las características del muro son:

- Sección rectangular
- 400 cm de longitud (t)
- 25 cm de espesor (b)

Los materiales a emplear tendrán las siguientes propiedades:

$$\text{concreto } f'_c = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{acero } f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

#### 5.6.1 Capacidad a cortante

Para determinar la resistencia de este muro se aplicarán las expresiones 5.2 a 5.6; para ello

$$f_c^* = 0.8 * 150 = 120 \text{ kg/cm}^2;$$

$$M_u = 900 \text{ t-m}; V_u = 150 \text{ t};$$

$$t = 4 \text{ m}; M/Vt = 1.5$$

de la ecuación 5.2

$$v_o = 10.1 \text{ kg/cm}^2$$

La contribución del concreto de la resistencia es, ec (5.3)

$$\sigma = 120 \text{ 000}/(400 * 25) = 12 \text{ kg/cm}^2$$

$$v_c = 15.0 \text{ kg/cm}^2$$

El cortante último en el muro es

$$v_u = 150 \text{ 000}/(400 * 25) = 15 \text{ kg/cm}^2$$

por lo que el acero de refuerzo deberá resistir,  
ec 5.5

$$v_s = \frac{V_u}{0.85 F_R} - v_c = 7.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$7.1 = p f_y \rightarrow p \doteq 0.0028; \text{ considerando}$$

$$P_h = P_v = P$$

Si se ponen varillas de 5/16" ( $A_s = 0.49 \text{ cm}^2$ )  
en dos capas, la separación a que deben colocar  
se es

$$s = \frac{2 * 0.49}{0.0028 (25)} = 14 \text{ cm}$$

horizontalmente se colocaría el mismo porcenta-  
je de refuerzo

### 5.6.2 Capacidad a flexocompresión

Para calcular la resistencia a flexocompresión  
se utilizarán el diagrama de interacción de la  
fig 4 y se verificará con las expresiones 5.7a  
a 5.11.

Para utilizar la gráfica de la fig 4 es necesari-  
o entrar con  $R = M_u^*/(F_R bt^2 f_c'')$  y  
 $K = P_u^*/(F_R bt f_c'')$ ; para ello

$$M_u^* = M_u/0.9 = 1000 \text{ t-m} \quad y$$

$$P_u^* = 120/0.9 = 133.3 \text{ t}$$

por tratarse de flexocompresión  $F_R = 0.85$  y  
 $f_c'' = 0.85 f_c^* = 102 \text{ kg/cm}^2$ ;  $R = 0.29$ ,  $K = 0.15$ ,  
 $q_1 = (0.0028 * 2530/102) = 0.069$ ;  $d/t = 0.95$   
(supuesto). Con estos datos e interpolando en  
el diagrama de la fig 4 se encuentra  $q_e \doteq 0.5$ .

Utilizando ahora las fórmulas 5.7 a 5.11

$$M_{uo}^i = (0.5 + 0.69) 25 * 400^2 * 102 * (0.95 - 0.5)$$

$$M_{uo}^i = 104500000 \text{ kg-cm} = 1045 \text{ t-m} \quad (5.13)$$

$$M_{uo}^* = 0.9 * 1045 = 940 \text{ t-m} \quad (5.14)$$

$$M_{uo} = 0.85 * 940 = 799.6 \text{ t-m} \quad (5.15)$$

$$M_R = 799.6 (1 + \frac{0.117}{0.509}) = 963 \approx 900 \text{ t-m} \quad (5.16)$$

### 5.6.3 Cálculo de la rigidez del muro

Los parámetros que se necesitan para calcular  
la rigidez del muro son:

$$q_e^* = 0.85 q_e = 0.4; \quad q_1^* = 0.85 q_1 \doteq 0.06;$$

$$e = M/P = 20/110 = 0.18 \text{ m}; \quad e/t = 0.18/4 = 0.05; \quad P/(bt f_c^*) = 0.09.$$

Aplicando el método simplificado se tomaría de  
la tabla 9 la condición de flexocompresión para  
bajos niveles de carga axial, columna 6; para la  
contribución del concreto.

$$R_c = 0.55 * 50 = 27.5$$

para el acero de refuerzo, de la misma tabla 9

$$R_s = (q_e^* + \frac{7}{13} q_1^*) \frac{1}{\epsilon_y} (\frac{d}{t} - \frac{1}{2})^2$$

$$\text{si } \epsilon_y = 2530/2 * 10^6 = 0.001265$$

$$R_s = 67.6$$

por lo que la rigidez del muro mediante el méto-  
do simplificado es

$$\frac{(EI)}{bt^3 f_c^*} = 27.5 + 67.6 = 95$$

Empleando las gráficas de referencia 2 se encuentra que  $\frac{EI}{bt^3 f_c} = 88$ .

faltaría afectar la contribución del concreto por el factor  $\psi$  para tomar en cuenta el efecto de las cargas sostenidas de larga duración; o aplicar el criterio del ACI y del reglamento del D. F., afectando *todo* el valor de la rigidez, al dividir por el parámetro  $(1 + \mu)$  donde  $\mu$  es la relación entre carga muerta y carga de diseño.

#### 6.0 CONCLUSIONES

Se presentan nuevos criterios para diseñar muros de concreto reforzado en flexión, flexocompresión y cortante. Para facilitar su aplicación se desarrollan ayudas de diseño en forma de tablas, figuras, etc. Estos criterios son aplicables a distintas formas de sección transversal y diferentes combinaciones y distribuciones del acero de refuerzo.

Se demuestra que los resultados obtenidos con los criterios propuestos para calcular la capacidad a flexión, flexocompresión y cortante son suficientemente aproximados a los obtenidos de ensayos experimentales.

También se propone un método simplificado para calcular la rigidez a flexión (EI) de muros de concreto reforzado.

Con la finalidad de que los resultados de este

trabajo sean de aplicación práctica, se calcularon los valores nominales de diseño para los diferentes estados de carga tal que su confiabilidad fuera similar a la de otros miembros de concreto reforzado; lo anterior se hizo de acuerdo a los criterios que establece el reglamento de construcciones para el Distrito Federal.

#### AGRADECIMIENTOS

La parte numérica de este trabajo fue desarrollada por Alberto López L.\*, y Mario E. Zermeño de León\*\*, a quienes se agradece su entusiasta colaboración; así como al Ing. Oscar de Buen\*\* por la revisión crítica del presente trabajo.

#### REFERENCIAS

1. Hernández, O., "Diseño de Muros de Concreto con Falla por Cortante", Instituto de Ingeniería, UNAM, N° 433 (Dic. 1980).
2. Hernández O., et al, "Rigidez Efectiva de Miembros de Concreto Reforzado Sujetos a Flexocompresión Uniaxial". Reporte de Investigación, Instituto de Investigaciones Eléctricas, México (1979).
3. Fiorato A. E., et al, "Tests of Structural Walls Under Reversing Loads". 1a. Conferencia Centroamericana de Ingeniería Sísmica, El Salvador (1978).

\* Investigador Asistente, Depto. Ing. Civil, IIE.

\*\* Profesor, Facultad de Ingeniería, UNAM.

4. Fiorato A. E., et al, "*Ductility of Structural for Design of Earthquake Resistant Buildings*", 6a. Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, India, (1977).
5. Barda F., Hanson J. M. y Corley W. G., "*An Investigation of the Design and Repair of Low-rise Shear Walls*", Proc. 5a. Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, Roma (1973).
6. Barda F., et al, "*Shear Strength of Low-rise Walls with Bondary Elements*". Publicación ACI SP-53, (1977).
7. Hernández J., Meli R., "*Diseño Sísmico de Muros de Concreto. Resultados de la Primera Etapa de un Estudio Experimental*", Ingeniería Sísmica 16, México Sept-Dic. (1976).
8. Hernández O., "*Resistencia a Cortante de Muros de Concreto Reforzado*", V Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara, Jal. (1979).
9. Cárdenas, et al, "*Design Provisions for Shear Walls*". ACI Journal, V70 N° 3, Marzo (1973).
10. Shiga T., et al. "*Experimental Study on Dynamic Properties of Reinforced Concrete Shear Walls*", 5° Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Roma (1973).
11. Wang, T. Y., Bertero V. V., Popov E. P., "*Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Framed Wall*", Reporte EERC75-23, University of California en Berkeley, USA (1975).
12. Meli R., Hernández O., "*Efectos de Hundimientos Diferenciales en Construcciones a Base de Muros de Mampostería*", Informe N° 350, Instituto de Ingeniería, UNAM, Marzo (1975).
13. "*Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado*". (ACI 318-71), México, D. F., Publicación IMCYC, 1978.
14. Mc Gregor J. G., Oelhafen U. H. y Hage S. E., "*A Re-examination of the EI Value for Slender Columns*", SP50-1, Publicación ACI SP-50, (1975, pp 1-40).
15. Meli R., "*Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*", Revista Ingeniería, V XLVI, N° 2, México, Abr-Jun (1976).

TABLA 1

ACERO DE REFUERZO

ESPECIMEN	SECCION *	PORCENTAJES		(%) p <sub>v</sub>	f <sub>y</sub> , kg/cm <sup>2</sup>		f' <sub>c</sub> kg/cm <sup>2</sup>	q <sub>e</sub>	q <sub>1</sub>	P <sub>a</sub> kgs.	d/t	A/bt	M <sub>uo</sub> T-m	$\frac{P_a}{bt f''_c}$	M <sub>u</sub> T-m	M <sub>med</sub> T-m	$\frac{M_u}{M_{med}}$
		p <sub>e</sub> /2	p <sub>h</sub>		f <sub>yv</sub> f <sub>yh</sub>	f <sub>ye</sub>											
R1	1	0.147	0.31	0.25	5320	5215	455	0.040	0.034	-----	0.95	1.0	47.9	0	47.9	46.2	1.04
R2	1	0.40	0.31	0.25	5320*	4590	470	0.092	0.033	-----	0.95	1.0	83.6	0	83.6	88.6	0.94
B1	2	0.5328	0.31	0.29	5310	4580	540	0.106	0.034	-----	0.925	1.32	109.5	0	109.5	108.1	1.01
B3	2	0.5328	0.31	0.29	4880	4460	480	0.116	0.035	-----	0.925	1.32	104.7	0	104.7	109.1	0.96
B4 (1)	2	0.5328	0.31	0.29	5310*	4590	460	0.125	0.039	-----	0.925	1.32	109.1	0	109.1	115.7	0.94
B2	2	1.762	0.63	0.29	5425	4180	545	0.318	0.034	-----	0.925	1.32	265.9	0	265.9	271.2	0.98
B5	2	1.762	0.63	0.29	5310*	4525	460	0.408	0.039	-----	0.925	1.32	284.1	0	284.1	292.4	0.97
B6	2	1.762	0.63	0.29	5310*	4490	220	0.846	0.082	94400	0.925	1.32	282.2	0.26	361.3	368.5	0.98
B7	2	1.762	0.63	0.29	5310*	4665	500	0.387	0.036	121625	0.925	1.32	292.0	0.15	395.5	397.3	1.00
B8	2	1.762	1.38	0.29	5310*	4560	425	0.445	0.043	121625	0.925	1.32	286.7	0.17	386.6	400.5	0.97
F1	3	1.867	0.71	0.30	5355	4530	390	0.510	0.048	-----	0.92	1.11	292.0	0	292.0	319.1	0.92
F2	3	2.088	0.63	0.31	5355*	4385	465	0.463	0.042	121560	0.92	1.11	314.8	0.16	414.5	382.0	1.08

Prom. 0.98

C.V.(%) 5

NOTACION:

- D<sub>e</sub> relación de área total de refuerzo en los extremos, al área gruesa de concreto del alma del muro
- p<sub>h</sub> porcentaje de refuerzo horizontal en el alma del muro
- p<sub>v</sub> porcentaje de refuerzo vertical en el alma del muro
- A área transversal del muro para B ≤ 2b

$$M_{uo} = (q_e + \frac{A}{bt} q_1) (\frac{d}{t} - \frac{1}{2}) b t^2 f''_c$$

si P<sub>a</sub>/P<sub>u</sub> < 0.15

$$M_u = M_{uo} (\frac{P_a}{bt f''_c (q_e + q_1)} + 1)$$

$$P_a = (q_e + q_1) (\frac{M_u}{M_{uo}} - 1) bt f''_c$$

SECCION:

- 1 Rectangular
- 2 Columnas en los extremos
- 3 Muros Transversales

- f<sub>yv</sub> esfuerzo de fluencia del refuerzo vertical
- f<sub>yh</sub> esfuerzo de fluencia del refuerzo horizontal
- f<sub>ye</sub> esfuerzo de fluencia del refuerzo extremo

$$q_e = \frac{A_s e f_{yv}}{bt f''_c}$$

$$q_1 = \frac{A_s 1 f_{yh}}{bt f''_c}$$

f''<sub>c</sub> = 0.85 (K<sub>1</sub> f'<sub>c</sub>) En este caso por tratarse de ensayos de laboratorio, K<sub>1</sub> = 1

(1)

Ensaye bajo carga monotónica

++ en la fluencia total del refuerzo vertical

\*

Esfuerzo de fluencia supuesto por carecer de la información

TABLA 2 COMPARACION DE RESISTENCIAS DE MUROS DE SECCION RECTANGULAR BAJO ALTERNACIONES DE CARGA

IDENT.	REF.	H/t δ M/Vt	f' <sub>c</sub> **	P <sub>h</sub>	f <sub>y</sub> **	P <sub>v</sub>	f <sub>y</sub> **	σ **	v <sub>o</sub> **	v <sub>c</sub> **	v <sub>s</sub> **	v <sub>calc</sub> **	v <sub>in</sub> **	v <sub>calc</sub> v <sub>m</sub>
2	1	1.95	306	0.0035	3100	0.0035	3100	22	8.7+	16.4	10.9	27.3	26.2	1.04
5	1	1.95	305	0.0035	3100	0.0035	3100	22	8.7+	16.4	10.9	27.3	29.2	0.93
7	1	1.95	296	0.0035	3100	0.0035	3100	22	8.6+	16.2	10.9	27.1	26.5	1.02
8	1	1.95	292	0.0035	3100	0.0035	3100	22	8.5+	16.2	10.9	27.1	27.0	1.00
10	1	0.67	378	0.0035	3100	0.0035	3100	22	28.5	37.9	10.9	48.8	55.1	0.89
12	1	0.67	280	0.0035	3100	0.0035	3100	22	24.5	33.8	10.9	44.7	44.0	1.02
13	1	2.00	293	0.0035	3350	0.0035	3350	22	8.6+	16.2	11.7	27.9	27.7	1.01
21	1	2.00	250	0.0035	3630	0.0035	3630	22	8.6+	15.4	12.7	28.1	29.0	0.97

TABLA 3 COMPARACION DE RESISTENCIAS DE MUROS CON ELEMENTOS CONFINANTES EN SUS EXTREMOS BAJO ALTERNACIONES DE CARGA

3	1	1.95	280	0.0035	3100	0.0035	3100	22	8.4+	16.0	10.9	26.9	26.4	1.02
4	1	1.95	290	0.0035	3100	0.0035	3100	22	8.5+	16.1	10.9	27.0	26.0	1.01
6	1	1.95	345	0.0035	3100	0.0035	3100	22	9.3+	17.1	10.9	28.0	26.8	1.04
9	1	0.50	360	0.0035	3100	0.0035	3100	22	28.9	38.4	10.9	49.3	46.1	1.07
11	1	0.50	300	0.0035	3100	0.0035	3100	22	26.4	35.8	10.9	46.7	44.5	1.05
14	1	2.00	247	0.0035	3800	0.0035	3800	22	7.9+	15.4	13.3	28.7	26.9	1.07
15	1	2.00	320	0.0035	3575	0.0035	3575	22	8.9+	16.6	12.5	29.1	29.2	1.00
16	1	2.00	209	0.0070	3100	0.0070	3100	22	7.2+	14.5	21.7	36.2	38.2	0.95
17	1	2.00	175	0.0070	3100	0.0035	3100	22	6.6+	13.7	21.7	35.4	33.0	1.06
18	1	0.50	230	0.0035	3100	0.0070	3100	22	23.1	32.3	19.0	51.3	55.6	0.92
19	1	2.00	187	0.0070	3500	0.0070	3500	22	6.9+	14.2	24.6	38.8	38.2	1.01
20	1	2.00	258	0.0070	2650	0.0070	2650	22	8.0+	15.5	18.6	34.1	33.5	1.02
WB-1	10	0.54	160++	0.0025	3000	0.0025	3000	0	19.1	19.1	7.5	26.6	26.0	1.02
WB-2	10	0.54	160++	0.0025	3000	0.0025	3000	0	19.1	19.1	7.5	26.6	27.6	0.97
WB-3	10	0.54	160++	0.0025	3000	0.0025	3000	0	19.1	19.1	7.5	26.6	31.0	0.86
WB-6	10	0.54	160++	0.0050	3000	0.0050	3000	0	19.1	19.1	15.0	34.1	35.3	0.97
WB-7	10	0.54	160++	0.0050	3000	0.0050	3000	25	19.1	29.1	15.0	44.1	45.6	0.97
2	11	1.85	373	0.0033	5160	0.0033	5160	27	11.1	20.6	17.1	37.7	37.3	1.01
1	11	1.85	378	0.0033	5160	0.0033	5160	27	10.1	20.6	17.1	37.7	37.8	1.00
B3-2	6	0.50	276	0.0050	5230	0.0050	5554	0	25.3	25.3	27.8	53.1	52.8	1.00
B6-4	6	0.50	216	0.0050	5062	0.0025	5062	0	22.4	22.4	15.8	38.2	41.7	0.92
B7-5	6	0.25	262	0.0050	5111	0.0050	5413	0	25.6	25.6	27.1	52.7	52.3	1.00
B8-5	6	1.00	240	0.0050	5050	0.0050	5378	0	20.1	20.1	25.7	45.8	42.2	1.08

TABLA 4 COMPARACION DE RESISTENCIAS DE MUROS BAJO CARGA MONOTONICA

WB-4	10	0.54	160	0.0025	3000	0.0025	3000	0	19.1	19.1	7.5	26.6	34.0	0.78
B1-1	6	0.50	296	0.0050	5055	0.0050	5540	0	26.2	26.2	27.1	53.3	58.0	0.92
B2-1	6	0.50	166	0.0050	5090	0.0050	5624	0	19.6	19.6	27.5	47.0	46.6	1.01

TABLA 5 APLICACION DE LAS FORMULAS A MUROS CON CONDICIONES DE REFUERZO POCO USUALES

B-4-3	6	0.5	193	0.0000	0000	0.0050	5455	0	21.2	21.2	20.5	41.7	48.4	0.86
B-5-4	6	0.5	296	0.0050	5045	0.0000	0000	0	26.2	26.2	6.3	32.9	33.3	0.99
SW-10	9	1.0	412	0.0000	0000	0.0000	0000	0	26.4	26.4	0	26.4	*21.9	1.20
SW-11	9	1.0	392	0.0075	4550	0.0000	0000	0	25.7	25.7	25.6	51.3	*43.3	1.18
SW-12	9	1.0	392	0.0100	4550	0.0000	0000	0	25.7	25.7	34.1	59.8	*46.7	1.26
SW-13	9	1.0	445	0.0100	4620	0.0300	4620	0	27.4	27.4	69.3	96.7	*45.0	2.15
SW-5	9	1.32	416	0.0027	4200	0.0100	4200	30	22.0	33.8	11.3	45.1	*41.7	1.08
SW-7	9	1.00	440	0.0027	4200	0.0100	4200	0	27.3	27.3	19.0	46.3	*36.9	1.25
SW-8	9	1.00	436	0.0027	4725	0.0300	4725	0	27.1	27.1	45.0	72.1	*40.5	1.78
SW-9	9	1.00	440	0.0100	4200	0.0300	4200	0	27.3	27.3	63.0	90.3	*48.2	1.87

+  $0.5 \sqrt{f'_c}$ 

++ Dato general tomado de la referencia y no especificado en particular

\* Incluye peso propio porque se ensayaron en posición horizontal

\*\* Kg/cm<sup>2</sup>

TABLA 6 ESFUERZOS SOBRE AREA DEL MURO Y EFECTIVA  
ESFUERZO CORTANTE

MURO	medido		calculado
	área efectiva	área del muro (bt)	
B3-2	52.8	57.3	53.1
B4-3	48.4	52.4	48.4
B6-4	41.7	44.4	35.1
B7-5	52.3	57.8	52.7
B8-5	42.2	45.7	45.4
WB-1	26.0	31.6	26.6
WB-2	27.6	33.6	26.6
WB-3	31.0	37.7	26.6
WB-6	35.3	42.9	34.1
WB-7	45.6	55.4	44.1
2	37.3	45.6	36.7
1	37.8	46.1	36.7
14	26.9	32.0	28.7
15	29.2	34.8	29.1
16	38.2	44.1	35.5
17	33.0	39.7	35.4
18	55.6	67.4	54.0
19	38.2	46.7	38.8
20	33.5	41.0	34.1

TABLA 7 EFECTO DE LA CONDICION DE CARGA EN LA CAPACIDAD DE  
MUROS DE CONCRETO REFORZADO

CONDICION  
DE CARGA

Monotónica	48.2	34.0	34.0	34.0	58.0
Alternada	45.0	26.0+	27.6+	31.0+	52.8
Altern/mon	0.93	0.76	0.81	0.91	0.91

+Para diferentes historias de carga

Prom. 0.87

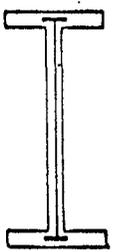
TABLA 8 COMPARACION DE RESULTADOS MEDIDOS Y CALCULADOS PARA EL ES-FUERZO MAXIMO SOSTENIDO

Refer.	MURO	$f'_c$ kg/cm <sup>2</sup>	M/VL (H/L)	$v_o$ kg/cm <sup>2</sup>	$v_s$ kg/cm <sup>2</sup>	$v_m$ kg/cm <sup>2</sup>	$v_c$ kg/cm <sup>2</sup>	$v_c/v_m$
1	2	306	1.95	13.4	10.9	23.8	24.3	1.02
	3	280	1.95	13.1	10.9	21.8	24.0	1.10
	4	290	1.95	13.2	10.9	23.1	24.1	1.04
	5	305	1.95	13.4	10.9	25.0	24.3	0.97
	6	345	1.95	13.9	10.9	24.1	24.8	1.03
	7	296	1.95	13.3	10.9	22.3	22.3	1.08
	8	292	1.95	13.2	10.9	24.2	24.1	1.00
	9	360	0.50	30.8	10.9	41.6	41.7	1.00
	10	378	0.67	30.7	10.9	42.7	41.6	0.97
	11	300	0.50	28.8	10.9	37.0	39.7	1.07
	12	280	0.67	27.5	10.9	38.0	38.4	1.01
	7	B3-2	276	0.5	19.0	26.2	*61.4	56.9
B4-3		193	0.5	15.9	27.3	*55.6	53.9	0.97+
B5-4		296	0.5	19.7	25.2	*37.8	46.3	1.22++
B6-4		216	0.5	16.8	25.3	*47.0	51.5	1.10
B7-5		262	0.25	19.2	25.6	*61.6	55.9	0.91
B8-5		240	1.0	15.0	25.3	*49.6	50.3	1.01
4	WB-1	160	0.63	11.2	4.6	*17.7	18.6	1.05
	WB-2	160	0.63	11.2	4.6	*18.8	18.6	0.99
	WB-3	160	0.63	11.2	4.6	*21.1	18.6	0.88
	WB-5	160	0.63	23.2	4.6	*34.1	32.7	0.96
	WB-6	160	0.63	11.2	7.9	*24.0	22.5	0.94
	WB-7	160	0.63	23.2	7.9	*31.0	36.5	1.18

+ Sin refuerzo horizontal  
 ++ Sin refuerzo vertical

\* Obtenida de la interpretación de las curvas experimentales

TABLA 9  
CALCULO APROXIMADO DE LA RIGIDEZ EFECTIVA

Sección transversal	COMPRESION		FLEXOCOMPRESION			FLEXION			
	Contribución del acero	Contribución del concreto	Contribución del acero	Contribución del concreto	Contribución del concreto	Contribución del acero		Contribución del concreto	
	$P/P_u \leq 0.10$ $e/t = 0$ ó $e/t < 0.05$					$0.10 < P/P_u < 0.5$ $0.05 \leq \frac{e}{t} \leq 0.3$	$q^* \leq 0.2$	$q^* > 0.2$	$q^* \leq 0.2$
	$R_e + R_l$	K	$R_e + R_l$	$0.35 K^*$ $0.25 K^{**}$	0.55 K	$1.25 (R_e + R_l)$	$1.1 (R_e + R_l)$	0.10 K	0.2 K
	$R_e + R_l$	$K' = 1.25 K^*$ $K' = 1.50 K^{**}$	$R_e + R_l$	$0.35 K'^*$ $0.25 K'^{**}$	0.55 K'	$1.25 (R_e + R_l)$	$1.1 (R_e + R_l)$	0.10 K'	0.2 K'

La rigidez efectiva es igual a la suma de la contribución del acero mas la del concreto multiplicadas por  $bt^3i_c'$ :

$$(EI)_{ef} = (R_s + R_c) bt^3 i_c'$$

Contribución del acero ( $R_s = R_e + R_l$ )

$$R_e = q_e^* \frac{1}{\epsilon_y} \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$R_l = \frac{7}{19} q_l^* \frac{1}{\epsilon_y} \left( \frac{d}{t} - \frac{1}{2} \right)^2$$

$$q^* = q_e^* + q_l^*$$

Contribución del concreto ( $R_c$ )

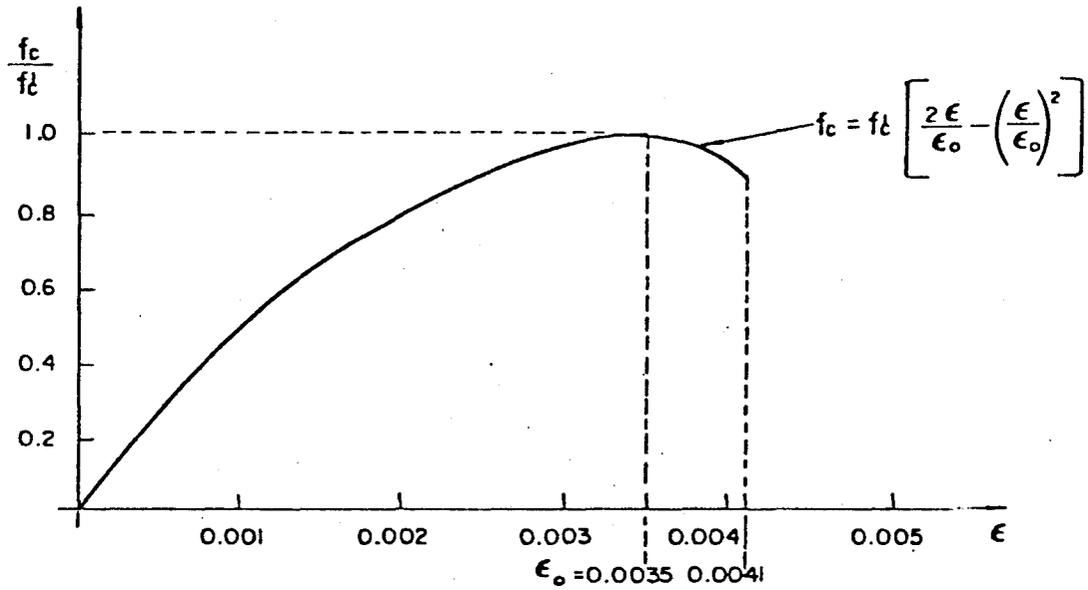
$$K = 50 \quad ** 0.6 \leq e/t < 1$$

$$^* t' = 0.05t \text{ y } B = 2b$$

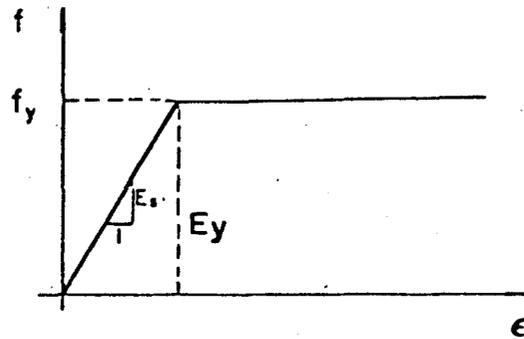
$$^{**} t' = 0.10t \text{ y } B = 2b$$

$$^* e/t < 0.6$$

Si  $e/t \geq 1$  emplear los valores de flexión.



CURVA ESFUERZO—DEFORMACION DEL CONCRETO



CURVA ESFUERZO—DEFORMACION DEL ACERO

Fig 1. Comportamiento supuesto para el concreto y el acero

Para la construcción de los diagramas de interacción

$F'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$        $B = 40 \text{ cm}$   
 $F_y = 400 \text{ kg/cm}^2$        $b = 20 \text{ cm}$   
 $t = 400 \text{ cm}$        $d/t = 0.95^{*+}; 0.975^{**}$   
 $t'/t = 0.0^*, 0.10^+; 0.05^{**}$

\* Muros de sección rectangular  
 con columnas en sus extremos  
 +  
 \*\* con muros transversales

$$q = q_e + q_l$$

$$q_e = \frac{A_{se}}{bt} \frac{f_y}{f'_c}$$

$$q_l = \frac{A_{sl}}{bt} \frac{f_y}{f'_c}$$

$q_e$  = cuantía de refuerzo total en los extremos.

$q_l$  = cuantía de refuerzo longitudinal.

$A_{se}$  = área de acero total en los extremos.

$A_{sl}$  = área de acero en el alma

$f_y$  = esfuerzo de fluencia del acero

$f'_c$  = esfuerzo máximo del concreto

$b$  = ancho del alma

$d$  = peralte efectivo

$$d' = t - d$$

$t$  = peralte total

$t'$  = peralte del patin elemento confinante

$B$  = ancho efectivo del elemento confinante  
 $(B \leq 2b)$

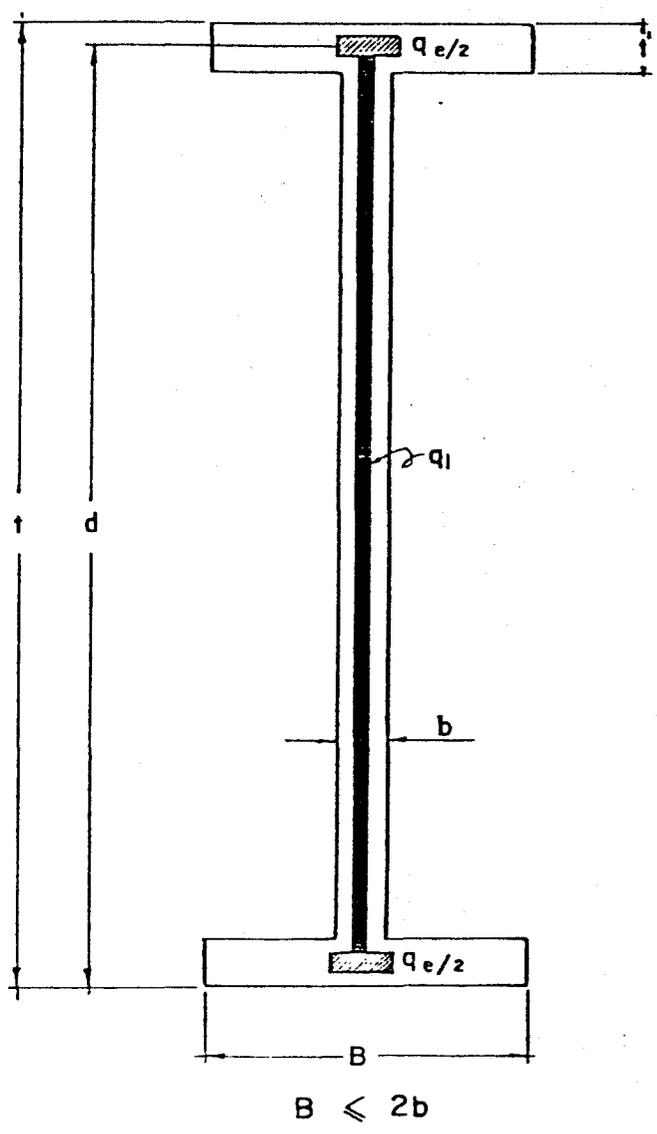
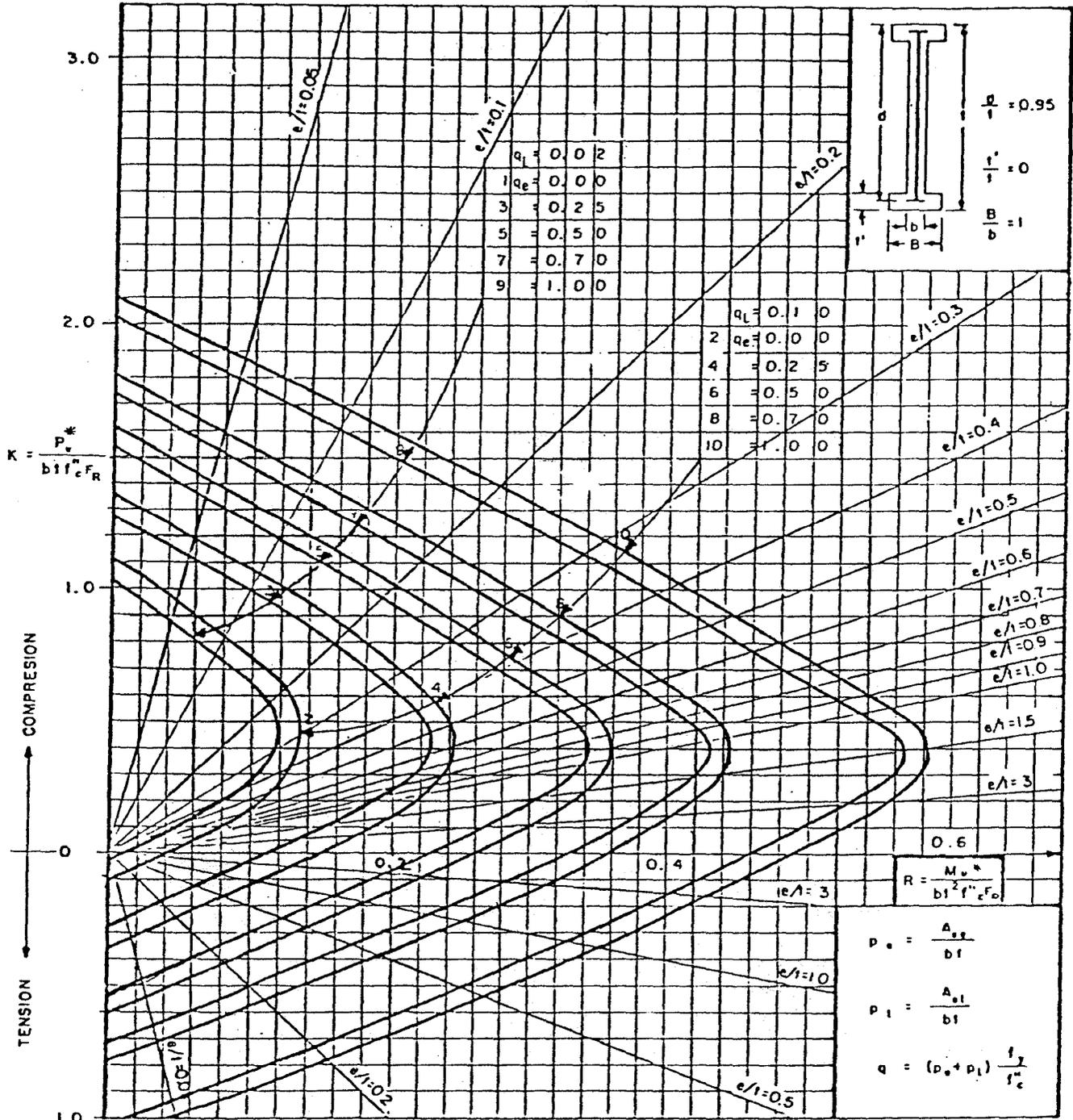


Fig 2. Geometría de los muros analizados



$M_u$  = Momento flexionante último  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $A_{se}$  = Area total de acero en los extremos  
 $A_{sl}$  = Area de acero en el muro  
 $M_u = \frac{M_u}{C_c}$   
 $P_u = \frac{P_u}{C_c}$

Fig 4. Diagrama de interacción de un muro de concreto reforzado

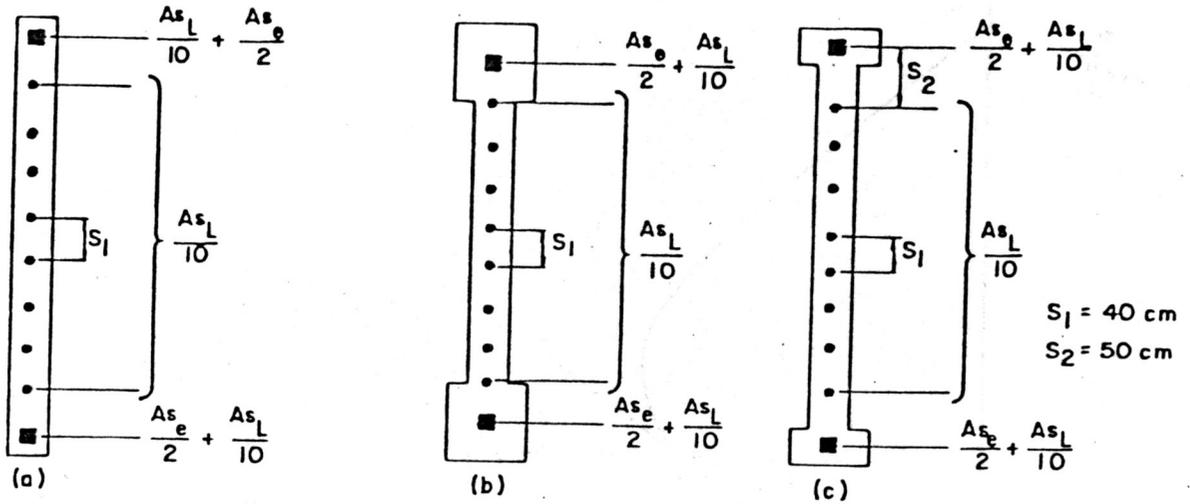


Fig 3. Discretización del refuerzo

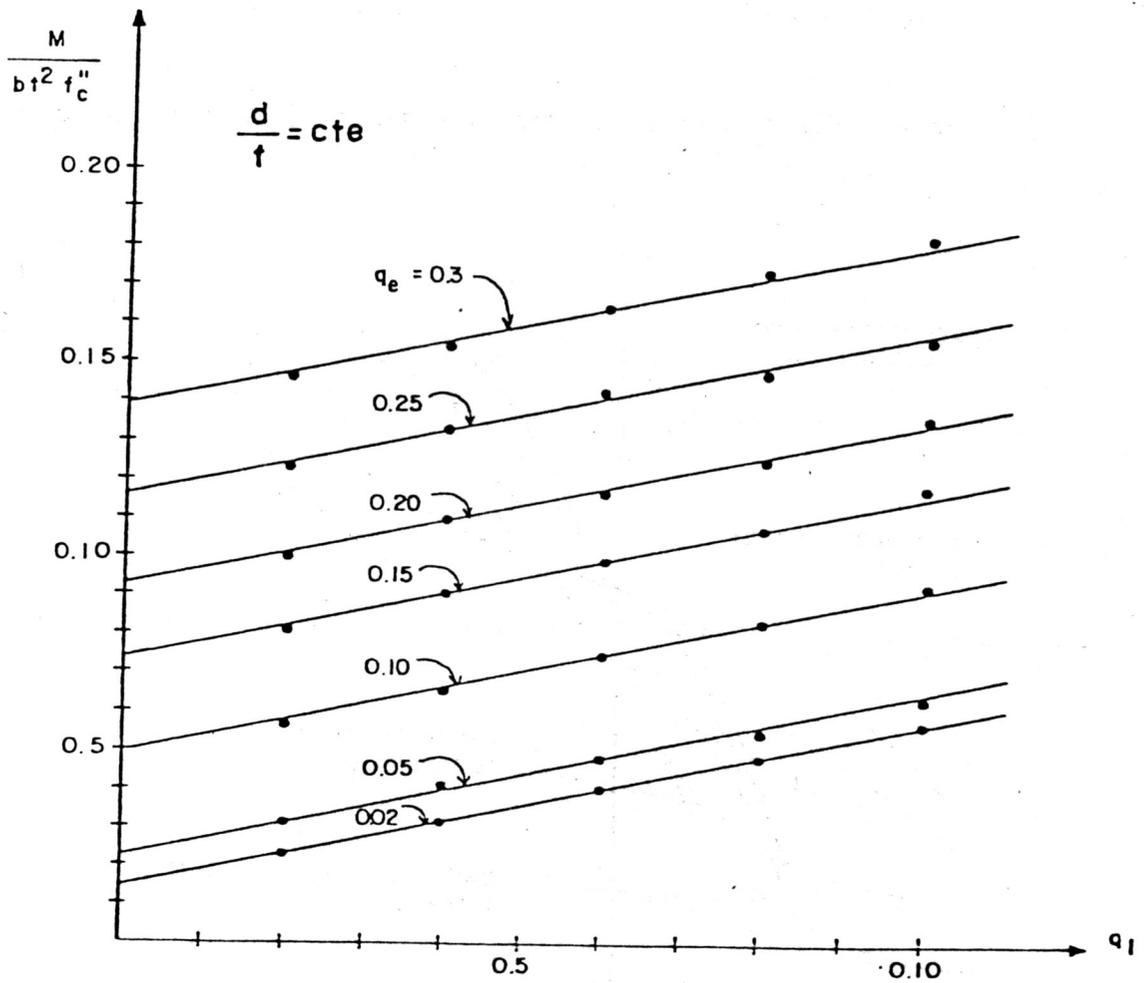


Fig 5. Variación del momento resistente en flexión pura con la cuantía de refuerzo

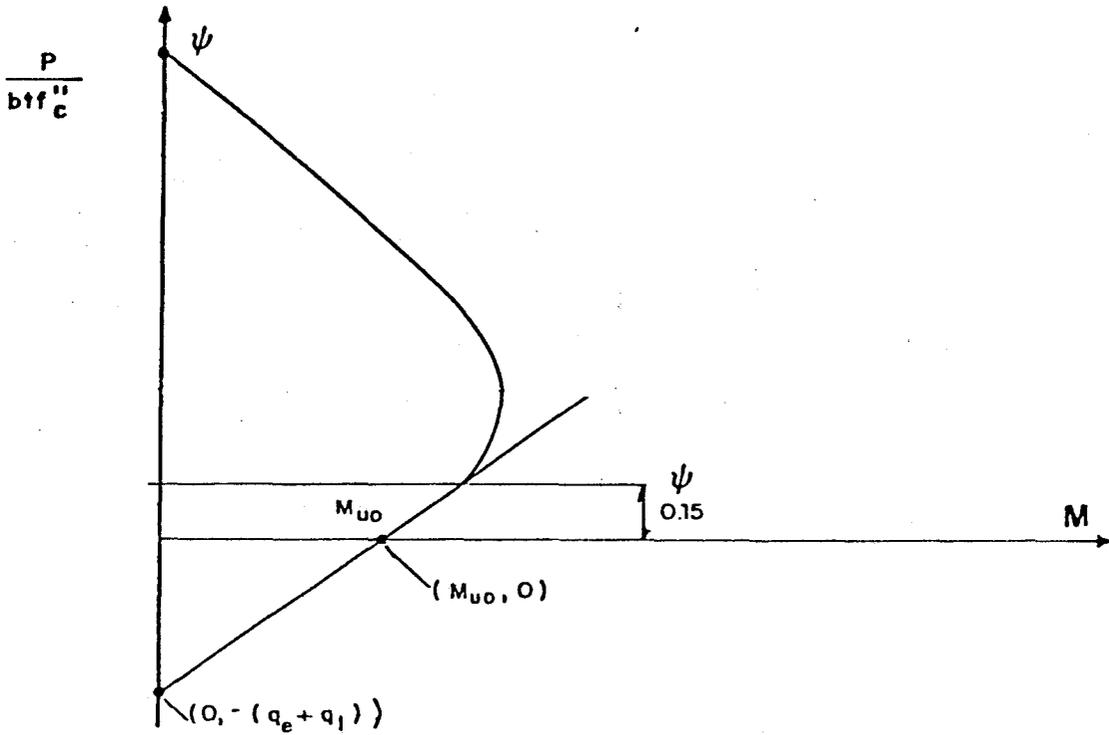


Fig 6. Flexocompresión para niveles bajos de carga axial

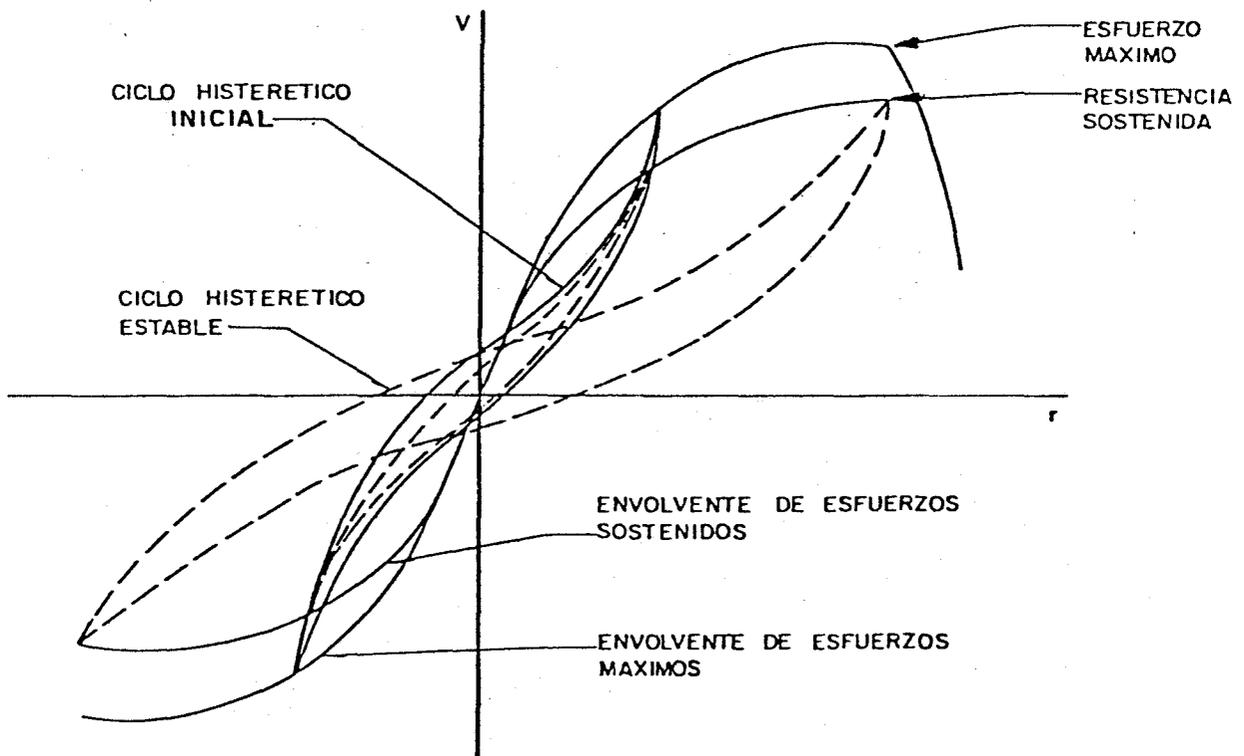


Fig 7. Comportamiento ante alternaciones de carga de un muro de concreto con falla por cortante

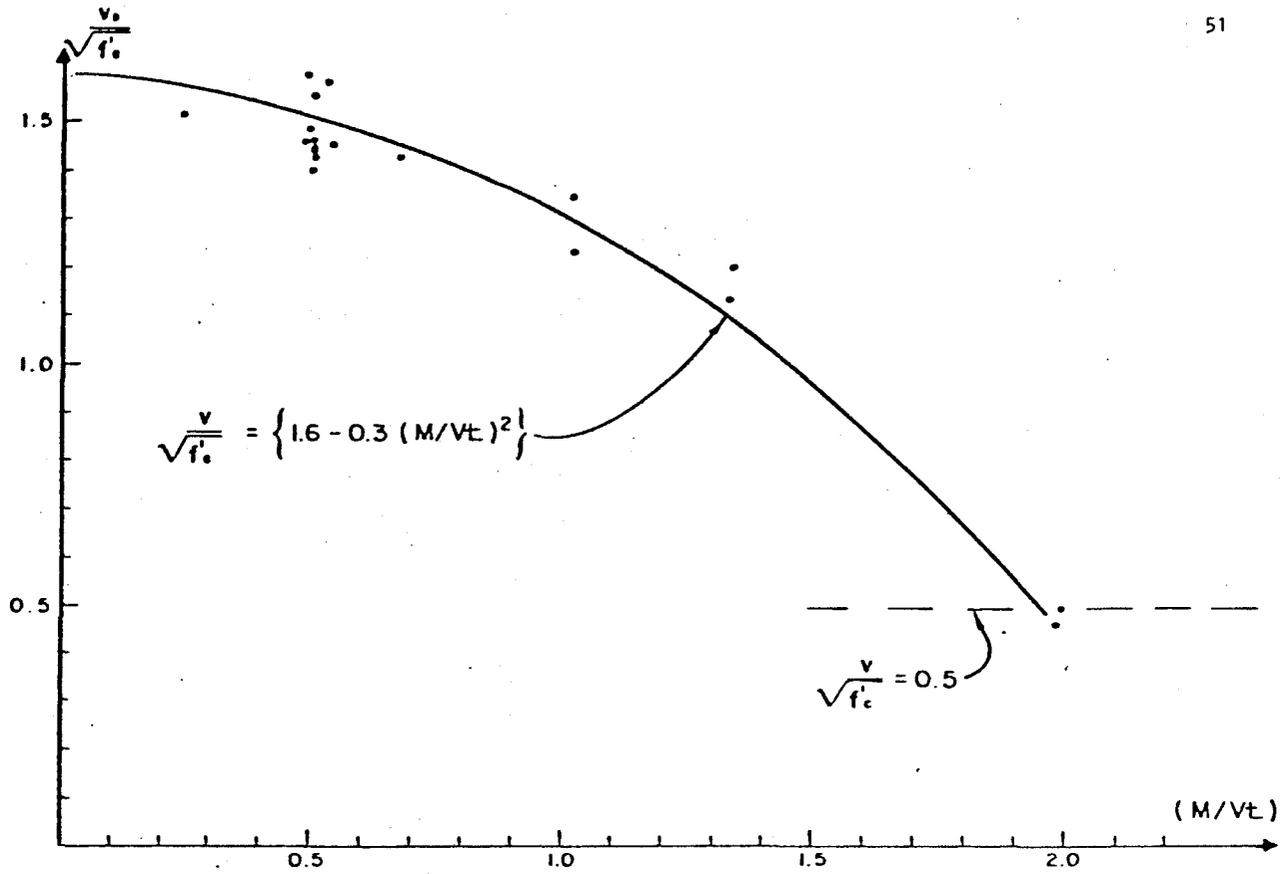


Fig 8. Variación de la resistencia de muros de concreto con la relación de aspecto del muro

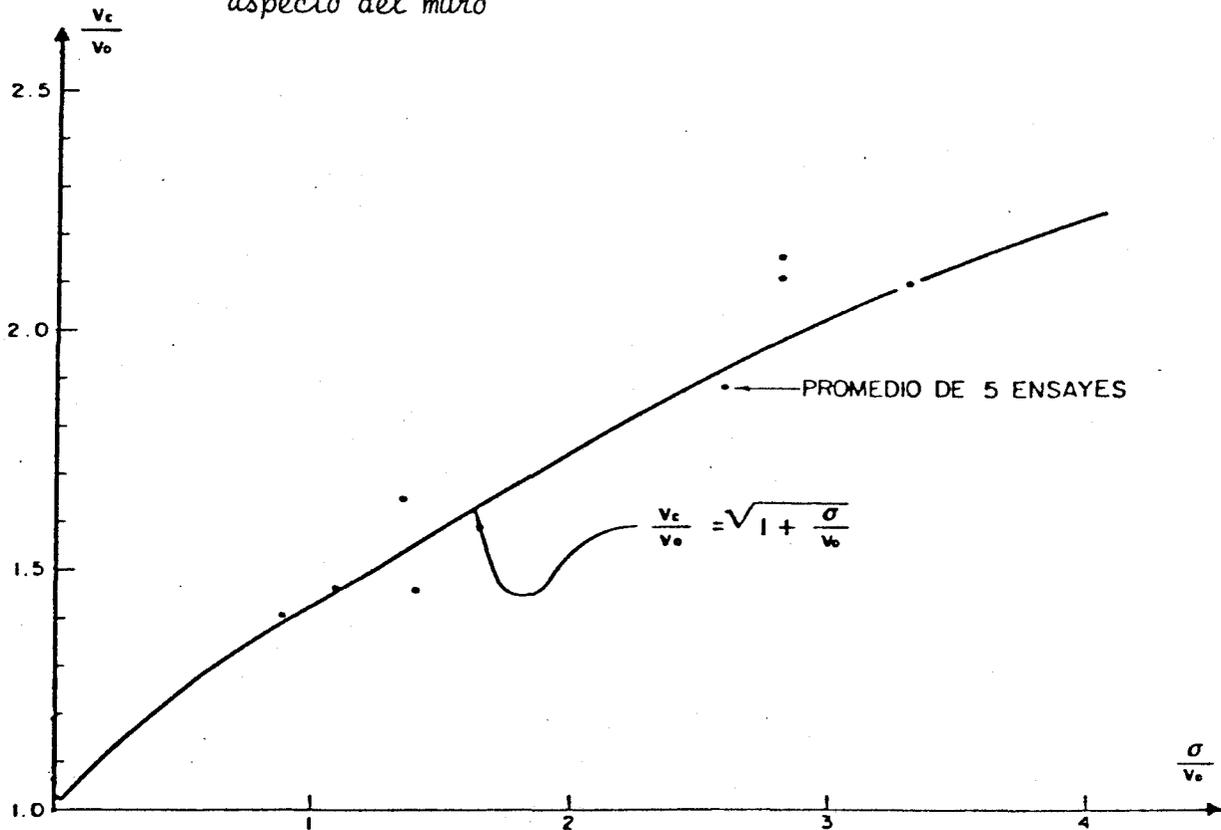
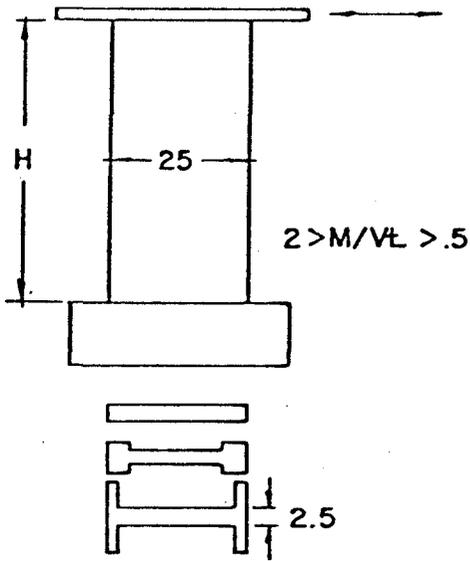
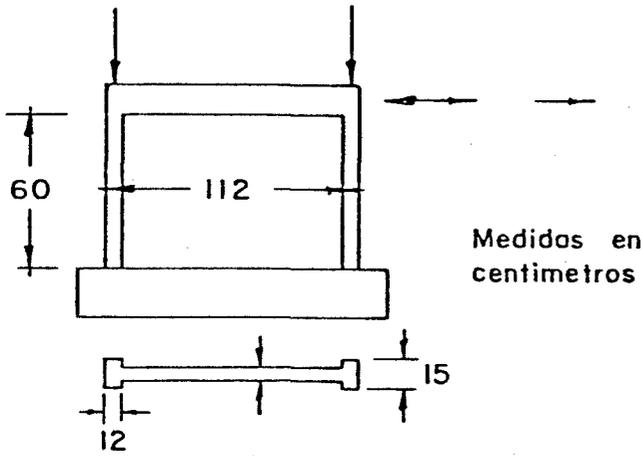
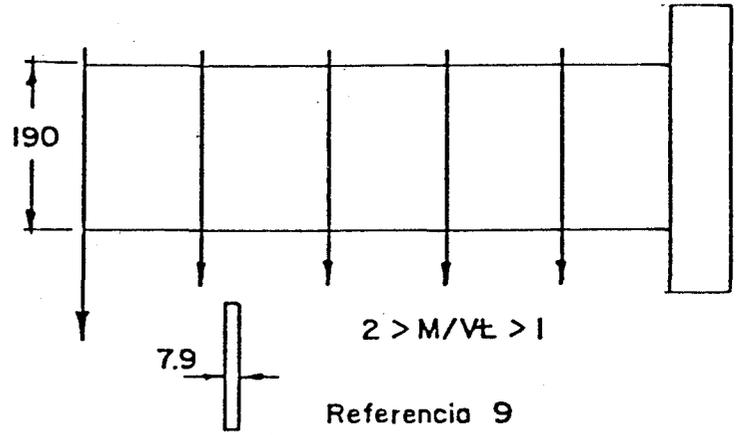


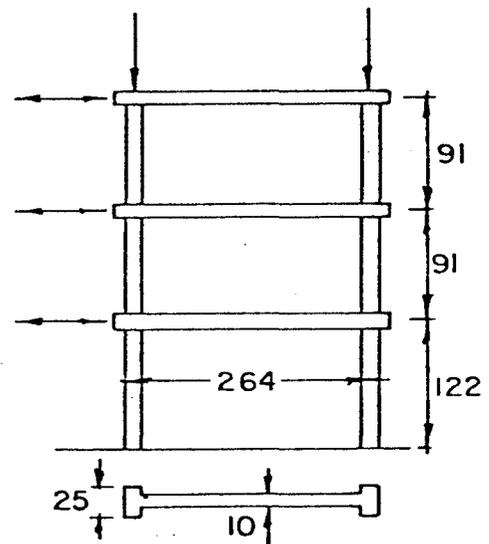
Fig 9. Variación de la resistencia de muros de concreto con el nivel de carga axial



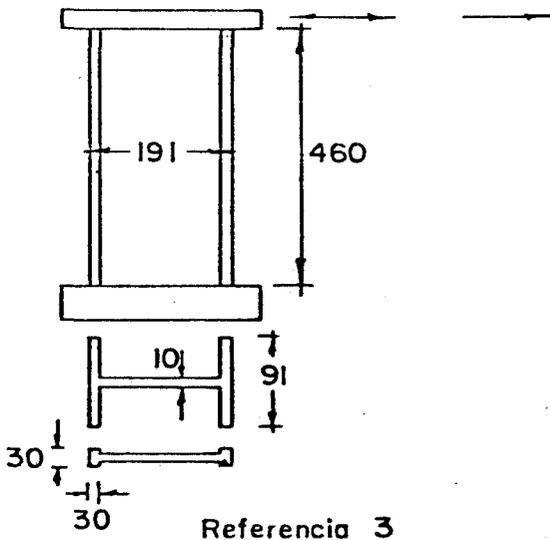
Referencia 1



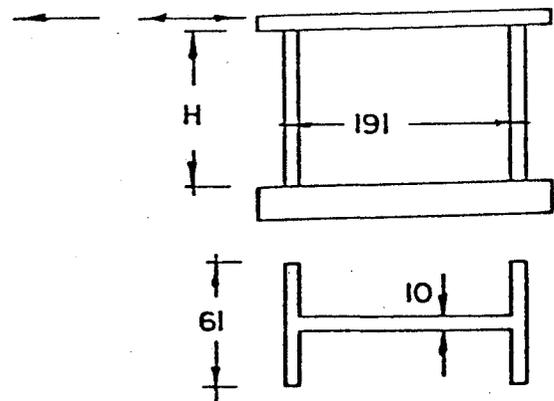
Referencia 10



Referencia 11



Referencia 3



Referencia 6

Fig 10. Geometría y condición de carga de muros reportadas en la literatura

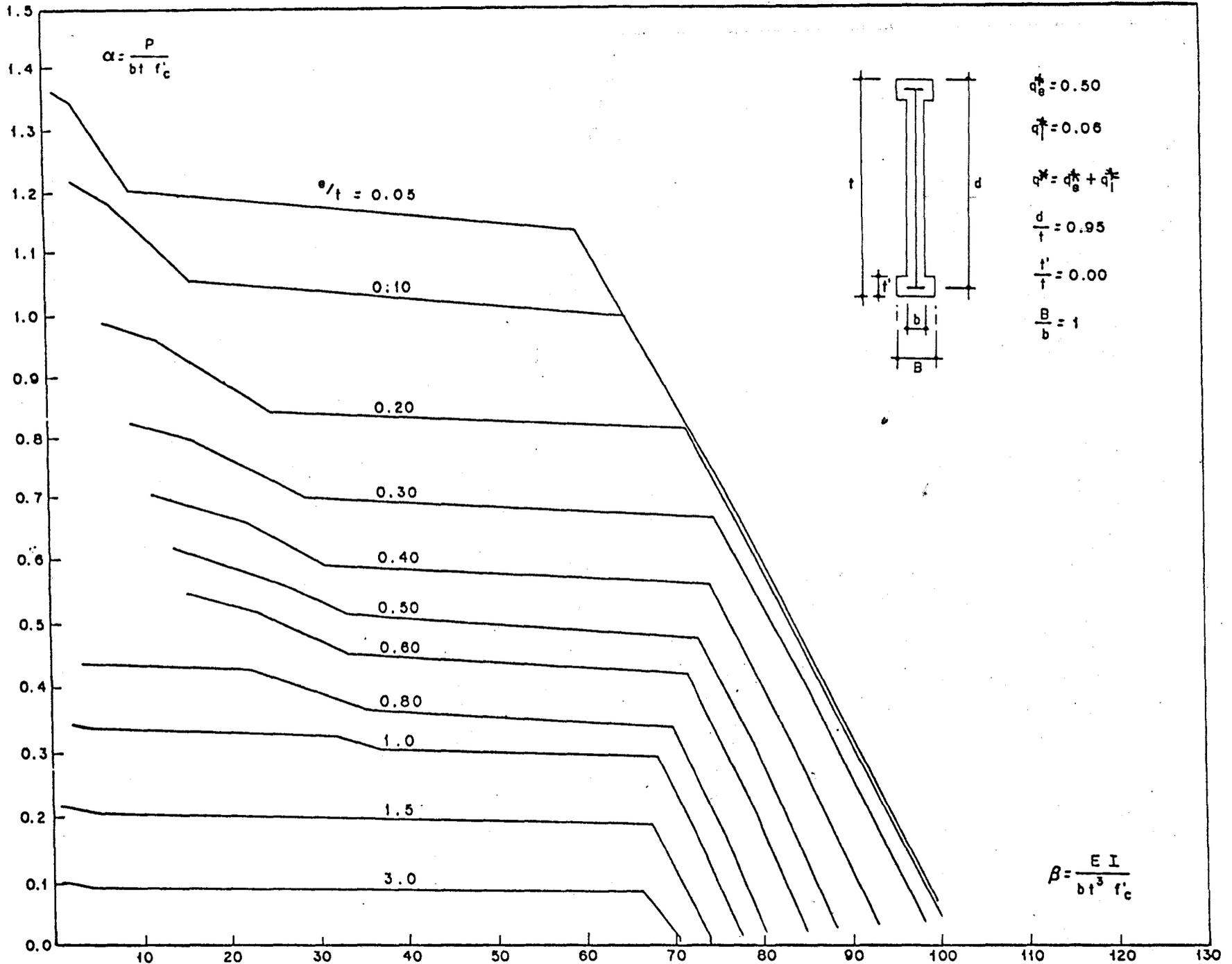
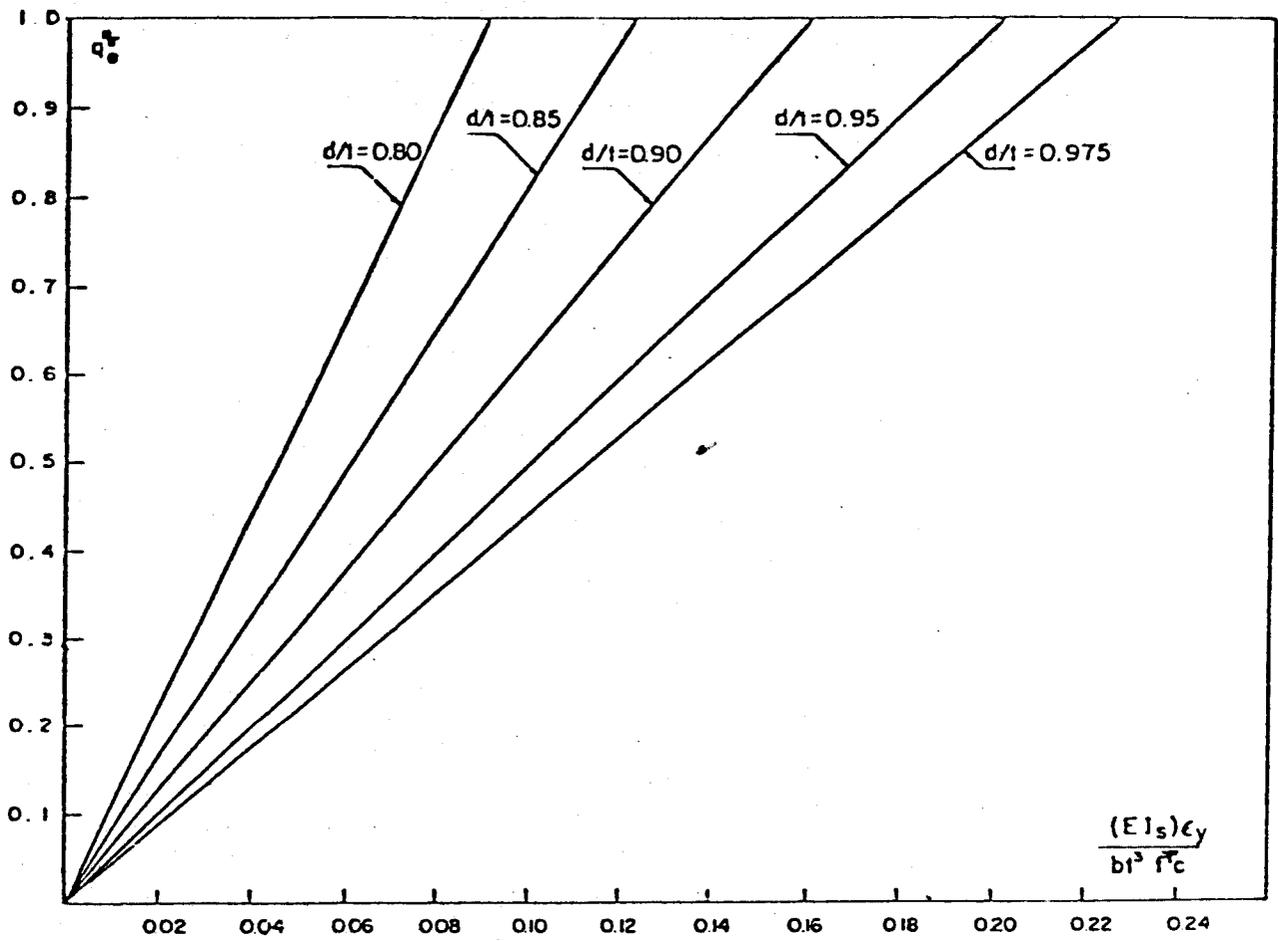


Fig 11. Curvas de rígidez efectiva



Para  $q_1^*$  multiplicar el valor de la gráfica por 7/19

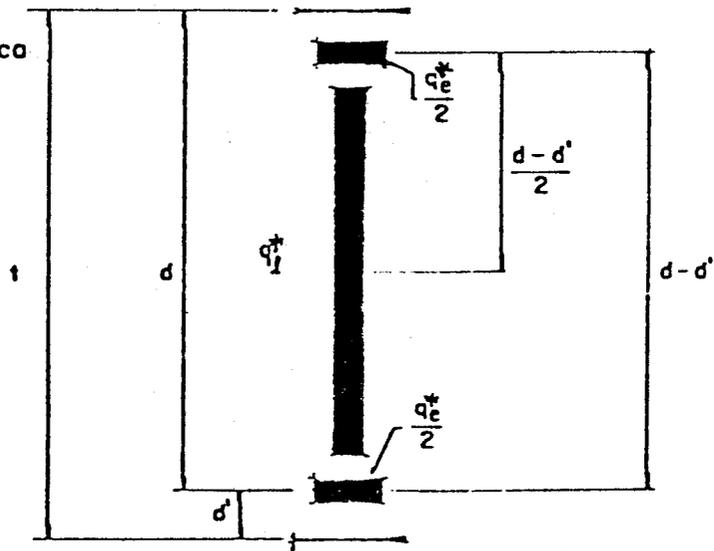


Fig 12. Contribución del acero de refuerzo a la rigidez