

ANALISIS SISMICO DE PLATAFORMAS MARINAS DE CONCRETO CON PARAMETROS ESTRUCTURALES INCIERTOS

Mario Chávez *

RESUMEN

Se propone una metodología para efectuar el análisis sísmico de plataformas marinas de concreto. La metodología toma en cuenta las incertidumbres en los parámetros estructurales y en la excitación sísmica. También considera el efecto de la ocurrencia de esta última, durante un lapso de interés en las respuestas estructurales esperadas.

La plataforma es idealizada por medio de elementos finitos y el efecto de interacción suelo-estructura a través de un sistema masa-resorte. La excitación sísmica en un sitio específico, se obtuvo de un estudio de riesgo sísmico y se representó por la densidad espectral de las aceleraciones del terreno en el sitio.

La solución de las ecuaciones de equilibrio dinámico del sistema considerado se efectúa aplicando el método de superposición modal en el dominio de la frecuencia. Los valores esperados de las respuestas máximas de la plataforma para un temblor de duración dada, o para un lapso de interés son obtenidos en base a la teoría de vibraciones aleatorias y el análisis de segundos momentos. El efecto en las mencionadas respuestas de las incertidumbres respecto a los valores de los parámetros estructurales y de la excitación sísmica se incluye utilizando los es-

*Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM

timadores puntuales de Rosenblueth.

Se presenta un ejemplo de aplicación de la metodología propuesta.

SUMMARY

A methodology is proposed to perform the seismic analysis of concrete gravity platforms. The methodology takes into account the uncertainties on the structural parameters as well as in the seismic excitation. It also includes the effects of the occurrence of the latter during a period of interest on the expected structural responses.

The platform is idealized by using finite elements and the soil-structure interaction effect, through a mass-spring system. The seismic excitation at a given site is obtained from a seismic risk study, and is represented by the spectral density of the ground acceleration at the site.

The solution of the dynamic equilibrium equations of the system under consideration is performed by the modal superposition method in the frequency domain. The expected values of the maximum responses of the platform for an earthquake of given duration, or for a period of interest are obtained by using the random vibration theory and the second-order-moment analysis. The effect on those responses of the uncertainties about the structural parameters and the seismic excitation are dealt with by applying Rosenblueth's point estimates.

A numerical application of the proposed methodology is presented.

CONSEJO NACIONAL DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS COMISIÓN NACIONAL DE INVESTIGACIONES EN OCEANOGRAFÍA COMITÉ NACIONAL DE INVESTIGACIONES EN OCEANOGRAFÍA

1. INTRODUCCION

La explotación de hidrocarburos en aguas profundas, como en el Mar del Norte, han atraído la atención en el análisis y diseño de las plataformas de gravedad; estas estructuras son en esencia monolitos de concreto que se apoyan directamente en el fondo del mar, Fig 1.

En comparación con una estructura en tierra, las plataformas de gravedad se encuentran en un medio ambiente que, independientemente de contribuir a las solicitaciones, interactúa con la plataforma. Dichas solicitaciones corresponden por ejemplo a las cargas debidas a oleaje, corrientes marinas, viento, gradientes de temperatura y temblores, Fig 2; de las cargas anteriores, las debidas al oleaje y a los temblores se pueden considerar de gran importancia para el diseño de plataformas de gravedad. Esto se debe a la amplitud, duración y el contenido de frecuencias características de estas solicitaciones. Sin embargo, para el diseño final de estas estructuras, todas las cargas mencionadas deben ser incluidas.

En este trabajo, se presenta una metodología para efectuar el análisis dinámico de plataformas de gravedad sujetas a temblores. La metodología permite obtener estimaciones de las respuestas estructurales para lapsos de interés como por ejemplo las respuestas probables para la vida útil de la estructura; también permite considerar las incertidumbres relacionadas con la solicitación sísmica, el material de la estructura

así como el suelo en el que se apoya esta última.

Se incluye un ejemplo de aplicación en el cual se efectúa un estudio paramétrico de las respuestas máximas de una plataforma de gravedad sujeta a posibles temblores y localizada en el Mar del Norte. Se estimaron los desplazamientos máximos del "deck" causados por temblores durante un lapso de 50 años. Se incluyó la influencia en dichas respuestas de las incertidumbres en los valores del módulo de elasticidad del concreto y de su amortiguamiento. El efecto de las propiedades del suelo del sitio donde se localizó la estructura se incluyó variando el módulo de cortante de dicho suelo en un rango apropiado. Finalmente se consideró la incertidumbre de los temblores esperados en el sitio para el lapso mencionado.

2. IDEALIZACION DE UNA PLATAFORMA DE GRAVEDAD

Las plataformas de gravedad están formadas por una cimentación apoyada directamente en el fondo del mar, varias torres apoyadas en la cimentación y un "deck" apoyado en la parte superior de las torres. La cimentación y las torres son de concreto; el "deck" es de acero. Por sus dimensiones y por su resistencia de diseño, la cimentación puede considerarse como un cuerpo rígido para fines de análisis mientras que las torres y el "deck" son diseñados con elementos flexibles comparados con la rigidez de cimentación. En la fig 2 se presenta la plataforma de gravedad considerada en este trabajo.

En lo que sigue se hace la siguiente hipótesis el movimiento permitido a la estructura ocurre en el plano x-y únicamente. La topología de la plataforma de gravedad puede ser discretizada por medio de elementos viga para las torres y el "deck" y la cimentación por un cuerpo rígido, lo cual se indica en la fig 3. Como el diámetro de las torres es muy grande en relación a su longitud, es necesario incluir los efectos de cortante y de la inercia rotacional aparte de la rigidez a flexión y de la inercia traslacional de los elementos viga utilizados. En este trabajo se utilizaron las matrices de masas y de rigideces propuestas en la ref 1 que incluyen los efectos mencionados en elementos viga prismáticos. Se supuso un comportamiento lineal del material.

Para incluir el efecto del cambio de sección transversal de las torres con la altura, se obtuvieron momentos de inercia promedio a partir de los momentos de inercia de la estructura real y se asociaron a los elementos viga prismáticos correspondientes a la parte de la torre considerada. Otra simplificación que se usa es la de utilizar una matriz de masas concentradas en lugar de la consistente.

Se hace la hipótesis de que el amortiguamiento estructural es el mismo para todos los modos de vibración de la estructura y se representa por el porcentaje de amortiguamiento crítico; los elementos fuera de la diagonal son despreciados de acuerdo a la ref 2.

3. MODELO DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA PARA UNA PLATAFORMA DE GRAVEDAD LOCALIZADA EN EL MAR NORTE

En general los suelos en sitios típicos de la región del Mar del Norte consisten de estratos horizontales alternados de arena y arcilla altamente consolidados, cuya resistencia se incrementa con la profundidad (ref 3). Conse-

cientemente, el sistema suelo-estructura, sse, que se estudia incluye una base masiva de concreto que sostiene varias torres del mismo material y que se apoya sobre la superficie de un suelo formado por estratos horizontales muy resistentes. Dado que el sistema mencionado estará sujeto a cargas sísmicas, los efectos de la interacción suelo-estructura pueden ser de importancia en su comportamiento dinámico.

En este trabajo se idealiza el sse por medio de una cimentación circular rígida apoyada en la superficie de un medio estratificado. La hipótesis de una cimentación de las plataformas de gravedad y las de los suelos en el fondo del Mar del Norte (ref 4). El efecto de las propiedades dinámicas de la estratigrafía de dichos suelos se incluye a través de funciones de impedancia apropiados, como los propuestos en la ref 5, que corresponden a una cimentación rígida apoyada en un medio viscoelástico estratificado.

El idealizar el sse considerado mediante el modelo adoptado en este trabajo, tiene la ventaja de que la perturbación sísmica puede representarse por el movimiento del terreno libre aplicado directamente en la base de la cimentación de la plataforma. Esto último no puede efectuarse cuando se utilizan otro tipo de modelos para representar el sse. En la fig 4 se presenta el sse utilizado en este trabajo.

4. RESPUESTA DINAMICA DE UNA PLATAFORMA DE GRAVEDAD ANTE EXCITACION SISMICA

4.1 Ecuación de equilibrio dinámico

Para obtener la ecuación de equilibrio dinámico de la plataforma discretizada y del sistema suelo-estructura idealizado, se siguió lo propuesto en la ref 6, en la cual se muestra que la ecuación de movimiento del sistema suelo-estructura considerado se puede escribir como sigue:

$$\underline{M}_0 \ddot{\underline{U}}_0 + \underline{C}_0 \dot{\underline{U}}_0 + \underline{K}_0 \underline{U}_0 = \underline{P}_0(t) \quad (1)$$

en donde \underline{M}_0 , \underline{C}_0 y \underline{K}_0 representan la masa, amortiguamiento y rigidez del sse y $\ddot{\underline{U}}_0$, $\dot{\underline{U}}_0$, \underline{U}_0 corresponden a la aceleración, velocidad y desplazamiento del sistema respectivamente. \underline{P}_0 es el vector de cargas sísmicas. La dimensión del vector \underline{U}_0 incluye los grados de libertad de la estructura y los del subsistema suelo-cimentación. Los primeros corresponden a los desplazamientos relativos de los nudos con respecto a la cimentación y a las rotaciones asociadas a dichos desplazamientos, fig 3. Los grados de libertad del subsistema suelo-cimentación considerados son el de translación horizontal y de rotación de la cimentación con respecto al eje z (fig 4). Se despreció el acoplamiento entre estos grados de libertad, así como la contribución de la impedancia vertical. Ambos efectos podrían ser incluidos sin complicar la solución de la ec 1.

Los elementos de \underline{M}_0 , \underline{C}_0 y \underline{K}_0 incluyen las características inerciales, de disipación de energía y elásticas de la plataforma, así como la contribución del subsistema suelo-cimentación a dichas características. En el apéndice A se muestran las expresiones desarrolladas de las matrices mencionadas.

Los elementos del vector de solicitaciones sísmicas \underline{P}_0 corresponden a las cargas sísmicas horizontales P_{0i} aplicadas en los nudos de la estructura idealizada y de una carga horizontal P_{u0} y un momento $P_{\theta 0}$ aplicados en el centro de gravedad de la cimentación., fig 3.:

$$P_{0i}^s(t) = -(m_{ii}^t + m_{ii}^d) \ddot{u}_g \quad (2)$$

$$P_{u0} = -[m_0^t + (m_0^d)] \ddot{u}_g$$

$$P_{\theta 0} = \sum_{j=1}^n (m_{jj}^t + m_{jj}^d) h_j \ddot{u}_g$$

$j = 2i - 1$

donde m es la i -ésima masa concentrada, m_{ii}^d representa la masa de fluido desplazada por el volumen de torre asociado a dicho nudo, m_0^t incluye la masa de la cimentación y la contribución inercial de la masa de suelo en que se apoya, h_j es la altura del centro de gravedad de la cimentación con respecto al fondo marino fig 2 y \ddot{u}_g es la aceleración del suelo marino generada durante un temblor, fig 2.

4.2 Solución de la ecuación de movimiento.

La solución de la ec 1 se efectúa en este trabajo utilizando el método de superposición modal en el dominio de la frecuencia, ref 7. Este método es estrictamente aplicable a sistemas invariantes en el tiempo, es decir sistemas que tengan modos clásicos de vibrar. Dado que \underline{K}_0 y \underline{C}_0 tienen elementos que dependen de la frecuencia, Apéndice A, en este trabajo se hace la hipótesis que esos elementos son función de la frecuencia fundamental natural no amortiguada del sistema suelo-estructura, ω_s^0 . Esta frecuencia se obtiene al resolver el problema de valores característicos asociado a la ec 1, es decir

$$[\underline{K}_0 - \omega_s^0{}^2 \underline{M}_0] \underline{R}_s^0 = 0 \quad (3)$$

donde \underline{R} es el vector modal fundamental.

En cuanto a los elementos de \underline{C}_0 (Apéndice A) estos son representados por el porcentaje de amortiguamiento crítico del sistema suelo-estructura, ξ_s^0 , el cual se expresa como la combinación del porcentaje de amortiguamiento crítico de la estructura en suelo rígido y el amortiguamiento asociado al subsistema suelo-cimentación ref 9. La contribución del amortiguamiento hidrodinámico, que resulta de la interacción fluido-estructura, se desprecia en este trabajo. Esta hipótesis se justifica debido a que para este tipo de estructuras su valor es pequeño, comparado con los amortiguamientos estructuras y del suelo, ref 8.

Utilizando las propiedades de ortogonalidad de \underline{M}_0 , \underline{K}_0 y \underline{C}_0 con respecto a \underline{R}_s (la matriz de formas modales) y despreciando los términos fuera de la diagonal del producto $\underline{R}_s^T \underline{C}_0 \underline{R}_s$ de acuerdo a la ref 2, se obtiene

$$\ddot{Y}_s^0 + 2\xi_s^0 \omega_s^0 \dot{Y}_s^0 + \omega_s^{0^2} Y_s^0 = P_s^0(t) \quad (4)$$

$s = 1, 2, \dots, N$

donde $s = 1, 2, \dots, M_0$, Y_s^0 es la coordenada generalizada y P^0 resulta del producto $\underline{R}_s^T \underline{P}_0$.

La solución de la ecuación 3 puede efectuarse por medio de la integral de Duhamel:

$$Y_s(t) = \int_0^t P_s^*(t-\tau) h_s(t-\tau) d\tau \quad (5)$$

donde $h_s(t-\tau)$ es la función de respuesta a un impulso unitario, ref 7.

Finalmente la respuesta del sistema suelo-estructura se calcula con

$$\underline{U}_s^0(t) = \underline{R}_s^0 \underline{Y}_s^0(t) \quad (6)$$

5. ESTADÍSTICAS DE LA RESPUESTA DE LA PLATAFORMA PARA UN TEMBLOR DE DURACION T.

Para fines de diseño de las plataformas de gravedad se requiere estimar las respuestas máximas esperadas durante una tormenta (carga de oleaje) o durante un temblor (carga sísmica). Dado que la característica de este tipo de excitaciones es su aleatoriedad conviene tratarles como tales y por lo tanto obtener estimaciones de las respuestas estructurales esperadas, las cuales también son variables aleatorias. En lo que sigue de este trabajo se considera únicamente la excitación sísmica.

Los estimadores seleccionados en este trabajo son la media y la variancia de la variable aleatoria de interés. Se supone que la excitación sísmica es un proceso gaussiano ergódico, lo cual implica que la respuesta del sistema lineal estructural representado por la ec 1, también es un proceso de este tipo.

De acuerdo a la ref 10, los valores máximos esperados de los desplazamiento, U , de la plataforma durante un temblor de duración T se pueden valorar con las expresiones siguientes:

$$\bar{U}_T = \sigma_{uu} \left\{ (2Ln\sqrt{T})^{1/2} + \frac{0.5772}{(2Ln\sqrt{T})^{1/2}} \right\} \quad (7)$$

$$\sigma_{uT} = \left(\frac{\pi}{\sqrt{6}} \right) \frac{\sigma_{uu}}{(2Ln\sqrt{T})^{1/2}} \quad (8)$$

donde \bar{U}_T y σ_{uT} son matrices diagonales de los valores medios y de las desviaciones estandar de los desplazamientos máximos esperados durante el mencionado temblor. σ_{uu} es la matriz diagonal de las desviaciones estandar de los desplazamientos \underline{U}_0 , los elementos de esta matriz se calculan con la ec 9; la matriz diagonal \underline{v} en las ecs 12 y 13 se valua por medio de la ec 10 ref 10.

$$\sigma_{uu}^2 = \underline{R}_{uu}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{S}_{uu}(\omega) d\omega \quad (9)$$

$$v = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_{yy}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} S_{yy}(\omega) d\omega} \right\}^{1/2} \quad (10)$$

En las ecs 9 y 10 $\underline{S}_{uu}(\omega)$ es la matriz de la función de densidad espectral de potencia de los desplazamientos ref (7), esta matriz se puede calcular como sigue:

$$\underline{S}_{uu}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \underline{R}_{uu}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (11)$$

donde $\underline{R}_{uu}(\tau)$ es la matriz de covariancia de los desplazamientos \underline{U} , (ref 7) la cual se puede valuar como

$$\underline{R}_{uu}(\tau) = E [\underline{U}(t) \underline{U}^T(t+\tau)] \quad (12)$$

Se puede demostrar, ref 8, que si se aplica el método de superposición modal en el dominio de la frecuencia, los elementos de la matriz σ_{uu}^2 que se denominan $\sigma_{u\ell m}^2$ se pueden valuar con la expresión (13).

$$\sigma_{u\ell m}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n r_{lj} r_{mk} H_j^*(i\omega) H_k(i\omega) S_{p_j^* p_k^*}(\omega) \right\} d\omega \quad (13)$$

En esta ecuación r_{ij} es la amplitud modal de la i -ésima masa en el modo j , $H_j(\omega)$ es la "función de respuesta en la frecuencia del j ésimo grado de libertad y $H_j^*(\omega)$ su conjugado complejo: $S_{p_j^* p_k^*}$ es la función de densidad espectral cruzada de las cargas modales asocia-

da a los grados de libertad j y k , ref 8. En la ec 13 los límites de integración pueden restringirse a una banda de frecuencias de interés de acuerdo a las características de la excitación sísmica. Si se calcula la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal de la matriz $\underline{\sigma}_{uu}^2$ se obtienen los elementos de la matriz $\underline{\sigma}_{uu}$.

Si se desea obtener estadísticas de otras respuestas del sistema estructural, las expresiones que se deben utilizar son similares a las presentadas, la única condición es que dichas respuestas se puedan expresar para la superposición de las coordenadas normales, ec 16.

6. ESTADÍSTICAS DE LA RESPUESTA DE UNA PLATAFORMA PARA LOS TEMBLORES ESPERADOS EN UN LAPSO T_0

En el inciso anterior se tiene expresiones para valuar la media y la desviación estandar de los valores máximos de los desplazamientos esperados cuando la plataforma es sujeta a un temblor de duración T . Sin embargo durante un lapso T_0 es probable que ocurran varios temblores y por tanto es de interés el estimar las estadísticas mencionadas para ese lapso, con $T_0 \gg T$. Lo anterior puede lograrse utilizando las expresiones siguientes refs 11, 8

$$\bar{u}_{T_0} = \bar{u}_T + \underline{p}^T \underline{\sigma}_{uT} \quad (14)$$

$$\underline{\sigma}_{u_{T_0}} = \underline{q}^T \underline{\sigma}_{uT} \quad (15)$$

donde \bar{u}_{T_0} y $\underline{\sigma}_{u_{T_0}}$ son matrices diagonales de los valores medios y de las desviaciones estandar, de los desplazamientos máximos esperados debidos a temblores que ocurran en el lapso T_0 , en estas ecs los elementos de los vectores \underline{p} y \underline{q} son la media y la desviación estandar de la variable aleatoria normalizada ϕ , donde

$$\phi = (\mu_{jj})_{T_0} - (\bar{\mu}_{jj})_T / (\sigma_{\mu jj})_T \quad (16)$$

En la ec 16 $(\mu_{jj})_{T_0}$, $(\bar{\mu}_{jj})_T$ y $(\sigma_{\mu jj})_T$ son los elementos jj de las matrices \bar{u}_{T_0} y \underline{u}_T y $\underline{\sigma}_{uT}$ respectivamente.

Los elementos de \underline{p} y \underline{q} son función de $S_{\mu}(\omega)$, la tasa de ocurrencia de la carga, v_p , y el lapso de interés T_0 . Si se hace la hipótesis que los temblores ocurren como un proceso de Poisson, es decir, que la ocurrencia de la sollicitación sísmica durante T_0 es independiente de las sollicitaciones previas y además se supone que las intensidades de las cargas durante los diferentes temblores son variables aleatorias estadísticamente independientes e idénticamente distribuidas, los elementos de \underline{p} y \underline{q} se valúan con las ecs 17 y 18

$$p = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} u f_{u_{T_0}}(u) du - \bar{u}_T}{\sigma_{uT}} \quad (17)$$

$$q = \frac{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} u^2 f_{u_{T_0}}(u) du - (\bar{u}_T - p\sigma_{uT})^2 \right\}^{1/2}}{\sigma_{uT}} \quad (18)$$

donde $f_{u_{T_0}}$ se calcula como sigue ref (8).

$$f_{u_{T_0}}(u) = vT_0 \frac{u}{\sigma_u^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right) \exp\left\{-vT_0 \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma_u^2}\right)\right\} \quad (19)$$

Los parámetros de las ecs 17 a 19 han sido definidos antes. Para derivar la ec 19 se supone que los máximos de las respuestas siguen un proceso de Rayleigh, ref (8). En las ecs 17 a 19 se eliminaron los subíndices, pero se refieren a los elementos de \underline{p} y \underline{q} .

7. ESTADÍSTICAS DE LA RESPUESTA DE LA PLATAFORMA INCLUYENDO LAS INCERTIDUMBRES EN SUS PROPIEDADES DINAMICAS Y EN LA EXCITACION SISMICA.

Con las expresiones propuestas en los incisos 5 y 6 es posible estimar las respuestas máximas probables de la plataforma tomando en cuenta la incertidumbre en la excitación sísmica, sin embargo también se tienen incertidumbres en cuanto

a los valores de la rigidez y el amortiguamiento del sistema estructural considerado, en este inciso se proponen expresiones para incluir el efecto de estas incertidumbres en las respuestas esperadas.

El problema se plantea como sigue: obtener los primeros dos momentos estadísticos (media y variancia) de una función de variables aleatorias en termino de los momentos estadísticos de estas últimas. En el caso que se estudia se desea obtener la media y la variancia de la respuesta de la plataforma cuando se le sujeta a temblores durante un lapso, si se conocen la media y la variancia de la excitación, e, de la rigidez de la estructura, k, y del amortiguamiento de la misma c.

Para determinar los momentos estadísticos de interés se utilizan los estimadores puntuales de Rosenblueth ref 13, mediante los cuales es posible aproximar los momentos enésimos de una función a partir de la expansión de Taylor de dicha función con respecto a los valores esperados de las variables aleatorias involucradas. Para el caso que se tiene se utiliza el estimador bipuntual como sigue. Si se llama Y a la respuesta estructural de interés, esta puede ser expresada así

$$Y = y(k, c, e) \quad (20)$$

donde k, c, e se definieron previamente, si además se hacen las siguientes hipótesis:

1) las respuestas máximas de la estructura ocurren simultáneamente con las intensidades máximas de la excitación y 2) la duración de esta última es la misma cada vez que ocurre durante el lapso T_0 ; entonces la media \bar{Y} y el coeficiente de variación V_y de la función Y se expresan como

$$\bar{Y} = \frac{\bar{Y}(k) \bar{Y}(c) \bar{Y}(e)}{\bar{Y}(k, c, e)} \quad (21)$$

$$V_y = \frac{[1 + v_y(k)]^2 [1 + v_y(c)]^2 [1 + v_y(e)]^2 - 1}{2} \quad (22)$$

en las ecs 21 y 22

(23)

$$\bar{Y}(k) = \frac{1}{2} \{Y(\bar{k} + \sigma_k, \bar{c}, \bar{e}) + Y(\bar{k} - \sigma_k, \bar{c}, \bar{e})\} \quad (24)$$

$$Y(k, c, e) = Y(\bar{k}, \bar{c}, \bar{e}) \quad (25)$$

$$V_y(k) = \frac{\{Y(\bar{k} + \sigma_k, \bar{c}, \bar{e}) - Y(\bar{k} - \sigma_k, \bar{c}, \bar{e})\}}{\{Y(\bar{k} + \sigma_k, \bar{c}, \bar{e}) + Y(\bar{k} - \sigma_k, \bar{c}, \bar{e})\}}$$

donde $Y(\bar{k} \pm \sigma_k, \bar{c}, \bar{e})$ y $V_y(k)$ son el valor esperado y el coeficiente de variación de la respuesta $Y(k, c, e)$ valuados en $k = \bar{k} \pm \sigma_k$, $c = \bar{c}$ y $e = \bar{e}$ respectivamente. Las expresiones para $\bar{Y}(c)$, $V_y(c)$ y $\bar{Y}(e)$, $V_y(e)$ son similares a la (23) a (25) pero utilizando los valores esperados y las desviaciones estandar de los parámetros correspondientes. $Y(\bar{k}, \bar{c}, \bar{e})$ en la ec (24) corresponde al valor medio de la respuesta valuado en los valores medios de k, c, y e.

8. EJEMPLO NUMERICO

En este inciso se presenta un ejemplo de aplicación de la metodología propuesta. Se desea obtener la respuesta sísmica máxima de la plataforma de gravedad mostrada en la fig 1. Se le localizó en el Mar del Norte (coordenadas 56.7°N, e°E) y el lapso de interés es de 50 años. En la tabla 1 se presentan las características geométricas de la estructura así como otros datos de interés.

Las incertidumbres en la rigidez y el amortiguamiento de la plataforma se incluyeron a través de la media y la desviación estandar del módulo de elasticidad del concreto, E_c , y del porcentaje de amortiguamiento crítico del mismo, ξ_c , es decir:

(ref 13)

$$E_C = 2.2 \times 10^6 (\text{ton/m}^2); \sigma_{E_C} = 0.22 \times 10^6 (\text{ton/m}^2)$$

$$\xi_C = 0.0426; \sigma_{\xi_C} = 0.0323 \quad (\text{ref 14})$$

La incertidumbre en las propiedades del suelo en que se apoya la plataforma se estudiaron variando el módulo de cortante del suelo G_S entre 5,000 y 15,000 (Ton/m²) y se utilizaron las funciones de impedancia propuestas en la ref 5, que corresponden a un estrato sobre un semiespacio viscoelástico. La contribución del suelo a las propiedades inerciales del sistema suelo-cimentación están dadas por, ref 8,

$$m_o = 2,486 (\text{Ton-s}^2)/\text{m} \quad \text{y}$$

$$I_o = 4.937 \times 10^6 (\text{Ton-s}^2\text{m}).$$

Finalmente la incertidumbre correspondiente a la excitación sísmica en el sitio se expresa por medio del valor esperado y la desviación estándar de la función de densidad espectral de potencia de las aceleraciones horizontales del terreno en el sitio, S_a , las cuales se presentan en las figs 5. Dichas funciones se obtuvieron de un modelo de riesgo sísmico y de datos sísmológicos de la región de interés, ref 8.

La tasa de ocurrencia de temblores es

$\nu_p = 0.163/\text{año}$ y un $T_o = 50$ años, se supuso que la duración de los temblores era $T = 15$ seg, ref 8.

Como un ejemplo del tipo de estudios que se pueden efectuar con la metodología propuesta se presenta el de la influencia de las incertidumbres en los valores de \bar{c}_C , ξ_C y G_S en la frecuencia fundamental ω_1^o de la plataforma. También se presenta el estudio sobre la influencia de las incertidumbres respecto a los parámetros mencionados y a la excitación sísmica en el sitio S_{aa} , sobre los desplazamientos máximos esperados del "deck".

En la fig 6 se muestra la variación del valor esperado de ω_1^o con G_S ; en dicha fig se puede obser

var que ω_1^o se incrementa notablemente para valores altos de G_S . En cuanto a la influencia de las incertidumbres sobre E_C en ω_1^o , cuantificados por la desviación estándar de esta última, $\sigma_{\omega_1^o}$, de la fig 6 se puede concluir que es más importante conforme se incrementa el valor de E_S . Es decir para suelos más rígidos, domina la influencia de las incertidumbres sobre los valores de la rigidez estructural en la frecuencia fundamental estimada.

En la fig 7 se muestran los valores esperados del desplazamiento máximo del deck, μ_a , como función de G_S . Se incluyen los μ_a para un temblor de 15 seg de duración, así como, los μ_a para el lapso de 50 años. De esta fig se puede observar que los valores de μ_a para el lapso de 50 años son aproximadamente un 30 por ciento mayores que los obtenidos para el temblor de 15 seg. Además se puede observar que los valores de μ_a se incrementan conforme se incrementa el valor de G_S .

Finalmente en la tabla 2, se presenta la influencia de las incertidumbres en los valores de E_C , ξ_C , G_S y S_{aa} sobre μ_a . El parámetro seleccionado para dicho estudio es el coeficiente de variación de μ_a , V_{μ_a} , los cuales fueron determinados por medio de las ecs 25 y 27. De los renglones correspondientes a E_C , ξ_C y S_{aa} en dicha tabla puede concluirse que las incertidumbres en S_{aa} , dominan los resultados obtenidos, seguidos por los correspondientes a ξ_C , y por último las asociadas a E_C y G_S .

El coeficiente de variación que incluye todos los parámetros es de aproximadamente 3, dicho valor se reducirá drásticamente si se mejoraran las estimaciones sobre S_{aa} , dado que de acuerdo a la ec 24 el coeficiente de variación asociado a S_{aa} contribuyó notablemente al valor final

$$V_{\mu_a}$$

9. CONCLUSIONES

La metodología propuesta en este trabajo permite estimar las respuestas máximas esperadas de plataformas de gravedad sujetas a excitación sísmica durante un lapso de interés. Permite además el tomar en cuenta el efecto de las incertidumbres en los valores de los parámetros estructurales, así como los de la excitación sísmica en la respuesta máxima esperada y definir en forma estadística la influencia de cada parámetro en dicha respuesta.

10. REFERENCIAS

1. Przemieniecki J.S., 1968. "Theory of Matrix Structural Analysis". Mc Graw Hill, New York.
2. Thomson W.T. et al., 1974 "A numerical Study of Damping" Int. J. Earth. Eng. and Struct. Dvn., Vol 3.
3. Bjerrum L., 1973 "Geotechnical Problems Involved in Foundations of Structures in the North Sea". Geotechnique, 23, 3.
4. Friman Clausen C.J., 1976. "The Condeep Story" in P. George and D. Wood (editors), "Offshore Soil Mechanics" Cambr. Univ. Eng. Dept. and Lloyds' Register of Shipping.
5. Luco J.E., 1976. "Vibrations of a Rigid Disc on a Layered Viscoelastic Medium". Nuclear Eng. and Design 36.
6. Bielak J. and Chavez, M., 1974. "Efectos de Interacción Estructura-Subsuelo en el análisis Dinámico de Estructuras Masivas de Turbogeneradores". Informe a la C.F.E., I. de Ing., UNAM.
7. Clough R.W. and Penzien, J., 1975 "Dynamics of Structures", Mc Graw Hill, Inc.
8. Chavez, M., 1980. "Random Vibration Analysis of Gravity Platforms Subjected to Wing-Generated Waves and Earthquakes", PhD Thesis, Dept Civil Eng, Univ. Southampton, England.
9. Bielak, J., 1975. "Modal Analysis for Building-Soil Interaction" Informe E17, I. de Ingenierfa, UNAM, Mexico
10. Davenport A.G., 1961. "The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures". Proc. of the Inst. of Civil. Eng., London
11. Der Kiureghian A., 1978. "Second Moment Combination of Stochastic Loads", J. ASCE 104 (St10)
12. Rosenblueth E., 1975. "Point Estimates for Probability Moments", Proc. Nat. Acad. Sc., USA, Vol. 72, No. 10
13. Tichý M. and Vorlicek K., 1972. "Statistical Theory of Concrete Structures" Irish Univ. Press, Shannon, Ireland
14. Haviland R., 1976. "A study of the Uncertainties in the Fundamental Translational Periods and Damping Values for Real Buildings", MIT, Dept Civil Eng Dept: R76-12

APENDICE A

La forma explícita de las ecs de equilibrio dinámico representado por ec 1 es la siguiente (ref 8):

(A.1)

$$\begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{B}_1 & \underline{B}_2 \\ \underline{B}_1^T & \underline{m}_0^t & \underline{m}_0' \\ \underline{B}_2^T & \underline{m}_0' & \underline{I}_0^t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{u}}_0^s \\ \ddot{\underline{u}}_0 \\ \ddot{\underline{\theta}}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & \underline{c}_{xs} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & \underline{0} & \underline{c}_{\theta s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{u}}_0^s \\ \dot{\underline{u}}_0 \\ \dot{\underline{\theta}}_0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & \underline{k}_{xs} & \underline{0} \\ \underline{0}^T & \underline{0} & \underline{k}_{\theta s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u}_0^s \\ \underline{u}_0 \\ \underline{\theta}_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{P}_0^s(t) \\ \underline{P}_{u_0}(t) \\ \underline{P}_{\theta_0}(t) \end{Bmatrix}$$

En la ec A1, M , C y K son las matrices de masas de amortiguamiento y de rigideces para la plataforma idealizada apoyada en suelo rígido. Las matrices B_1 y B_2 están dada por

(A.2)

$$B_1^T = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{33} & 0 & \dots & m_{2n-1,2n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2^T = \begin{bmatrix} m_{11}h_1 & m_{22} & m_{33}h_2 & m_{44} & \dots & m_{2n-1,2n-1}h_n & m_{2n,2n} \end{bmatrix}$$

donde m_i representa la masa concentrada en el i -ésimo nudo h_i es la altura del nodo con respecto al centro de gravedad de la cimentación. Los elementos m_0^t , m_0' y I_0^t se pueden valuar con las expresiones

(A.3)

$$m_0^t = \sum_{j=1}^n m_{jj} + m_0$$

$$m_0' = \sum_{i=1}^n m_{jj}h_i$$

$$I_0^t = \sum_{i=1}^n I_{0i} + I_0 + \sum_{i=1}^n m_{jj}h_i^2$$

$$j = 2i - 1$$

donde m_0 e I_0 representan la masa equivalente y el momento de inercia de masa equivalente del subsistema suelo-cimentación respectivamente, I_{0i} se refiere al momento de inercia centroidal de las masas de la plataforma descretizada (ref 8).

Los elementos c_{js} y k_{js} ($j = x, \theta$) en la ec A1 representan las impedancias del subsistema suelo-cimentación, las cuales son función de la frecuencia de vibrar del sistema considerado, refs (5, 8).

Los elementos de P_0^S representan las cargas no

dales debidas a la excitación sísmica. P_{μ_0} y P_{θ_0} son las cargas sísmicas aplicadas al centro de gravedad de la cimentación. El vector \underline{v}_0^S y sus derivados con respecto al tiempo incluyen los grados de libertad de los nudos μ_0 y θ_0 representan el movimiento de translación horizontal y la rotación de la cimentación con respecto a un eje que pasa por el centro de gravedad de la misma (ref 8).

TABLA 1. CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE LA PLATAFORMA DE GRAVEDAD SELECCIONADA EN ESTE TRABAJO

Altura de la cimentación	60 m
Lado de la cimentación	80 m
Diámetro equivalente de la cimentación	64 m
Longitud de la parte acartelada de las torres	70 m
Longitud de la parte recta de las torres	45 m
Diámetro máximo de torres	20 m
Diámetro mínimo de torres	12 m
Espesor máximo de torres	0.9 m
Espesor mínimo de torres	0.4 m
Espacio entre torres	30 m
Altura de plataforma sin incluir la cubierta	175 m
Masa de la cimentación y su contenido	12,500 ton-s ² /m
Masa de la cubierta y su equipo	1,250 ton-s ² /m
Densidad de masa del concreto	2.5 ton/m ³
Densidad de masa del agua de mar	1.0 ton/m ³
Tirante de agua	145 m

TABLA 2. COEFICIENTE DE VARIACION V_{u_a} DE LOS DESPLAZAMIENTOS MAXIMOS COMO FUNCION DE LOS PARAMETROS ESTRUCTURALES Y LA EXCITACION SISMICA

Parámetro considerado	Módulo de cortante del suelo, G_s (ton/m ²)			
	5 000	7 500	10,000	15,000
E_c	0.0393	0.0464	0.0604	0.0449
ξ_c	0.5742	0.5402	0.5212	0.5090
S_a	0.9147	0.9155	0.9183	0.9167
E_c, ξ_c, S_a	2.9686	2.9207	2.9282	2.8519

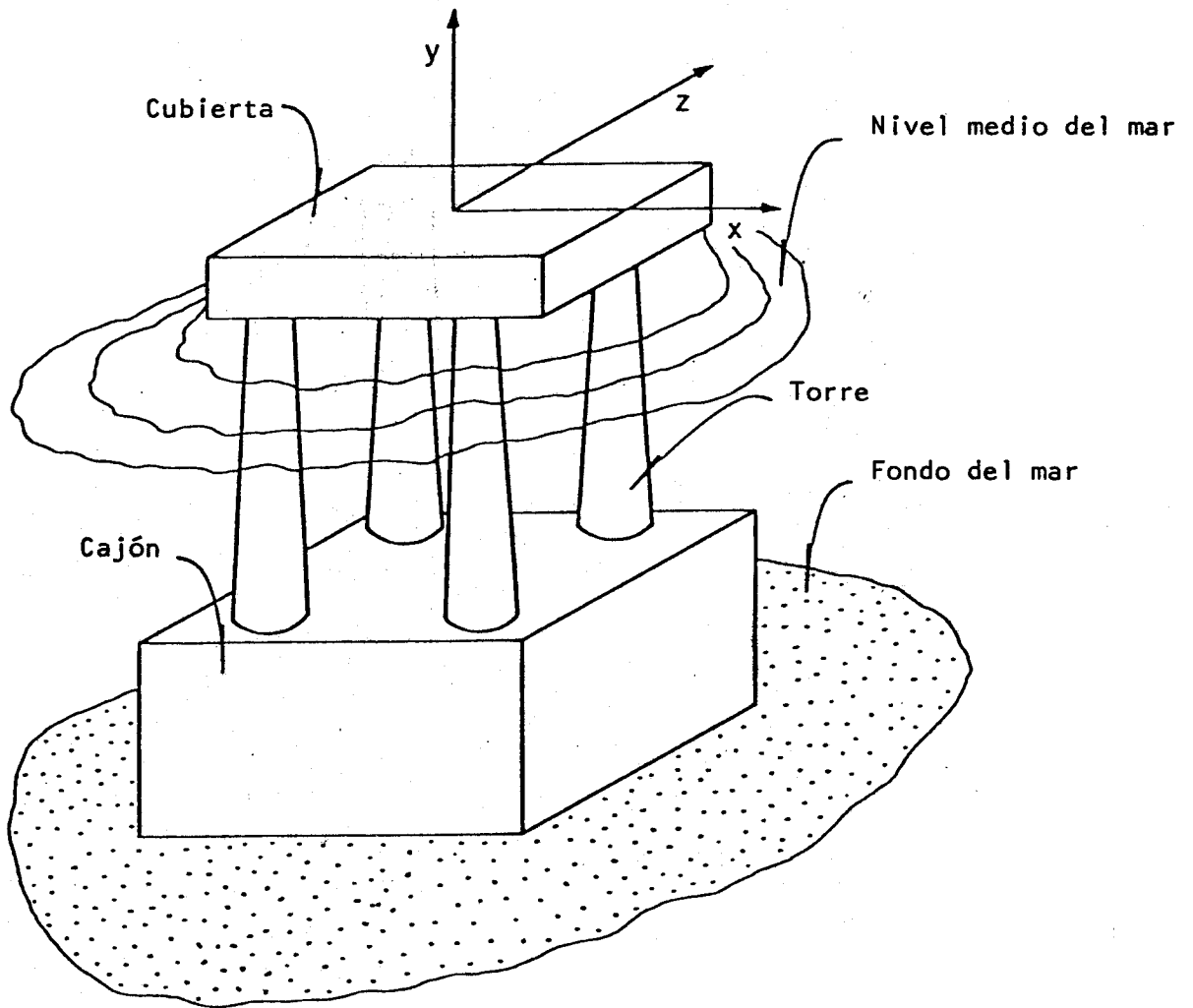


Fig 1. Representación esquemática de una plataforma de gravedad

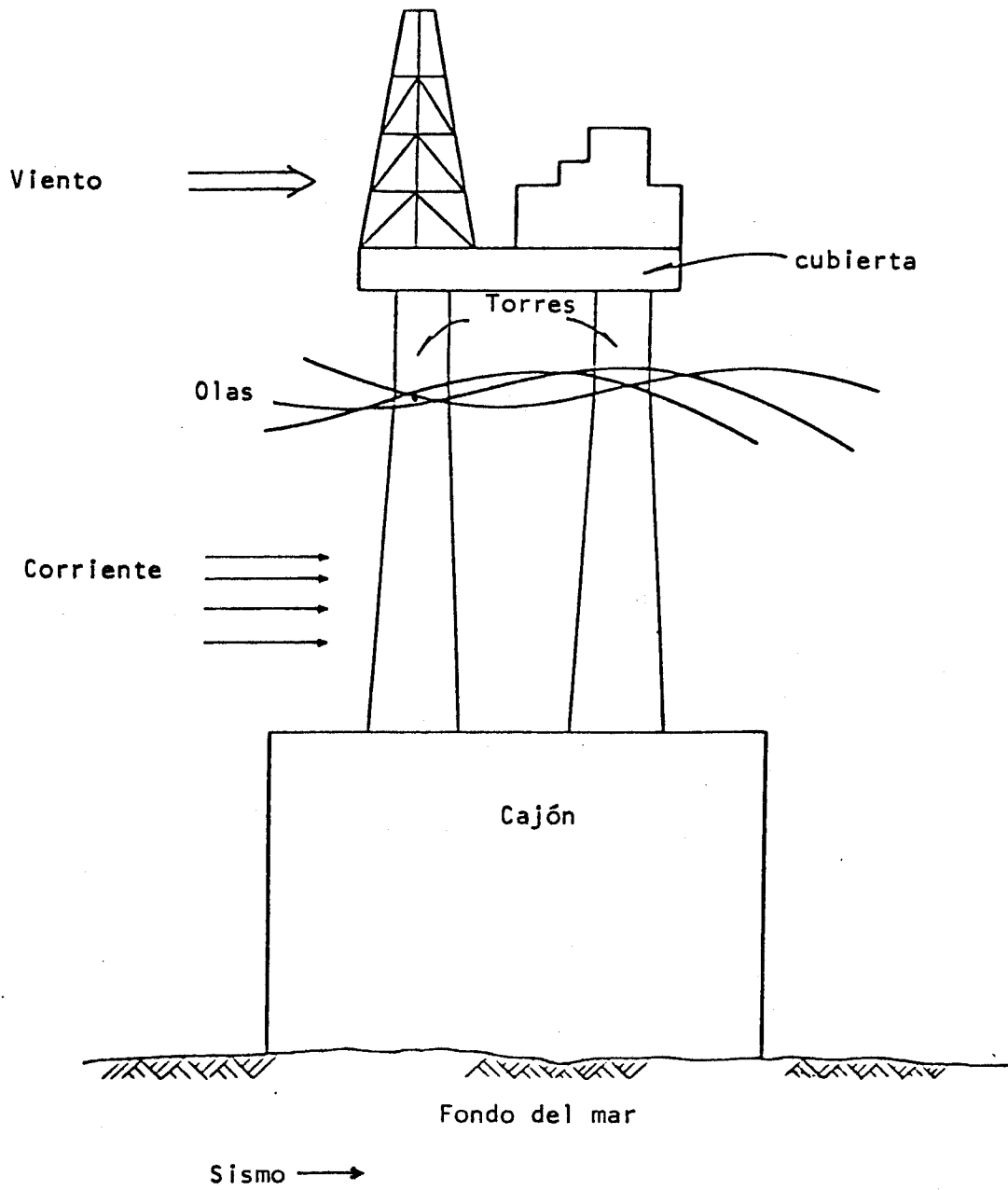


Fig 2. Solicitaciones que actúan sobre una plataforma de gravedad

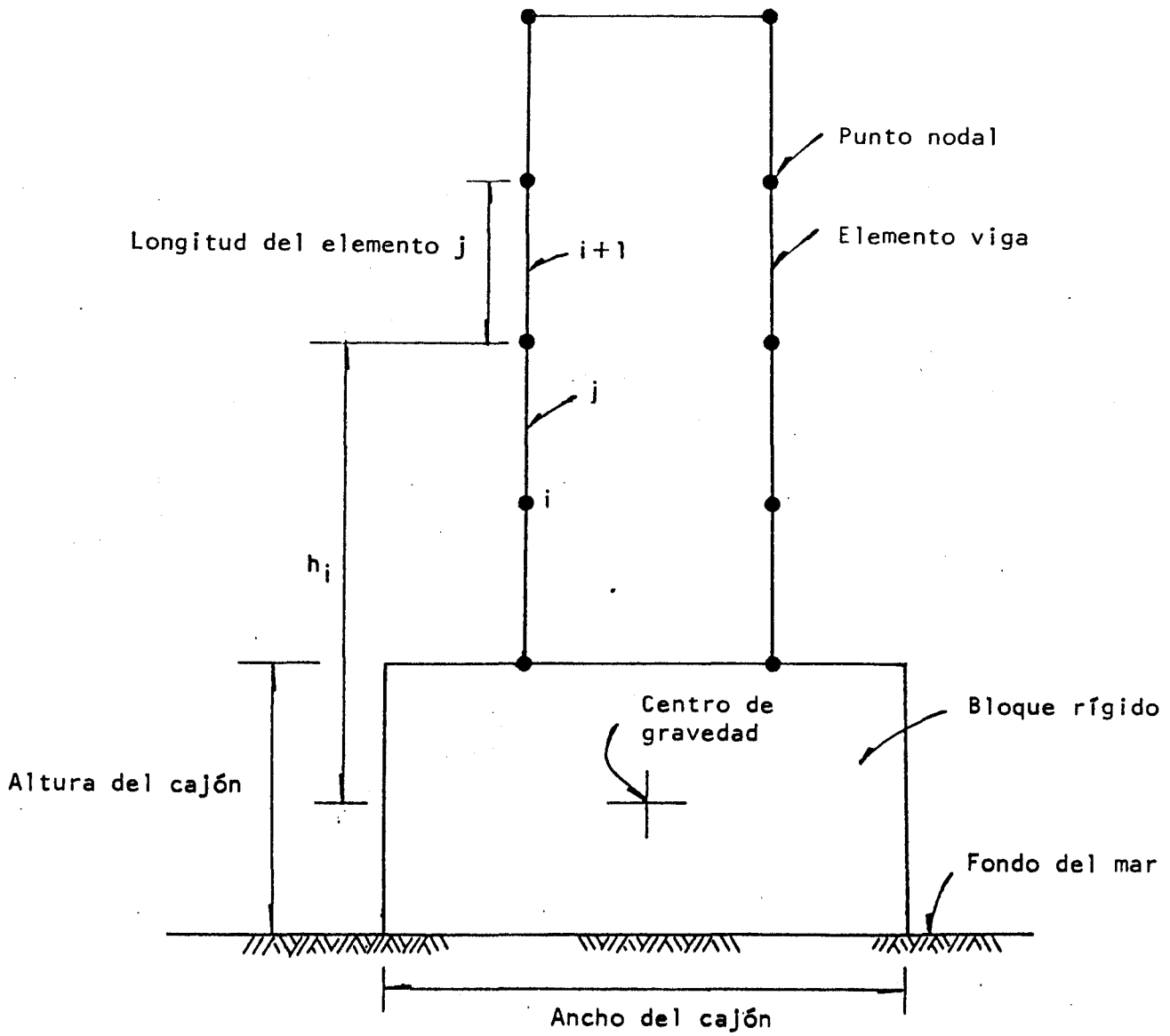


Fig 3. Idealización de una plataforma de gravedad

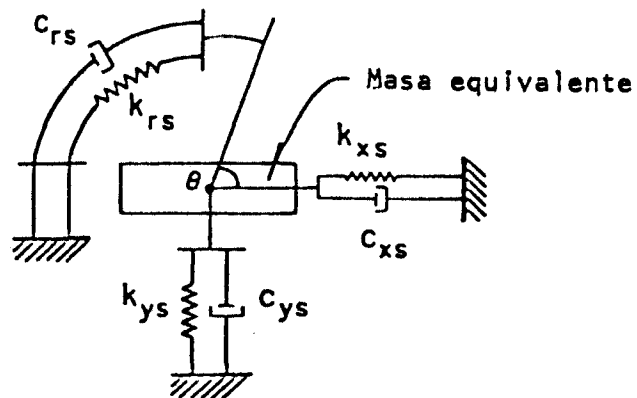


Fig 4. Idealización del sistema suelo-cimentación

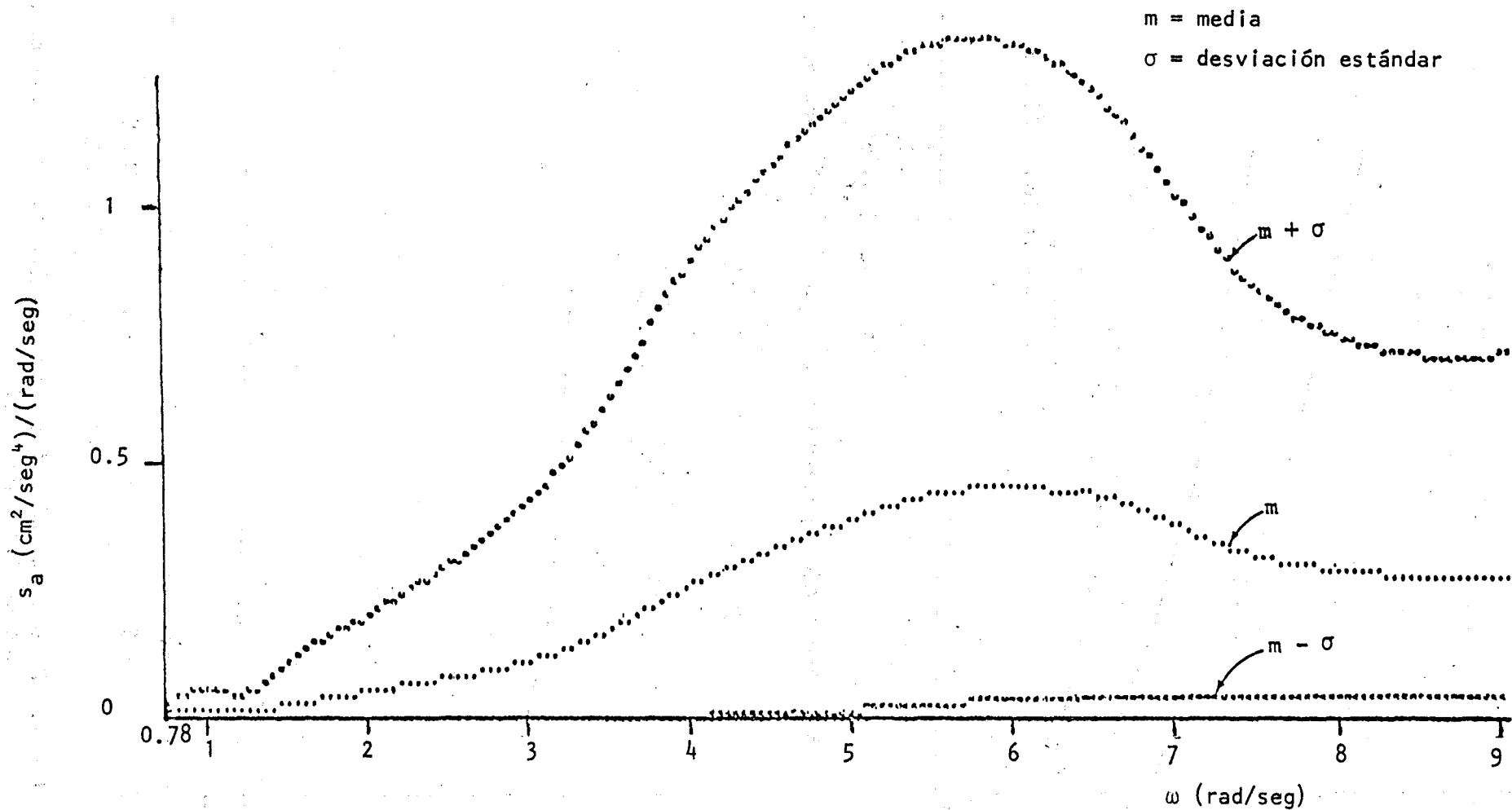


Fig 5. Función de densidad espectral de potencia de las aceleraciones del terreno s_a , para un periodo de recurrencia de 50 años

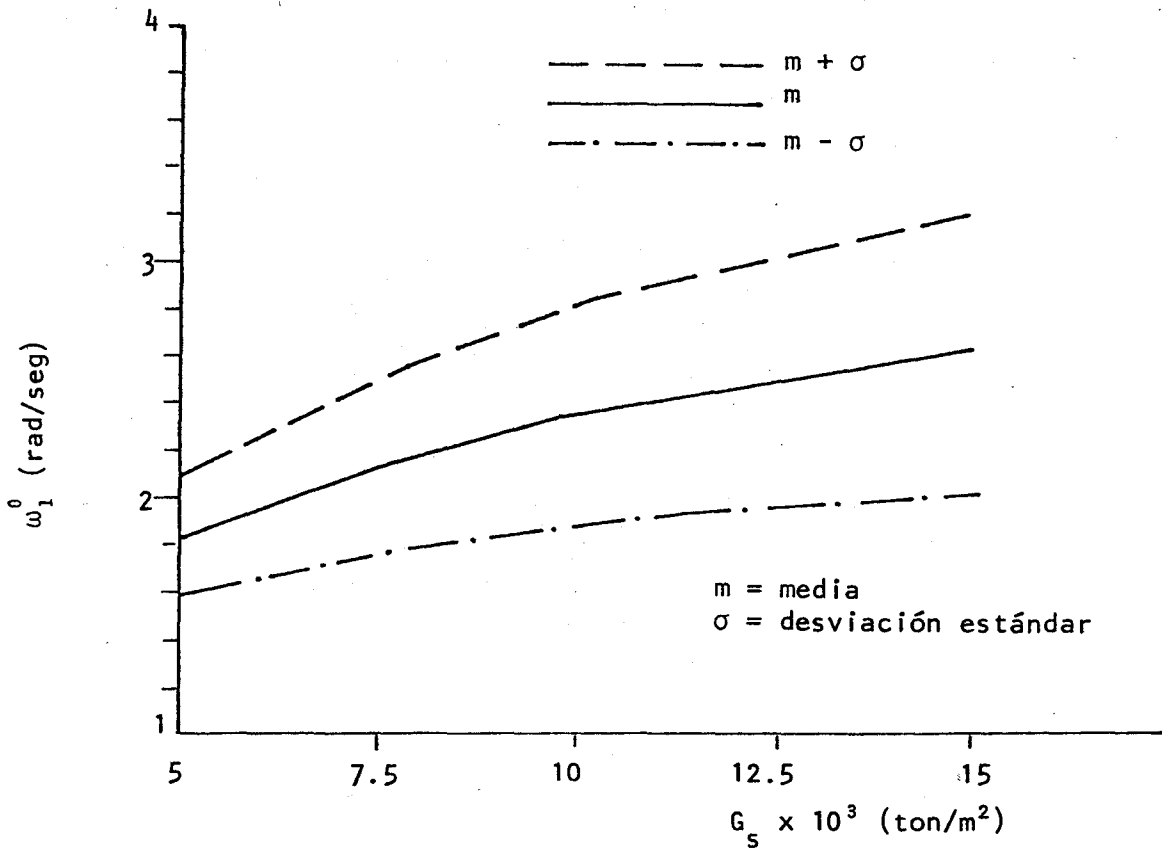


Fig 6. Frecuencia fundamental, ω_1^0 , de la plataforma de gravedad

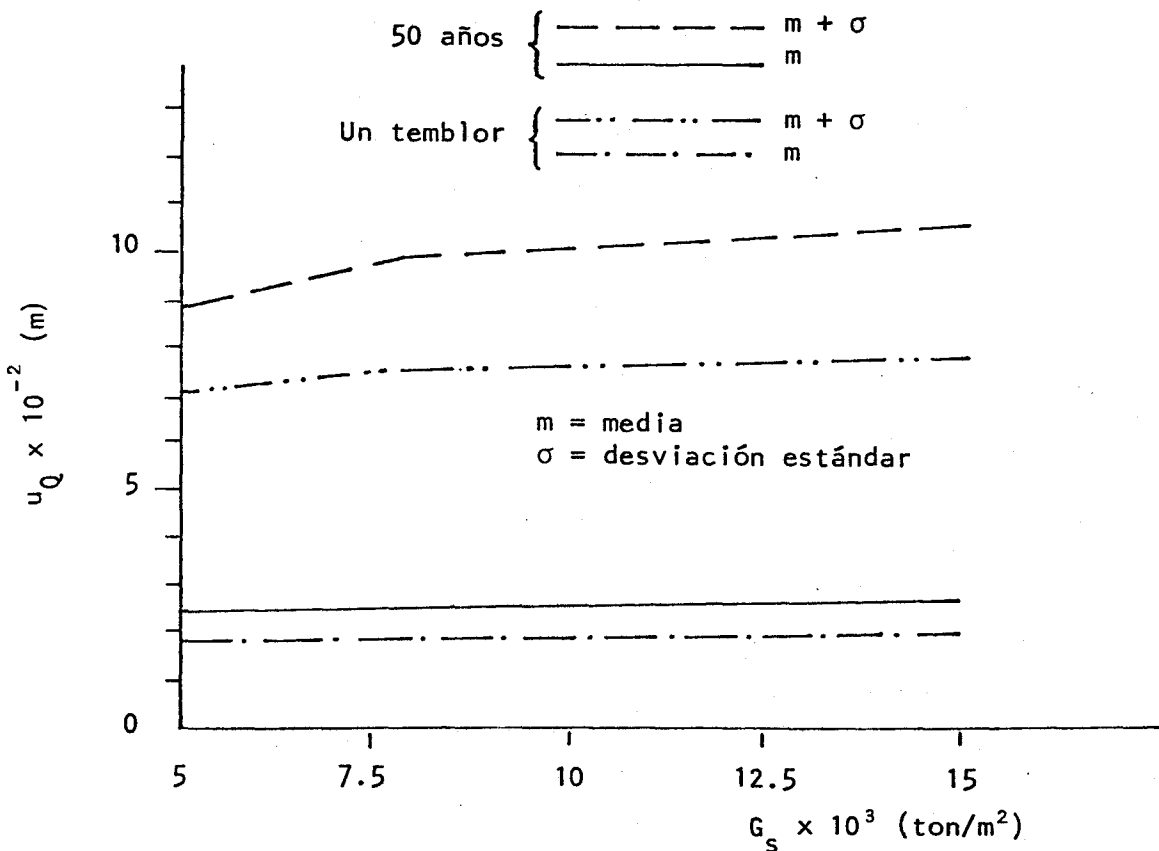


Fig 7. Desplazamiento máximo de la cubierta para un temblor y para un lapso de 50 años