

# EFFECTOS DEL SUELO EN LA RESPUESTA SISMICA DE ESTRUCTURAS

por

Jose M. Roesset

El análisis sísmico de estructuras se llevó a cabo durante mucho tiempo suponiendo que el movimiento que se aplica a su base, o las fuerzas estáticas equivalentes que se aplican a los distintos niveles, son independientes de las propiedades del subsuelo y de las características de la cimentación. Se reconoce hoy, sin embargo, que ambos factores influyen la respuesta sísmica de una estructura, en algunos casos de modo importante.

Conviene desde un punto de vista conceptual considerar los efectos del suelo y de la cimentación en tres fases:

- La amplitud y el contenido de frecuencias del movimiento sísmico en la superficie libre del terreno, antes de construir estructura alguna, son función de las propiedades mecánicas del subsuelo, tanto en el régimen elástico lineal como en el rango no lineal. Este efecto se conoce con el nombre de amplificación del suelo, aunque este nombre no es totalmente apropiado, ya que en general habrá amplificación en ciertos rangos de frecuencias y atenuación en otros. La mejor evidencia de este efecto se encuentra quizás en la ciudad de México, cuyos terremotos tienen un contenido de frecuencias marcadamente diferente al de los terremotos californianos (un hecho que fue pronto reconocido en el código sísmico mexicano).

- El movimiento que experimentaría la cimentación antes de construir la estructura, o si la estructura no tuviera masa, sería distinto al que se registraría en la superficie libre del terreno. Las diferencias consistirían en general en un filtrado de las componentes traslacionales (disminución de su amplitud en el campo de altas y medias frecuencias) y en la aparición de componentes rotacionales y torsionales. Estos efectos se han tomado en cuenta en los códigos, en forma parcial, al requerir una excentricidad accidental, incluso en edificios con perfecta simetría, para generar esfuerzos torsionales.

- Una vez construida la estructura, o al tomar en cuenta su masa, las fuerzas de inercia generadas por la vibración dan lugar no sólo a los esfuerzos sísmicos en los distintos miembros, sino también a esfuerzos de corte, una fuerza vertical y tres momentos (dos momentos de volteo alrededor de dos ejes horizontales y un momento torsional) en la base. Si el suelo no es extremadamente rígido (roca competente) los esfuerzos basales producirán deformaciones que modificarán el movimiento de la cimentación. La aceleración en la base de la estructura será por lo tanto diferente de la que experimentaría la cimentación por si sola o de la que se mediría en la superficie libre del terreno sin ninguna estructura. Este efecto sólo se ha empezado a tomar en cuenta recientemente.

Los últimos dos efectos se conocen con el nombre de interacción suelo-estructura. El primero se denomina a veces interacción cinemática (causada fundamentalmente por la geometría de la cimentación), mientras que el segundo se califica de interacción inercial (causada por las fuerzas de inercia de la estructura).

Aunque existen todavía áreas en las que se precisa más investigación, así como varias fuentes de incertidumbre, la naturaleza de estos efectos es ya bien conocida. En los últimos años se han desarrollado una serie de procedimientos de cálculo y programas de computador para tomar en cuenta estos efectos al efectuar análisis dinámicos de la estructura. Este grado de refinamiento suele usarse sin embargo sólo para estructuras especiales, como reactores nucleares. Para estructuras de edificación o naves industriales es más normal realizar el diseño sísmico de acuerdo con las especificaciones de los códigos pertinentes. El propósito de este artículo es discutir las implicaciones de los distintos efectos, su importancia relativa, y la forma en que pueden incluirse aproximadamente en los procesos de cálculo más comúnmente usados. La descripción y discusión de procedimientos más elaborados, y supuestamente más exactos, puede encontrarse en las referencias.

El caso más sencillo y el más extensamente estudiado es aquel en que el terreno está horizontalmente estratificado, las propiedades del suelo varían sólo en dirección vertical, y se supone que el terremoto está constituido por ondas de corte (para la componente horizontal), o bien ondas de compresión (para la componente vertical), que se propagan verticalmente. El problema es en este caso unidimensional y la solución puede encontrarse tanto analítica (1) como numéricamente usando un modelo de resortes y masas concentradas (2). Los resultados suelen expresarse en términos de una función de amplificación que representa para cada frecuencia, suponiendo una excitación armónica, la relación de la amplitud del movimiento en la superficie libre del terreno a la amplitud en la roca basal o mejor en un afloramiento rocoso.

La figura 2 muestra resultados típicos para un estrato de suelo con propiedades uniformes. Se observa que el movimiento se amplifica en ciertas frecuencias, correspondientes a las frecuencias naturales del estrato en corte o en compresión según el caso) y se atenúa para altas frecuencias debido fundamentalmente al amortiguamiento interno del suelo. Estos resultados sugieren que el movimiento sísmico en un sitio determinado debería tener la mayor parte de su energía concentrada en las frecuencias naturales del subsuelo y particularmente alrededor de la frecuencia fundamental, siempre que el contenido original de frecuencias de las ondas fuera más o menos uniforme. Esta conclusión queda verificada cualitativamente por el hecho que terremotos registrados en roca tienen una frecuencia predominante más alta que la de sismos medidos en terrenos firmes, que es a su vez mayor que la de terremotos en suelos blandos. Los terremotos californianos que han servido de base a la mayor parte de los estudios realizados en los Estados Unidos suelen tener frecuencias predominantes del orden de 2 ciclos por segundo (periodos de 0.5 segundos) que coinciden razonablemente con las frecuencias fundamentales de los suelos en que se obtuvieron los registros. Por oposición los terremotos en la ciudad de Mexico tienen un periodo predominante del orden de 2 segundos (frecuencia de 0.4 a 0.5 ciclos por segundo) correspondiendo de nuevo al periodo fundamental del valle de México.

Estudios realizados como consecuencia del terremoto de Caracas indicaron de nuevo correlación entre los daños sufridos por distintos tipos de edificios y la relación entre sus periodos naturales y los periodos fundamentales de los suelos en que estaban cimentados. Aunque estos estudios no incluían el efecto de interacción suelo estructura, que hubiera debido tomarse cuenta, demuestran claramente la existencia del fenómeno de amplificación y la posibilidad de estimar cualitativamente sus efectos con la teoría unidimensional. La validez de esta teoría desde el punto de vista cuantitativo es, sin embargo, mucho más cuestionable. Las características del terremoto que podría ocurrir en un sitio determinado dependen no sólo de las propiedades del subsuelo sino también del mecanismo focal, la magnitud del sismo, la distancia epicentral, el tipo y amplitud de las ondas, su ángulo de incidencia y su contenido de frecuencias (estos últimos parámetros función de los primeros).

La figura 3 muestra la función de amplificación del afloramiento rocoso a la superficie libre del terreno para un estrato homogéneo bajo ondas de corte SH propagándose a distintos ángulos con respecto a la vertical ( $\alpha=0^\circ$  es el caso discutido anteriormente,  $\alpha=90^\circ$  correspondería a ondas propagándose horizontalmente). Es de notar que  $\alpha$  es el ángulo de incidencia en la roca. La incidencia en el suelo es en todos los casos prácticamente vertical. Puede observarse que la forma de las curvas es muy semejante para todos los ángulos pero la amplitud de los picos, y la predominancia del pico a la frecuencia fundamental del estrato sobre los otros, tienden a disminuir al aumentar el ángulo.

La figura 4 muestra las funciones de amplificación considerando combinaciones de ondas de corte (SV) y ondas de compresión (P) suponiendo que la amplitud de las ondas SV es 2,5 veces la de las ondas P.  $\alpha_p$  es en este caso el ángulo de incidencia de las ondas P en la roca. Se observa para estas combinaciones de ondas no sólo una disminución del valor de los picos al aumentar el ángulo sino también efectos de acoplamiento entre los modos de corte y de compresión del suelo. Este acoplamiento da lugar a una pequeña ondulación a la frecuencia fundamental de compresión del estrato (entre la primera y

la segunda frecuencias naturales de corte) y a un tercer pico mayor para  $\alpha_p = 60^\circ$  que el segundo y que el correspondiente a  $\alpha_p = 0^\circ$ . Este se debe a que la tercera frecuencia de corte del depósito de suelo es muy cercana a la segunda frecuencia de compresión. Estos efectos se acentúan a medida que las amplitudes de los dos tipos de ondas tienden a ser iguales. Todos estos resultados sugieren que mientras la forma de las funciones de amplificación no se ve grandemente afectada por el tipo de ondas o sus ángulos de incidencia, la solución unidimensional (ondas propagándose verticalmente) tiende a exagerar los valores de amplificación y la predominancia de la primer frecuencia natural.

Un segundo aspecto, quizás aun más importante, es el hecho que las deformaciones creadas en el suelo por las ondas sísmicas excederán en general el rango en que el comportamiento del material puede considerarse elástico lineal. Al aumentar la intensidad sísmica y las deformaciones, el módulo del suelo disminuirá dando lugar a una disminución de las frecuencias naturales del estrato (elongación de los periodos) y un cambio correspondiente en la posición de los picos de la función de amplificación. Por otra parte el amortiguamiento interno del suelo aumentará, debido a la pérdida en energía por histéresis, dando lugar a una disminución de los valores de la función de amplificación, particularmente en los picos. La figura 5 muestra espectros de respuesta de los movimientos en la superficie libre del terreno correspondientes al mismo acelerograma en la roca basal pero distintos niveles de aceleración en la roca (0.05g y 0.35g). Para establecer mejor la comparación los espectros se han normalizado dividiendo sus valores para cada periodo por el valor correspondiente del espectro del movimiento en la base. Se observa claramente que para el caso con mayor intensidad la máxima amplificación es menor y ocurre a un periodo más largo. No es posible por lo tanto definir el efecto de un perfil de suelo con una función de amplificación única, independiente de la intensidad del sismo, y determinada en base a las propiedades del suelo para deformaciones pequeñas o registros de microtemblores o de ondas coda.

Los efectos no lineales del suelo se toman en cuenta en todos

los estudios de amplificación, al menos de forma aproximada. En algunos casos el análisis dinámico se lleva a cabo en el tiempo usando resortes equivalente o ecuaciones constitutivas no lineales para el suelo. En otros casos se usa un proceso iterativo con una linearización equivalente. Para estratos de poco espesor o niveles de aceleración moderados los resultados obtenidos por los dos procedimientos son semejantes. Para depósitos de suelo muy profundos o niveles de aceleración muy altos las diferencias pueden ser notables y no han sido hasta la fecha satisfactoriamente explicadas. Estos análisis, por otra parte, se llevan siempre a cabo para el caso unidimensional (ondas propagándose verticalmente). Estudios no lineales con otros tipos de ondas y ecuaciones constitutivas más generales para el suelo no se han llevado a cabo todavía.

Si se conocieran el tipo de ondas que constituyen un sismo, sus amplitudes como función de frecuencia, sus ángulos de incidencia, y las propiedades del suelo en función de las deformaciones, sería posible con las técnicas disponibles hoy predecir con bastante precisión las características del movimiento en la superficie libre. Con los conocimientos actuales y las incertidumbres existentes, el desarrollo de espectros de diseño específicos para un sitio determinado no parece en general justificado. Sí se debería sin embargo tomar en cuenta casos extremos como roca competente, terrenos firmes con características de tipo promedio y estratos profundos de suelo blando. Los códigos norteamericanos han especificado tradicionalmente un espectro de diseño (o coeficiente sísmico en función del periodo) único, independiente del tipo de suelo. Incluso los reglamentos de la Comisión Reguladora de Energía Nuclear (NRC) requieren el mismo tipo de espectro para cualquier emplazamiento. (Este espectro es la envolvente de los espectros normalizados para distintos tipos de suelos). Las nuevas recomendaciones del ATC (3) sugieren por primera vez el uso de espectros de diseño y coeficientes sísmicos que son función del tipo de suelo (roca o suelos rígidos, depósitos profundos de suelos no cohesivos y arcillas blandas), de la aceleración efectiva y de una aceleración relacionada con la velocidad máxima. La figura 6 muestra formas típicas de estas curvas. Aunque la forma precisa de las curvas y los conceptos de

aceleración efectiva y aceleración relacionada con la velocidad pueden ser discutibles la idea de introducir estas variables representa una mejora importante. Dado el estado actual de conocimiento esta es quizá la forma mas razonable de tomar en cuenta hoy en día el efecto de amplificación de suelos.

Estudios de amplificación no lineales tienen un segundo objetivo que es el de determinar propiedades efectivas del suelo (módulo de corte y amortiguamiento) consistentes con el nivel de deformaciones que pueden esperarse durante el sismo de diseño, para uso en los estudios de interacción. Es de notar que el concepto mismo de propiedades efectivas es de por si una aproximación, que la forma en que se determinan mediante un proceso iterativo es, como se discutió antes, altamente cuestionable, y que existen grandes incertidumbres en las propiedades del suelo in situ y en su variación con el nivel de deformaciones. Por todas estas razones, para diseños de estructuras normales, de acuerdo con los procedimientos de los códigos, parece aconsejable usar métodos más sencillos. La figura 7 muestra la variación relativa del módulo de corte y del amortiguamiento con profundidad para un perfil de terreno con un módulo inicial  $G_0$ , para deformaciones muy pequeñas, correspondiente a una velocidad de ondas de corte de 500 pies por segundo en la superficie y un aumento proporcional a la raíz cuadrada de la profundidad. Curvas para otros perfiles de suelo, y reglas aproximadas para determinarlas, se presentan en el trabajo de Jakub (4).

#### INTERACCION CINEMATICA

Una vez emplazada la cimentación, el movimiento de su base será en general distinto del que se sentiría en el mismo punto del terreno sin ninguna construcción. El único caso en que el movimiento sísmico no se alteraría sería para cimentaciones superficiales y ondas sísmicas propagándose verticalmente.

Los efectos principales en el caso de una losa superficial sometida a ondas sísmicas con ángulos de incidencia arbitrarios son un filtrado de las componentes traslacionales y la aparición de

componentes torsionales. Newmark en 1969 (5) notó ya este segundo efecto y propuso un método aproximado para estimar la amplitud de la excitación torsional como la relación de la velocidad del terreno a la velocidad de propagación aparente de las ondas (proyección horizontal de la velocidad de propagación). El efecto de filtrado fue observado por otra parte por Yamahara (6) quien propuso su cálculo tomando el valor promedio del movimiento en el terreno bajo el área de la losa. Usando estas aproximaciones y suponiendo ondas de corte que se propagan horizontalmente la relación entre las amplitudes del movimiento translacional y torsional de la base a la amplitud de la traslación en la superficie libre del terreno vienen dadas por curvas como las de la figura 8. Wong y Luco (7) estudiaron de modo más riguroso la respuesta de losas superficiales rectangulares a ondas con ángulos de incidencia arbitrarios y Domínguez (8) consideró losas tanto superficiales como enterradas. La figura 9 muestra los resultados de Domínguez para ángulos de incidencia de 0,45 y 90 grados en función de la frecuencia adimensional  $a_0 = \Omega B/c_s$  donde  $\Omega$  es la frecuencia de la onda, B es semiancho de la losa en la dirección de propagación de las ondas y  $c_s$  es la velocidad de la onda de corte en el suelo. La amplitud de la rotación torsional está medida en términos de la amplitud del desplazamiento causado por la torsión al borde de la losa. Es de notar que los resultados de la solución aproximada son muy parecidos a los de la formulación más exacta.

Estos dos efectos han sido discutidos y explotados de distinta forma según los casos. En situaciones en que interesa aumentar los requerimientos de diseño se menciona la existencia de componentes torsionales ignorando la reducción en la amplitud de la traslación. Cuando se desea, en cambio, demostrar la seguridad de una estructura diseñada para un riesgo sísmico menor que el establecido, se hace hincapié en el filtrado de las ondas y la reducción correspondiente de la aceleración horizontal, ignorando la torsión. Es importante tomar en cuenta que ambos efectos coexisten y si se considera uno debe también incluirse el otro. Cuando ambos efectos se combinan se nota que en una parte de la estructura las aceleraciones horizontales pueden ser algo mayores que las causadas por ondas que se propagan verticalmente (cuando no existe torsión) pero que el aumento puede ser del orden de un 20%. El enfoque de incluir una pequeña excentri-



cidad accidental que han seguido los códigos parece desde este punto de vista razonable.

La situación empeora para una cimentación superficial con zapatas aisladas en lugar de una losa que puede considerarse como un diafragma rígido, ya que en este caso existirán los efectos torsionales (el movimiento de las distintas zapatas no esta en fase) pero no habrá filtrado de la componente horizontal del sismo. Estudios por Unemori (9) indican que esto puede dar lugar a aumentos en los esfuerzos sísmicos en los pórticos o muros transversales extremos de un edificio rectangular del orden del 20 al 40% por encima de los que resultarían suponiendo una distribución uniforme de los esfuerzos cortantes entre los distintos marcos (o muros). El efecto suele estar confinado a los pisos inferiores de la estructura. Es necesario, sin embargo, decidir cual es el ángulo de incidencia de las ondas mas razonable, o, lo que es equivalente si se usa una solución aproximada basada en la hipótesis de que las ondas se propagan horizontalmente, que velocidad aparente de propagación debe tomarse. Estudios realizados para el diseño sísmico de sistemas de tuberías, donde esta cuestión es de primordial importancia, sugieren que debería tomarse la velocidad  $c_s$  de las ondas a cierta profundidad o incluso en la roca base, y no la velocidad en las capas superficiales.

Cuando se trata de una fundación enterrada a cierta profundidad el movimiento se ve afectado por la cimentación incluso cuando se trata de ondas propagándose verticalmente. Una solución que se propuso durante algun tiempo es el tomar como movimiento de la fundación el que ocurriría a la misma profundidad en el suelo de acuerdo con la teoría unidimensional de amplificación. Esta solución ignora sin embargo la geometría de la cimentación y la existencia de la excavación. Estudios por Elsabee y Morray (10) para losas circulares enterradas a distintas profundidades indican que hay de nuevo dos efectos fundamentales, filtrado de la componente translacional para frecuencias altas y aparición de componentes rotacionales (alrededor de un eje horizontal) debido al hecho de que la cimentación no sigue las deformaciones del suelo (figura 10), particularmente si

sus paredes verticales son bastante rígidas. La figura 11 muestra la relación entre las amplitudes de la translación y rotación (multiplicada por el radio), de la base de la cimentación y la amplitud del movimiento en la superficie libre del suelo calculadas por Elsabee y Morray y una aproximación sugerida por los mismos autores. Se observa que al mismo tiempo que disminuye la amplitud de la translación aumenta la de la rotación. El parámetro más importante en la definición de estas curvas es la frecuencia  $f_0$  del estrato de suelo correspondiente a la profundidad de enterramiento de la losa. Para una estructura relativamente flexible, con una frecuencia fundamental pequeña, y poco enterramiento en un suelo firme, la frecuencia  $f_0$  será mucho mayor que la de la estructura y los efectos de interacción cinemática serán pequeños. Para una estructura bastante rígida con varios metros de enterramiento en un suelo blando los efectos pueden ser considerables. Si la estructura tiene poca esbeltez (altura del mismo orden que la dimensión de la base, o menor) el filtrado de la translación dará lugar a una disminución de las aceleraciones y los esfuerzos sísmicos. Para una estructura muy esbelta, en cambio, la componente rotacional puede contrarrestar la reducción del movimiento horizontal y producir incluso un aumento de aceleración en los niveles superiores. Como se discutió para losas superficiales en relación con la componente torsional es preciso en general tomar en cuenta ambos efectos y no incluir uno e ignorar el otro.

La figura 12 muestra resultados obtenidos por Domínguez para losas rectangulares enterradas, suponiendo de nuevo que tanto la losa como las paredes son rígidas y ondas SH propagándose a distintos ángulos. Se observa que en este caso hay no sólo rotaciones alrededor de un eje horizontal sino también alrededor de un eje vertical (torsión). Las amplitudes torsionales son, sin embargo, menores que para una losa superficial incluso cuando las ondas se propagan horizontalmente. Se observa también que el filtrado de la translación depende del ángulo de incidencia de las ondas, disminuyendo, pero existiendo todavía, al aumentar el ángulo de las ondas con la vertical. Domínguez consideró también combinaciones de ondas de corte (SV) y compresionales (P) a distintos ángulos. Los resultados

son muy parecidos excepto por el hecho que en este caso incluso las losas superficiales están sometidas a rotaciones alrededor de un eje horizontal y que hay también un filtrado, aunque menor, de la excitación vertical.

Para tomar en cuenta de forma rigurosa el efecto de interacción cinemática sería preciso de nuevo conocer el tipo de ondas que constituyen el sismo y sus ángulos de incidencia así como las propiedades del terreno (debe notarse que todos estos estudios han supuesto comportamiento elástico lineal del suelo). Es por ello difícil sugerir métodos sencillos de incorporar los efectos en los códigos. Los resultados obtenidos hasta la fecha muestran sin embargo, como ya era sabido, que la excitación sísmica en la base de una estructura va a constar tanto de movimientos traslacionales (horizontales y verticales) como rotacionales, que la aparición de rotaciones va acompañada por una disminución de las traslaciones, y que estructuras con cimentaciones enterradas estarán sometidas en general a excitaciones menores que las de fundaciones superficiales, particularmente para estructuras de poca esbeltez, suelos blandos y cimentaciones en que la losa de fondo y las paredes son bastante rígidas.

Son pocos los estudios que se han llevado a cabo para cimentaciones con pilotes. Para el caso de un pilote aislado Blaney (11) encontró que la amplitud del movimiento en la cabeza del pilote es prácticamente igual a la del movimiento en la superficie libre del suelo, e incluso un poco mayor, en casi todo el rango de frecuencias de interés, disminuyendo luego considerablemente, debido al filtrado de las ondas, para frecuencias muy altas. Cuando se considera, sin embargo, una fundación completa, consistiendo de un gran número de pilotes, cabe esperar que los efectos de filtrado empezarán a ocurrir a frecuencias menores, con la consiguiente reducción en la aceleración de la base. Este efecto será más acentuado si la losa está enterrada, aunque no se considere en contacto con el suelo y las paredes de la cimentación son rígidas. En este caso por otra parte la rotación alrededor de un eje horizontal debería ser menor que para una losa, debido a la rigidez axial de los pilotes, particularmente si los pilotes penetran un estrato duro.

El análisis de interacción cinemática para una fundación de pilotes es útil no sólo para encontrar el movimiento de la base de la estructura (antes de incluir la interacción inercial), sino también para determinar los esfuerzos en los pilotes causados por las ondas sísmicas que deberían superponerse a aquellos resultantes del corte basal. Estos esfuerzos (momentos, cortantes y fuerzas axiales) son relativamente importantes, en relación con los que resultan de las fuerzas aplicadas en la cabeza, a cierta profundidad. Mientras estos últimos alcanzan sus valores máximos cerca de la superficie y se atenúan rápidamente con profundidad, los esfuerzos causados directamente por la vibración del suelo tienden a ser más uniformes o alcanzar incluso sus valores máximos en profundidad. (Esto es particularmente cierto si hay un estrato de suelo más blando atravesado por los pilotes).

#### INTERACCION INERCIAL

El fenómeno de interacción inercial, o modificación del movimiento en la base de la estructura como consecuencia de sus vibraciones, es el que se asocia más comúnmente con el concepto de interacción suelo estructura, aunque de hecho la interacción cinemática es igualmente importante.

Dos procedimientos pueden usarse para estudiar este efecto. El primero, semejante al utilizado en las secciones anteriores, consiste en tratar de determinar los cambios en la excitación y tratar de incorporarlos en el espectro de diseño o el coeficiente sísmico. El segundo, más fácil de implementar, consiste en modificar las características de la estructura para tomar en cuenta la flexibilidad del suelo. Este es el método que seguiremos aquí.

Consideremos primero un sistema con un solo grado de libertad, consistente en una masa  $M$ , a una altura  $h$  sobre el nivel de la losa de cimentación y un resorte, axial o de corte, según el caso, con una rigidez  $k$ . Este sistema puede escogerse de forma a representar la vibración de la estructura en su primer modo natural, o de forma a constituir un sistema equivalente suponiendo un cierto sistema de deformaciones (12). En el primer caso si  $T$ , es el periodo funda-

mental de la estructura y  $x_i$  son los desplazamientos modales del nivel  $i$ , con masa  $m_i$ , y altura  $h_i$  sobre la base

$$M = \frac{(\sum m_i X_i)^2}{\sum m_i X_i^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 M}{T^2}$$

$$y \quad h = \frac{\sum M_i X_i h_i}{\sum M_i X_i}$$

Reproduciendo el suelo y la cimentación, en primera aproximación, por un resorte horizontal  $k_x$  y un resorte rotacional  $k_\phi$ , las ecuaciones de movimiento resultan:

$$M\ddot{u} + ky = 0$$

$$\text{con } ky = k_x (u_b - u_g) \quad khy = k_\phi \phi_b$$

$$u = u_b + y + h\phi_b$$

donde  $u$  es el desplazamiento absoluto de la masa,  $u_b$  el de la base,  $u_g$  el de la cimentación si no existiera la estructura y  $\phi_b$  es la rotación de la base (figura 13). Eliminando  $u_b$  y  $\phi_b$  resulta

$$u_b = u_g + \frac{k}{k_x} y \quad \phi_b = \frac{kh}{k_\phi} y$$

$$M \left( 1 + \frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi} \right) \ddot{y} + ky = -M\ddot{u}_g$$

Esta ecuación sugiere que el sistema tiene una frecuencia natural

$$\omega^2 = \frac{k}{M \left( 1 + \frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi} \right)} = \frac{\omega_1^2}{1 + \frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi}}$$

$$\text{o un periodo propio } T = T_1 \sqrt{1 + \frac{k}{k_x} + \frac{kh^2}{k_\phi}}$$

donde  $T_1$  es el periodo de la estructura con base rígida. Esto indica que al tomar en cuenta la flexibilidad del suelo el periodo fundamental del sistema se alarga, siendo el aumento función de la rigidez relativa de la estructura,  $k$ , con respecto a la rigidez de

la cimentación  $k_x$  o  $k_\phi / h^2$ . Para estructuras flexibles en suelos firmes el aumento del periodo será pequeño. Para estructuras rígidas en suelos blandos el cambio puede ser considerable. Si la esbeltez de la estructura es pequeña (altura del mismo orden del radio de la base o menor) o si la rigidez rotacional de cimentación es muy grande en relación con la horizontal (caso de fundaciones de pilotes, particularmente si estos penetran un estrato duro) la mayor contribución al cambio de periodo resultará del termino  $k/k_x$  (translación de la cimentación). Para estructuras esbeltas, con alturas del mismo orden que la dimensión de la base o mayores, y losas de cimentación (particularmente si son superficiales) la mayor contribución resultará de la rotación.

Suponiendo ahora que el amortiguamiento estructural, de tipo histerético, es  $D_{st}$ , que el suelo tiene un amortiguamiento interno, también histerético,  $D_s$  y que hay dos amortiguadores viscosos  $c_x$  y  $c_\phi$  asociados con los resortes  $k_x$  y  $k_\phi$ , y representando la pérdida de energía por radiación de las ondas en el suelo, el amortiguamiento efectivo del sistema puede estimarse como

$$D = D_{st} \left( \frac{T_1}{T} \right)^2 + D_s \left[ 1 - \left( \frac{T_1}{T} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \Omega \left[ \frac{c_x}{k_x} \frac{k}{k_x} + \frac{c_\phi}{k_\phi} \cdot \frac{kh^2}{k_\phi} \right] \left( \frac{T_1}{T} \right)^2$$

donde  $\Omega$  es la frecuencia de vibración.

Si el amortiguamiento del suelo fuera menor que el de la estructura y los términos  $c_x$  y  $c_\phi$  fueran pequeños o nulos, esta fórmula indica que el amortiguamiento efectivo al tomar en cuenta la flexibilidad del suelo puede ser menor que el de la estructura en base rígida. Este caso, sin embargo, no es normal. En general el amortiguamiento del suelo será igual o mayor que el de la estructura por lo que la suma de los dos primeros términos será ligeramente mayor que  $D_{st}$ . El último término representa la contribución del amortiguamiento de radiación. Para estructuras poco esbeltas, en que la translación de la base controla el efecto, el término  $c_x/k_x$  será el más importante, mientras que para estructuras esbeltas, en que controla la rotación, el término  $c_\phi/k_\phi$  es el que es de interés.

Del estudio de este modelo simplificado se deduce que la

interacción inercial tiene dos efectos fundamentales: un aumento del periodo fundamental del sistema y un cambio (en general también un aumento) en el amortiguamiento efectivo. Si el diseño se hace con un coeficiente sísmico que es constante para valores del periodo menor que un valor límite (función del tipo de suelo) y decae luego para periodos mayores, la elongación del periodo fundamental del sistema no tendrá efecto ninguno (si el periodo se mantiene dentro de la rama horizontal) o dará lugar a una disminución de los esfuerzos. Si se usa, en cambio, un espectro de respuesta que tiene una rama ascendente para periodos pequeños, una rama horizontal, y finalmente una rama descendente, el cambio de periodo puede ser perjudicial, indiferente o beneficioso según la posición de  $T_1$  (el periodo de la estructura en base rígida) y  $T$  (el periodo incluyendo el efecto del suelo). Así para una estructura muy rígida en un suelo blando el periodo podría aumentar de un valor en la rama ascendente a un valor en la rama horizontal, con el consiguiente aumento en la aceleración de respuesta, mientras que para un edificio de rigidez intermedia los esfuerzos no sufrirían cambio o disminuirían. El cambio en el valor del amortiguamiento será casi siempre un aumento y dará lugar por lo tanto a una disminución de los esfuerzos sísmicos. El efecto puede estimarse suponiendo que el coeficiente sísmico, o la aceleración espectral, son proporcionales a la relación  $(D_{St}/D)^{0.4}$  donde  $D_{St}$ , el amortiguamiento de la estructura en base rígida se supone normalmente del orden de 5%. Hay que tener en cuenta, sin embargo, que aunque los espectros de diseño suelen especificarse para un amortiguamiento del 5%, las especificaciones de los códigos aceptan comportamiento inelástico de la estructura. Los coeficientes sísmicos o espectros de diseño incluyen una reducción de esfuerzos basada en ductilidades de 1.5 a 5. Esto representa un amortiguamiento efectivo sustancialmente mayor que el 5% supuesto explícitamente.

La interacción inercial puede tomarse en cuenta por lo tanto, dentro del marco de un diseño sísmico normal, de forma relativamente sencilla, calculando el periodo equivalente del sistema mediante las fórmulas sugeridas anteriormente, y el amortiguamiento efectivo. Este es el procedimiento sugerido en las recomendaciones del ATC (3).

Para aplicar este procedimiento es preciso estimar los valores de los parámetros  $k_x$ ,  $k_\phi$ ,  $c_x$  y  $c_\phi$ , correspondientes a la rigidez de la cimentación. Estos parámetros, y particularmente los dos últimos, son función de la frecuencia de excitación. Se puede, sin embargo, tomar en primera aproximación los valores correspondientes al periodo  $T_1$  e iterar una vez calculado  $T$ .

Para una losa circular en la superficie de un semiespacio elástico las rigideces suelen expresarse en la forma

$$k_x = \frac{8GR}{2-\nu} k_1 \quad c_x = \frac{8GR^2}{(2-\nu)c_s} c_1$$

$$k_\phi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} k_2 \quad c_\phi = \frac{8GR^4}{3(1-\nu)c_s} c_2$$

donde  $G$  es el módulo de corte del suelo,  $\nu$  el coeficiente de Poisson,  $c_s$  la velocidad de la onda de corte ( $G = \rho c_s^2$ ),  $\rho$  la densidad del suelo,  $R$  el radio de la losa y  $k_1$ ,  $c_1$ ,  $k_2$ ,  $c_2$  coeficientes función de frecuencia.

Los coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ , han sido calculados por Veletsos (13) y se muestran en la figura 14. Se ve en esta figura que el valor de  $k_1$  puede tomarse aproximadamente constante e igual a 1, y el valor de  $c_1$  puede tomarse igual a 0.6. Los valores de  $k_2$  y  $c_2$  varían mucho más con frecuencia.

Cuando se trata de un estrato finito en lugar de un semiespacio los valores de  $k_x$  y  $k_\phi$  aumentan ligeramente. Kausel (14) ha propuesto las fórmulas

$$k_x = \frac{8GR}{(2-\nu)} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}\right) k_1 \quad c_x = \frac{8GR^2}{(2-\nu)c_s} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{H}\right) c_1$$

$$k_\phi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H}\right) k_2 \quad c_\phi = \frac{8GR^4}{3(1-\nu)c_s} \left(1 + \frac{1}{6} \frac{R}{H}\right) c_2$$

donde  $H$  es la profundidad del estrato. La variación con frecuencia de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $c_1$  y  $c_2$  se muestra en la figura 15. Para  $k_1$  y  $k_2$  se puede



tomar en principio los mismos valores de la losa en un semiespacio elástico. Para  $c_1$  y  $c_2$  se pueden tomar también los valores del semiespacio si la frecuencia de interés es mayor que la frecuencia fundamental del estrato en corte. Sin embargo por debajo de esta frecuencia sus valores son 0 y no existe prácticamente amortiguamiento de radiación.

Para cimentaciones enterradas Elsabee y Morray (10) han sugerido que se multipliquen las expresiones anteriores por

$$\left(1 + \frac{2}{3} \frac{E}{R}\right) \left(1 + \frac{5}{4} \frac{E}{H}\right) \text{ para } k_x \text{ y } c_x$$

$$\left(1 + 2 \frac{E}{R}\right) \left(1 + 0.7 \frac{E}{H}\right) \text{ para } k_\phi \text{ y } c_\phi$$

donde E es la profundidad de la losa. Es de notar que en este caso los valores de  $c_1$  y  $c_2$  pueden aumentar sobre los correspondientes a una fundación superficial. El aumento depende sin embargo de las condiciones del suelo de relleno junto a las paredes de la cimentación.

Una alternativa para cimentaciones enterradas es usar un procedimiento sugerido por Novak (15) en que se colocan resortes y amortiguadores en las paredes laterales de la cimentación y se añade su contribución a las rigideces de una losa superficial. Este método da resultados muy parecidos a los de Elsabee y Morray para el caso horizontal pero parece sobreestimar el amortiguamiento  $c_\phi$ .

Para cimentaciones rectangulares es normal usar las mismas fórmulas con un radio equivalente que resulte en el mismo area de la base para  $k_x$  y en el mismo momento de inercia alrededor del eje de giro para  $k_\phi$ . Estudios realizados por Vardanega (16) y Domínguez (17) confirman que esta aproximación es razonable mientras la relación entre los lados de la losa sea menor de 4. Fórmulas específicas para losas rectangulares se presentan en el trabajo de Vardanega.

Son muy pocos los estudios realizados con cimentaciones de zapatas. En primera aproximación pueden calcularse los valores de

$k_x$  y  $c_x$  para la cimentación sumando los valores correspondientes a cada zapata, aunque esto tenderá a sobreestimar el valor de  $k_x$  (debido a la interacción entre las zapatas a través del suelo). El valor de  $c_x$  en cambio debería ser algo mayor (aunque solo ligeramente) que el obtenido por este procedimiento. Los valores de  $k_\phi$  y  $c_\phi$  pueden estimarse a partir de las rigideces verticales de las zapatas.

$$k_z = \frac{4GR}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right) \quad c_z = \frac{4GR^2}{(1-\nu)c_s} \left(1 + 1.28 \frac{R}{H}\right) c_3$$

con  $c_3$  del orden de 0.75 a 1.

La rigidez horizontal de un pilote aislado puede calcularse por una serie de fórmulas que dan resultados muy parecidos. Blaney (11) ha propuesto para un pilote con la cabeza fija (rotación impedida)

$$k_x = 2 \frac{E_p I}{r^3} \left(\frac{E_s}{E_p}\right)^{0.75} \quad c_x = 3 \frac{E_p I}{r^2 c_s} \left(\frac{E_s}{E_p}\right)^{0.75}$$

donde  $E_p$  es el módulo de elasticidad del pilote,  $r$  su radio e  $I$  su momento de inercia,  $E_s$  es el módulo del suelo y  $c_s$  la velocidad de la onda de corte. El coeficiente de  $c_x$  varía de 2 a 4, siendo 3 un valor promedio.

Para una cimentación de pilotes completa la rigidez  $k_x$  puede obtenerse de nuevo sumando las contribuciones de los distintos pilotes. Es necesario, sin embargo, aplicar un factor de reducción que puede variar de 0.2 a 0.5, según el número de pilotes y su espaciamiento, para tomar en cuenta efectos de grupo. Métodos para determinar los factores de grupo han sido propuestos por Poulos (18) para el caso estático. Estudios de la rigidez dinámica de grupos de pilotes están llevándose a cabo ahora en una serie de instituciones académicas. La rigidez rotacional de la cimentación se calcula, como en el caso de zapatas aisladas, a partir de la rigidez vertical de cada pilote. Aunque también hay en este caso efectos de grupo, los efectos son menos importantes que para excitación horizontal. La rigidez vertical de un pilote depende más de la longitud del pilote y de las condiciones de punta que la rigidez horizontal (que esta controlada fundamentalmente por las propiedades del suelo

cerca de la superficie hasta una profundidad de 6 a 10 radios). Para pilotes esbeltos (relación de longitud al radio del orden de 80 o más)

$$k_2 = 0.5 \frac{E_p A}{r} \left( \frac{E_s}{E_p} \right)^{0.5}$$

Todas estas fórmulas son aproximadas. Para el diseño de estructuras importantes se deberían efectuar análisis más rigurosos si se desea tomar en cuenta los efectos de interacción. Las fórmulas pueden usarse, sin embargo, para analisis preliminares, para estimar la posible importancia de los efectos del suelo o para el diseño de estructuras con procedimientos simplificados. Debe tomarse en cuenta por otra parte que las propiedades del suelo que entran en las fórmulas deben estimarse para el nivel de deformaciones causado por las ondas sísmicas.

### CONCLUSIONES

Las propiedades del subsuelo afectan la respuesta sísmica de una estructura de tres formas distintas: influenciando las características y el contenido de frecuencias del terremoto en el "free field", modificándolas según el tipo y forma de la cimentación, y alterando el periodo fundamental y el amortiguamiento efectivo de la estructura. El primer efecto se incorpora en el diseño usando espectros o coeficientes sísmicos con formas distintas para diferentes suelos (en particular roca, suelos promedios y depósitos profundos de suelo blando). El segundo lleva a la consideración de efectos torsionales mediante excentricidades accidentales, pero debería resultar también en una disminución de las aceleraciones horizontales para edificios con losas de cimentación rígidas y de grandes dimensiones o para cimentaciones profundas. El tercero puede tomarse en cuenta calculando el periodo y amortiguamiento efectivo de la estructura incluyendo la flexibilidad de la cimentación.

Es particularmente importante al tomar en cuenta los efectos del suelo hacerlo de forma consistente. El tomar en cuenta sólo ciertos efectos, ignorando otros, puede llevar a requerimientos

sumamente conservativos, o a diseños sin un coeficiente de seguridad adecuado, según el caso. Es frecuente que estos efectos tiendan a compensarse, razón por la que su existencia no ha sido siempre evidente y ha sido incluso negada durante años.

## REFERENCIAS

1. Roesset, J.M. y Whitman, R.V., "Theoretical Background for Amplification Studies." Research Report R69-15. M.I.T. Marzo, 1969.
2. Seed, H.B. e Idriss, I.M., "The Influence of Soil Conditions on Ground Motions During Earthquakes." Journal Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, Vol. 95, no. SM1, Enero, 1969.
3. Applied Technology Council, "Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings," 1978.
4. Jakub, M., "Nonlinear Stiffness of Foundations." Research Report R77-35, M.I.T., Septiembre, 1977.
5. Newmark, N.M., "Torsion in Symmetrical Buildings." Proc IV World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 1969.
6. Yamahara, H., "Ground Motion during Earthquakes and the Input Loss of Earthquake Power to an Excitation of Buildings." Pro. of the U.S.-Japan Seminar on Earthquake Engineering with Emphasis on the Safety of School Buildings, Septiembre, 1970.
7. Wong, H.L. y Luco, J.E., "Dynamic Response of Rectangular Foundations to Obliquely Incident Seismic Waves." Int. Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1978.
8. Dominguez, J., "Response of Embedded Foundations to Travelling Waves." Research Report R78-24, M.I.T., Agosto, 1978.
9. Unemori, A.L., "Generalized Dynamic Behavior of Crosswall Building Systems." Ph.D. Thesis. Civil Engineering Department, M.I.T., 1978.
10. Elsabee, F. y Morray, J.P., "Dynamic Behavior of Embedded Foundations." M.I.T. Research Report R77-33., Septiembre, 1977.
11. Blaney, G.W., Kausel, E., y Roesset, J.M., "Dynamic Stiffness of Piles." 2nd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, V.P.I., 1976.
12. Biggs, J.M., "Introduction to Structural Dynamics." McGraw-Hill, 1964.
13. Veletsos, A.S. y Wei, Y.T., "Lateral and Rocking Vibrations of Footings." Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division ASCE, Vol. 97, Septiembre, 1971.

14. Kausel, E., "Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media." M.I.T. Report R74-11, Enero, 1974.
15. Novak, M., "Vibrations of Embedded Footings and Structures." Preprint 2029 ASCE. National Structural Engineering Meeting, San Francisco, Abril, 1973.
16. Vardanega, C., "Soil Structure Interaction Effects on the Dynamic Response of Shear Wall Buildings." M.S. Thesis, C.E. Dept., M.I.T., Junio, 1978.
17. Dominguez, J., "Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations." M.I.T. Report R78-20, Agosto, 1978.
18. Poulos, H.G., "Behavior of Laterally Loaded Piles - II - Pile Groups." Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 97, 1971.

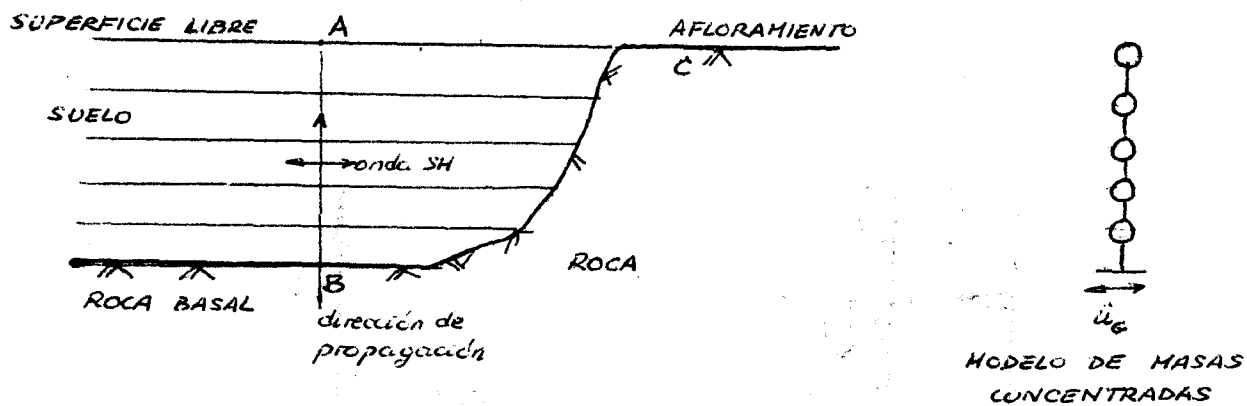


FIGURA 1 - MODELO UNIDIMENSIONAL PARA AMPLIFICACION

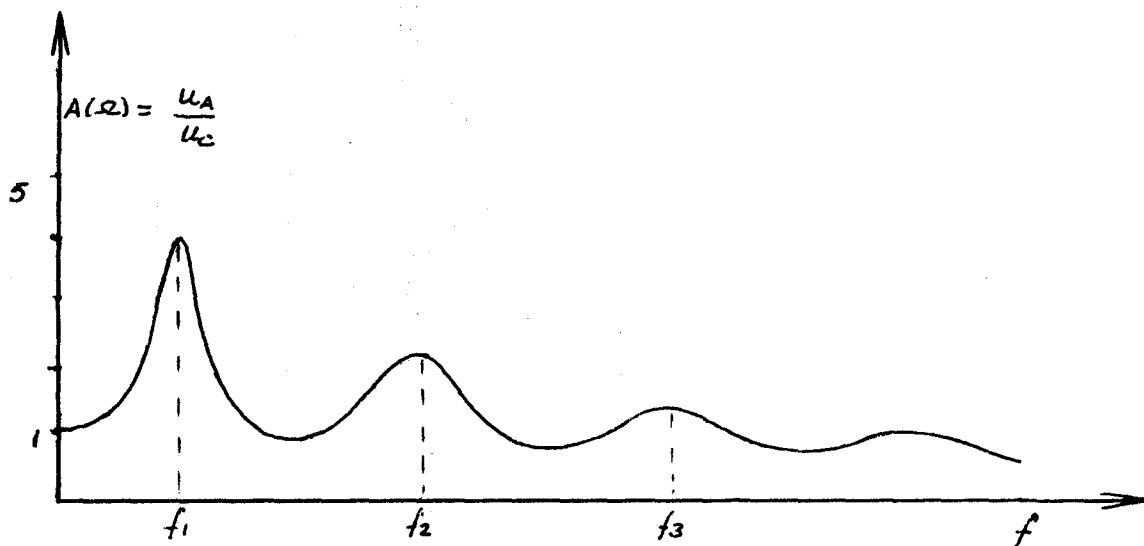


FIGURA 2 - CURVA TIPICA DE AMPLIFICACION

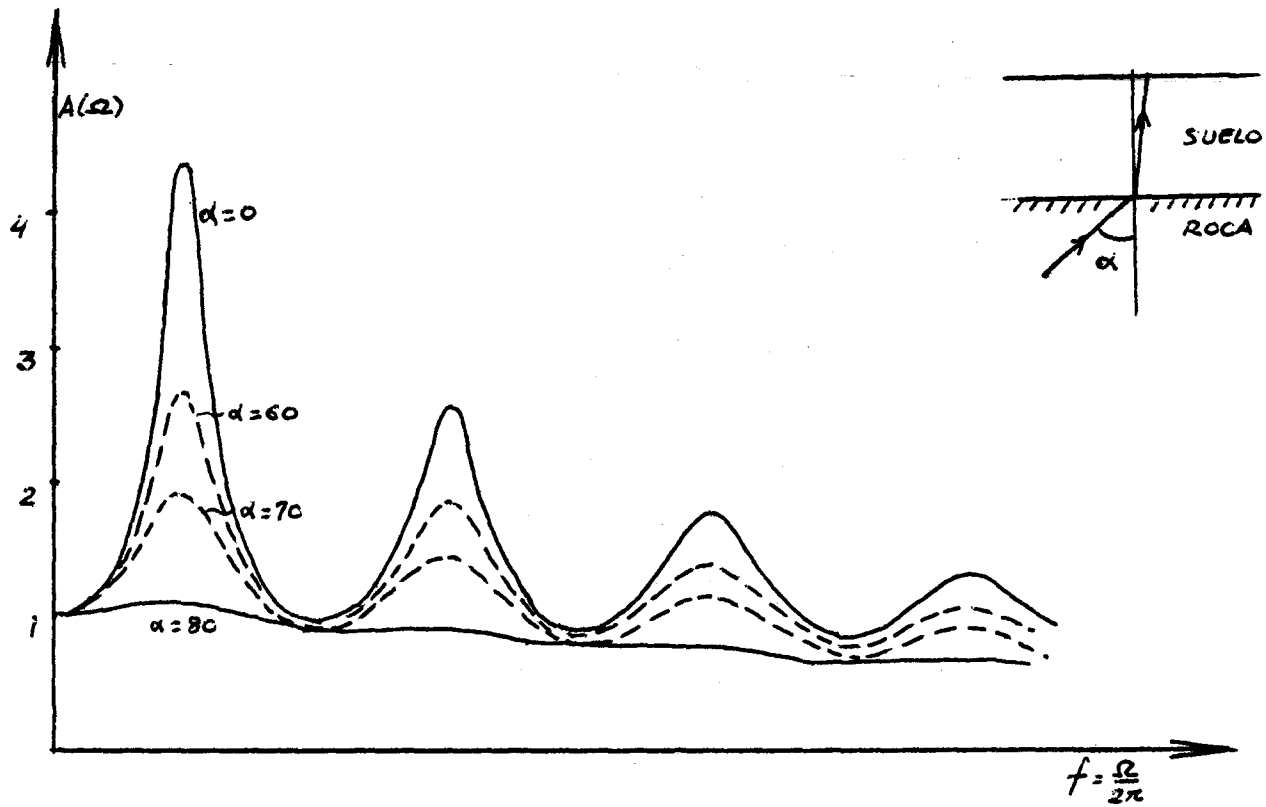


FIGURA 3 - EFECTO DEL ANGULO DE INCIDENCIA EN LA ROCA



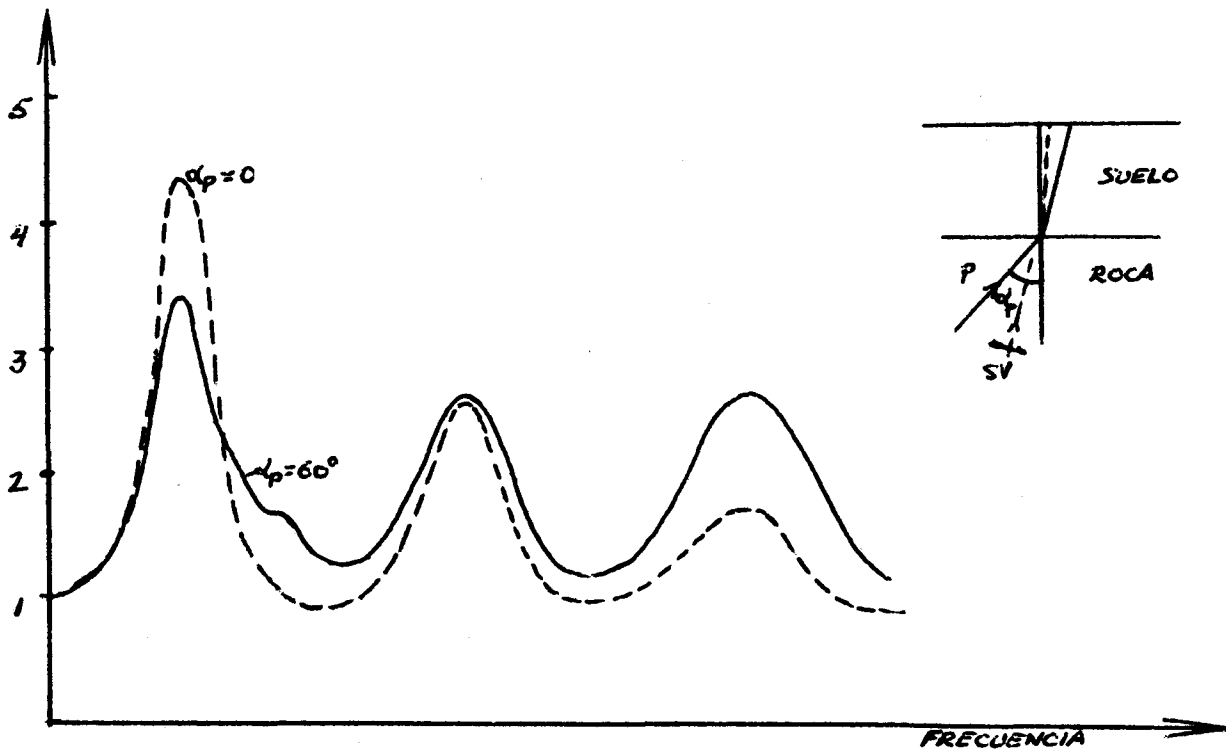


FIGURA 4 - AMPLIFICACION DE ONDAS SV y P

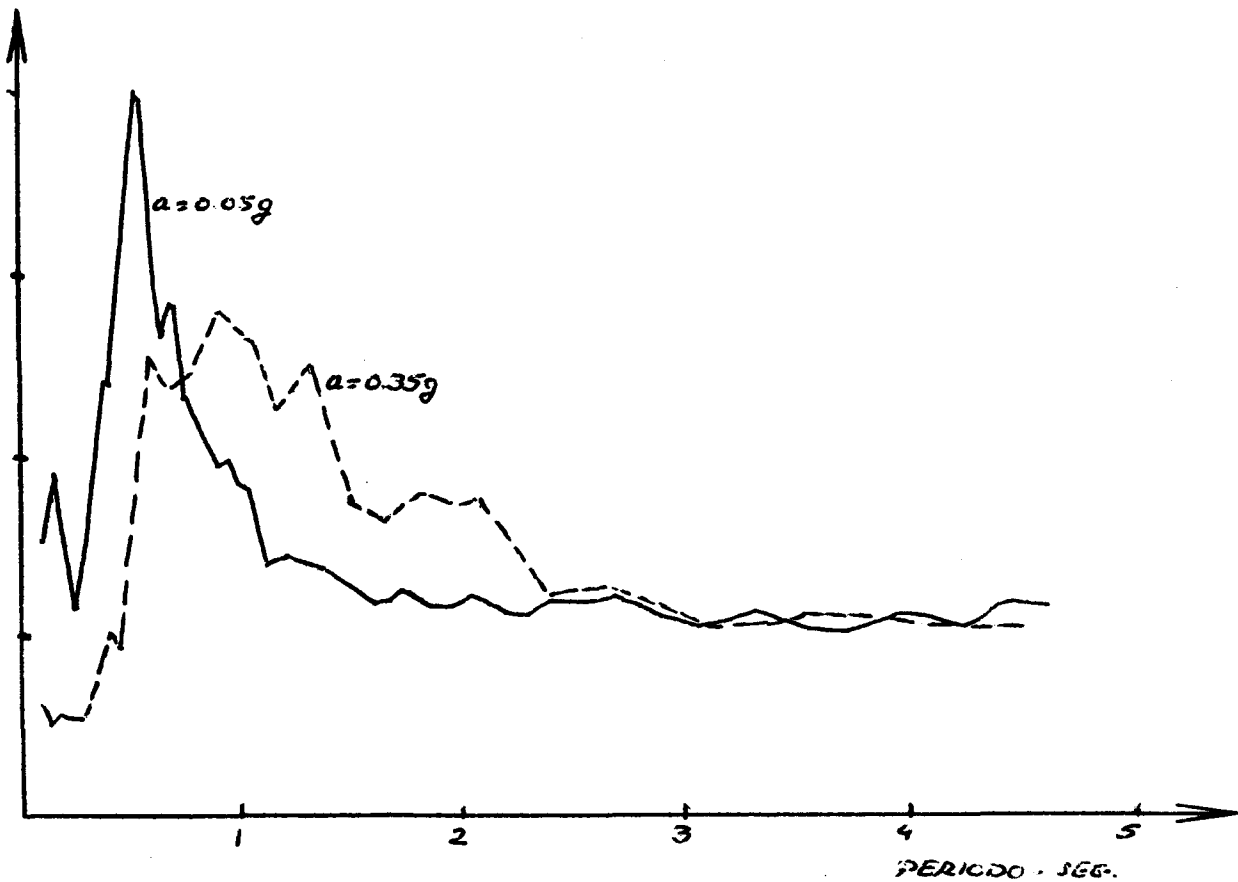


FIGURA 5 - RELACION ENTRE ESPECTROS DE RESPUESTA SUELO Y ROCA BASAL

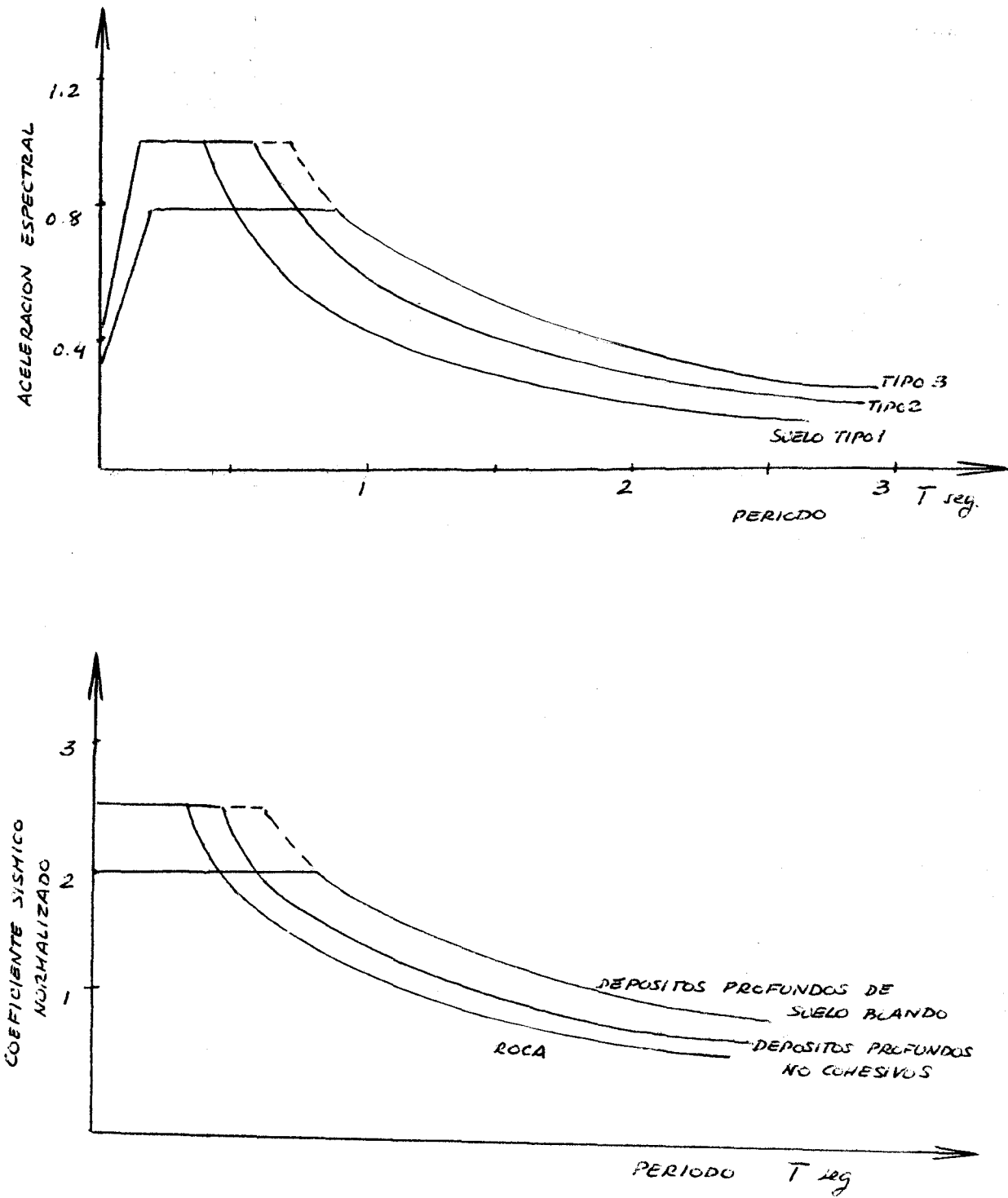


FIGURA 6 - ESPECTROS DE RESPUESTA Y COEFICIENTES SISMICOS TÍPICOS  
 ATC - 3

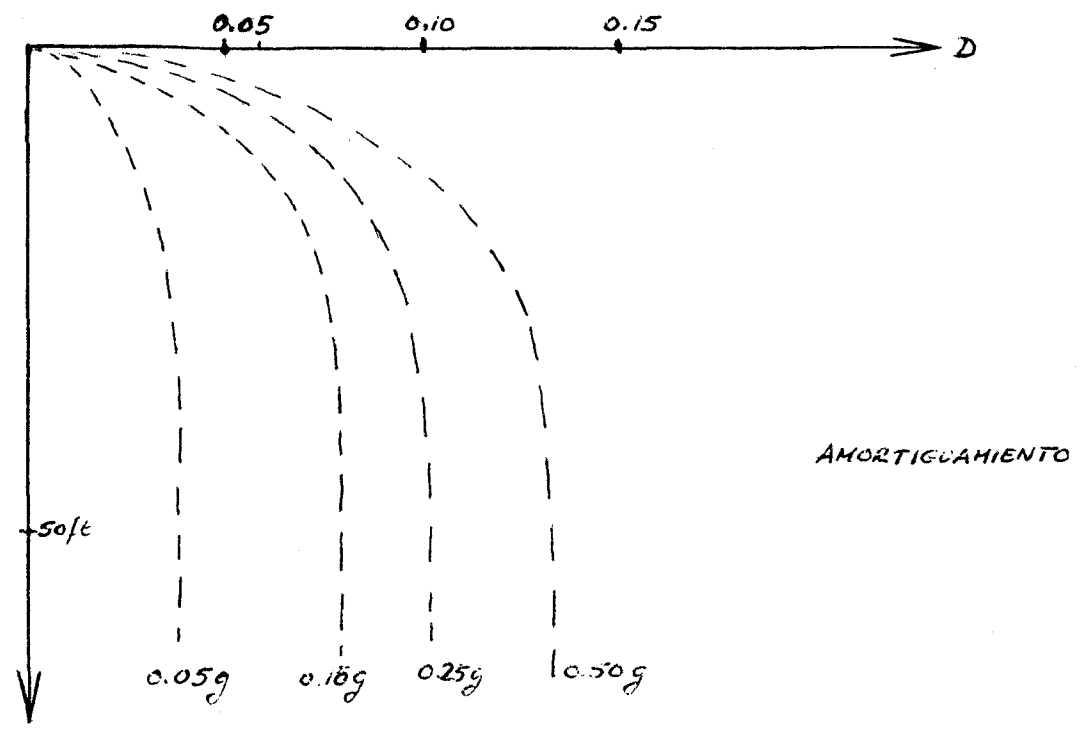
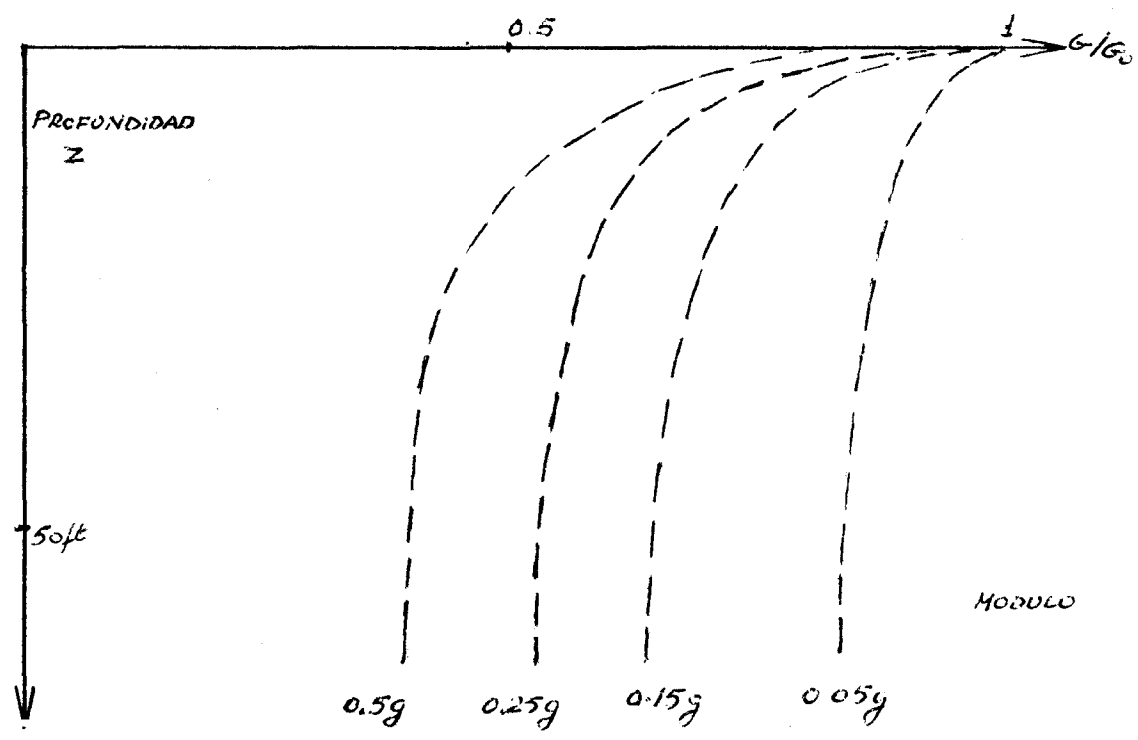


FIGURA 7 - VARIACION DEL MODULO Y AMORTIGUAMIENTO CON PROFUNDIDAD PARA SUELO DE TIPO MEDIO

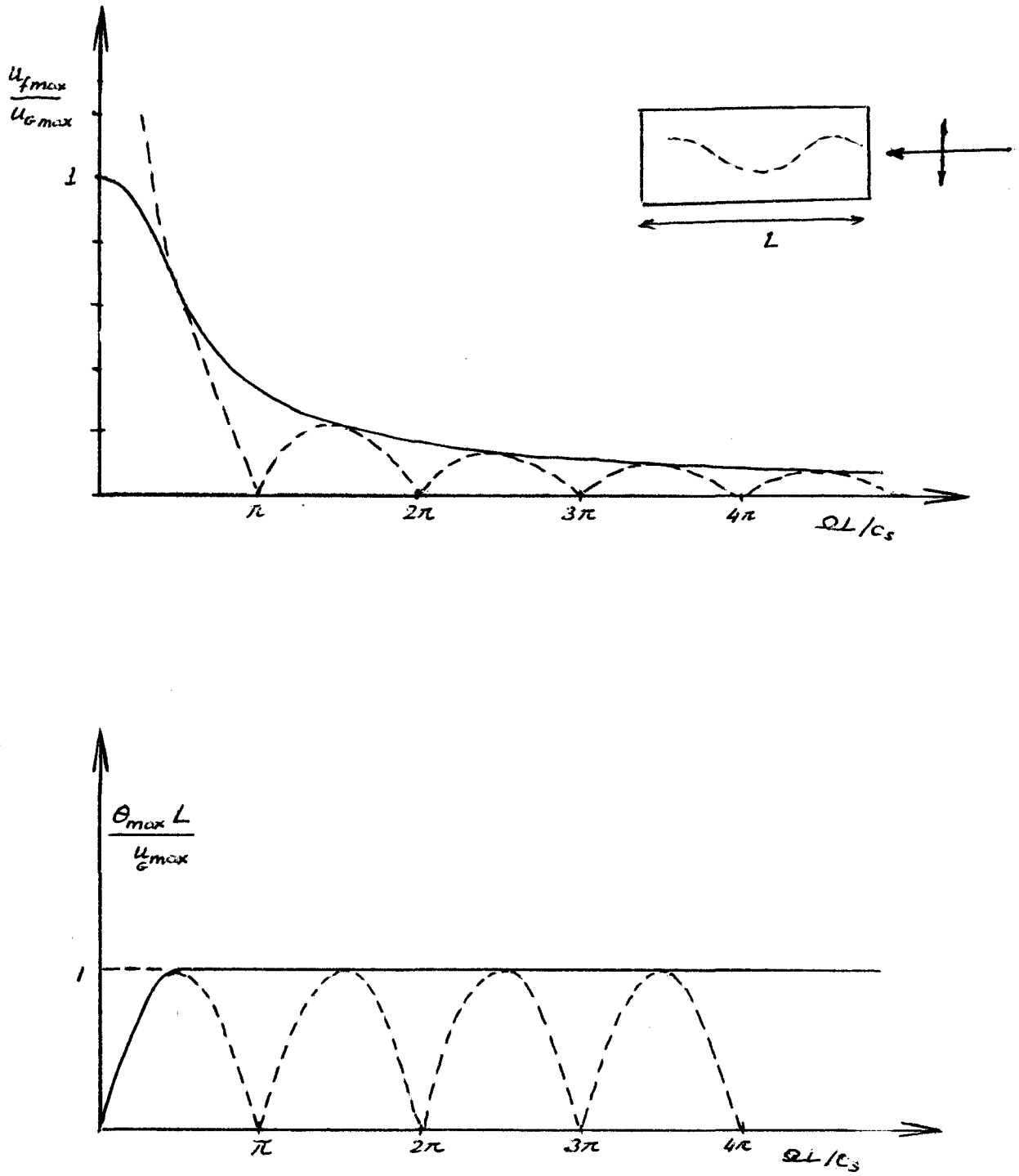


FIGURA 8 - FILTRADO DE TRANSLACION. Y COMPONENTE TORSIONAL - SOLUCION APROXIMADA

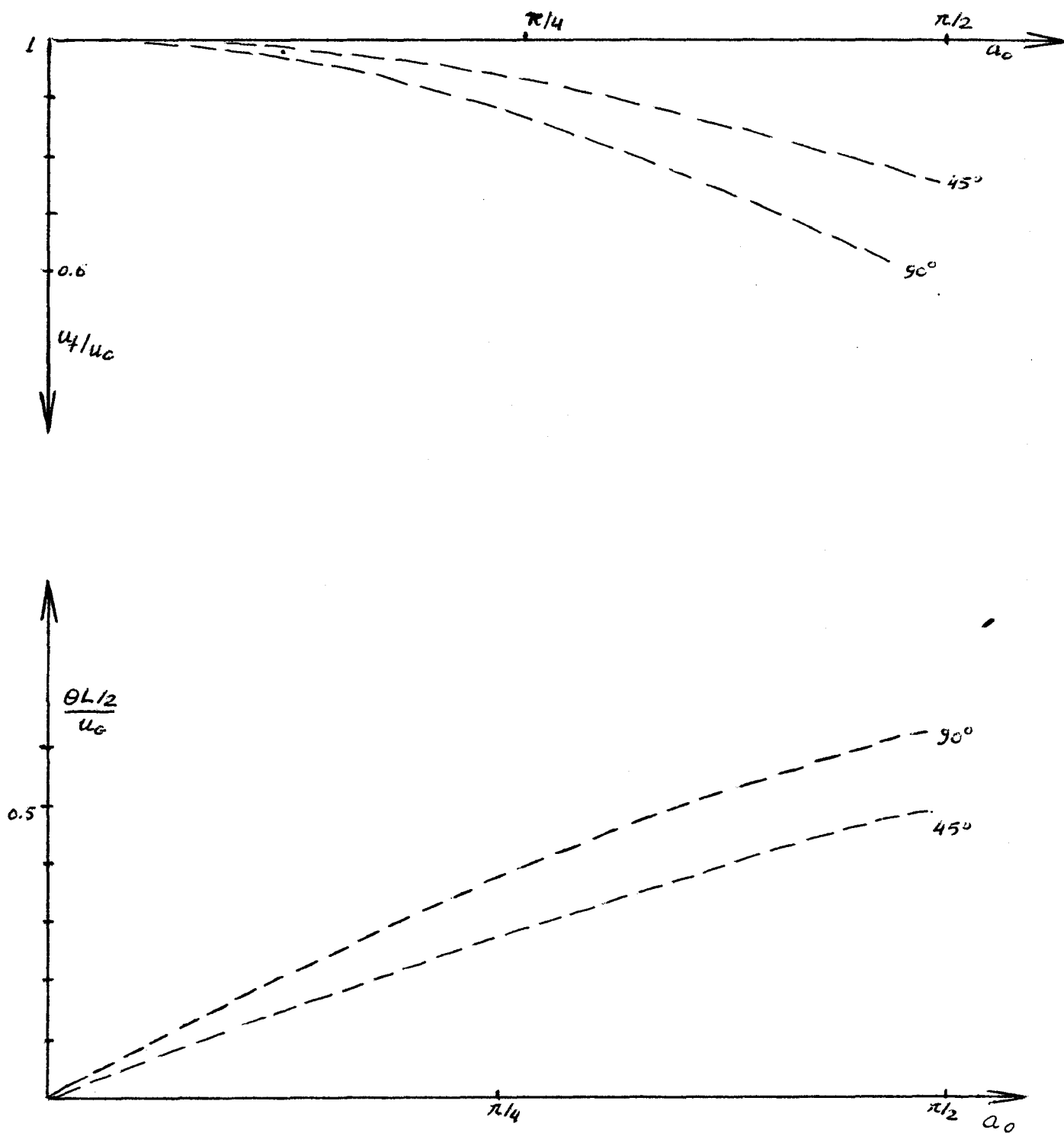
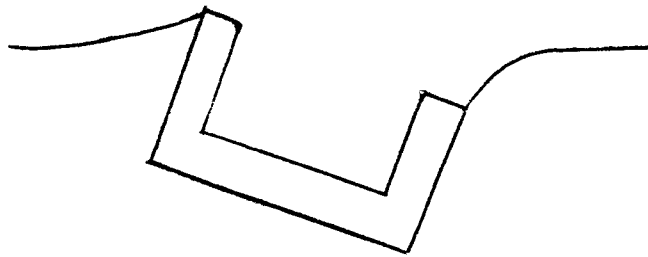
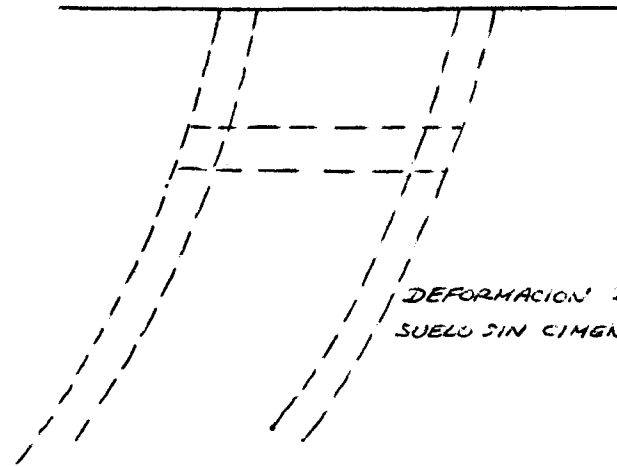


FIGURA 9 - TRANSLACION Y TORSION EN FUNCION DEL ANGULO DE LAS ONDAS



ROTACION  
DE LA  
CIMENTACIÓN



DEFORMACION DEL  
SUELO SIN CIMENTACION

FIGURA 10 - DEFORMACION DEL SUELO Y DE UNA FUNDACION ENTERRADA

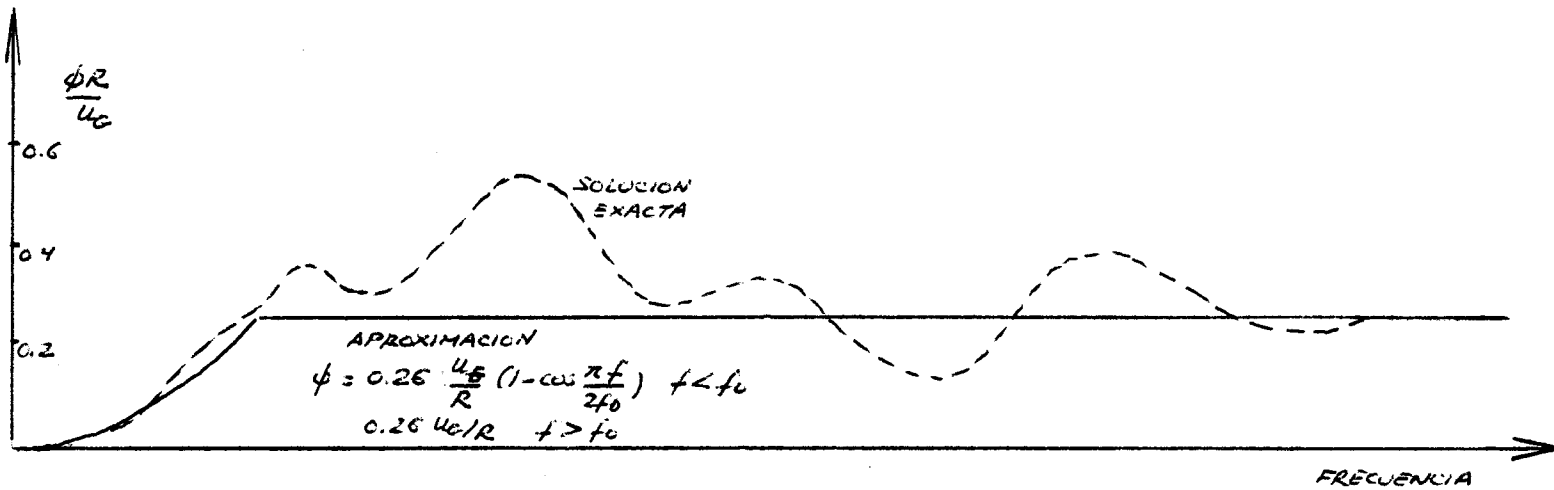
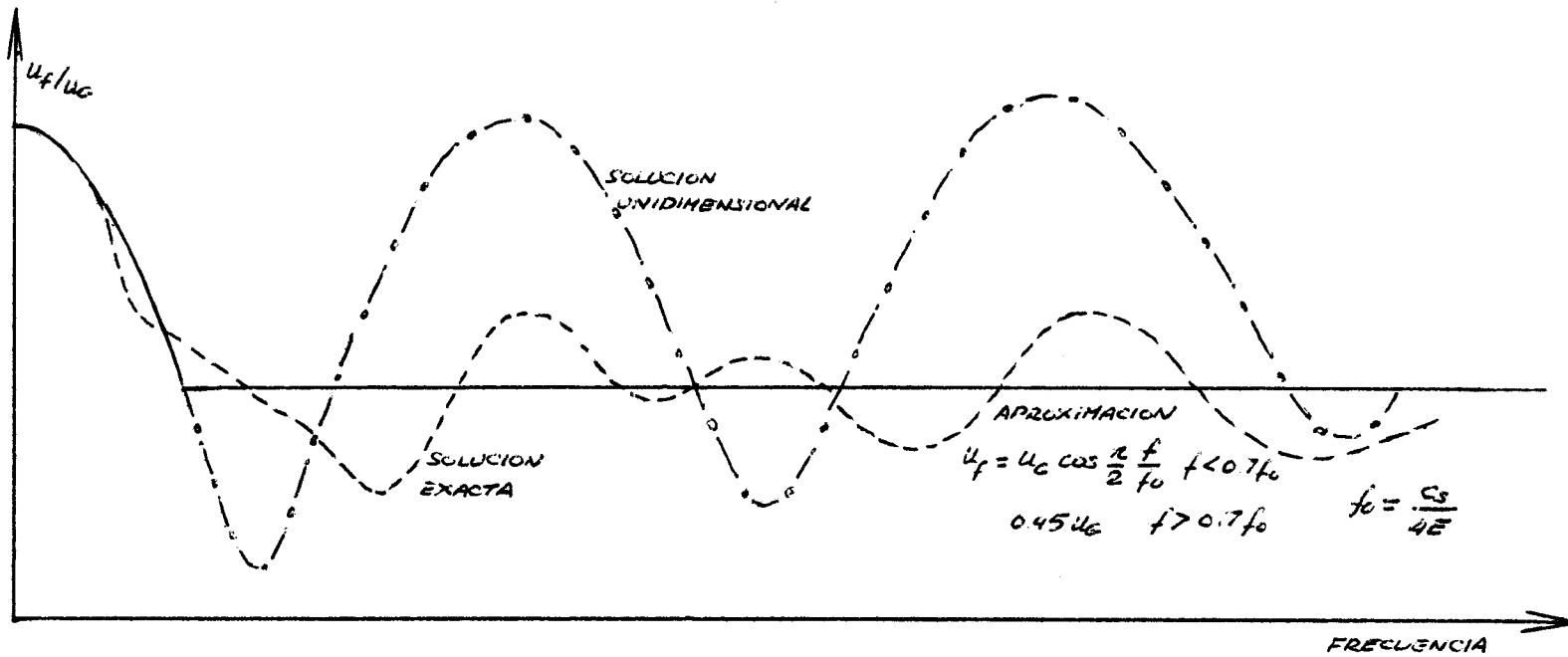


FIGURA 11 - TRANSLACION Y ROTACION DE UNA FUNDACION ENTERRADA

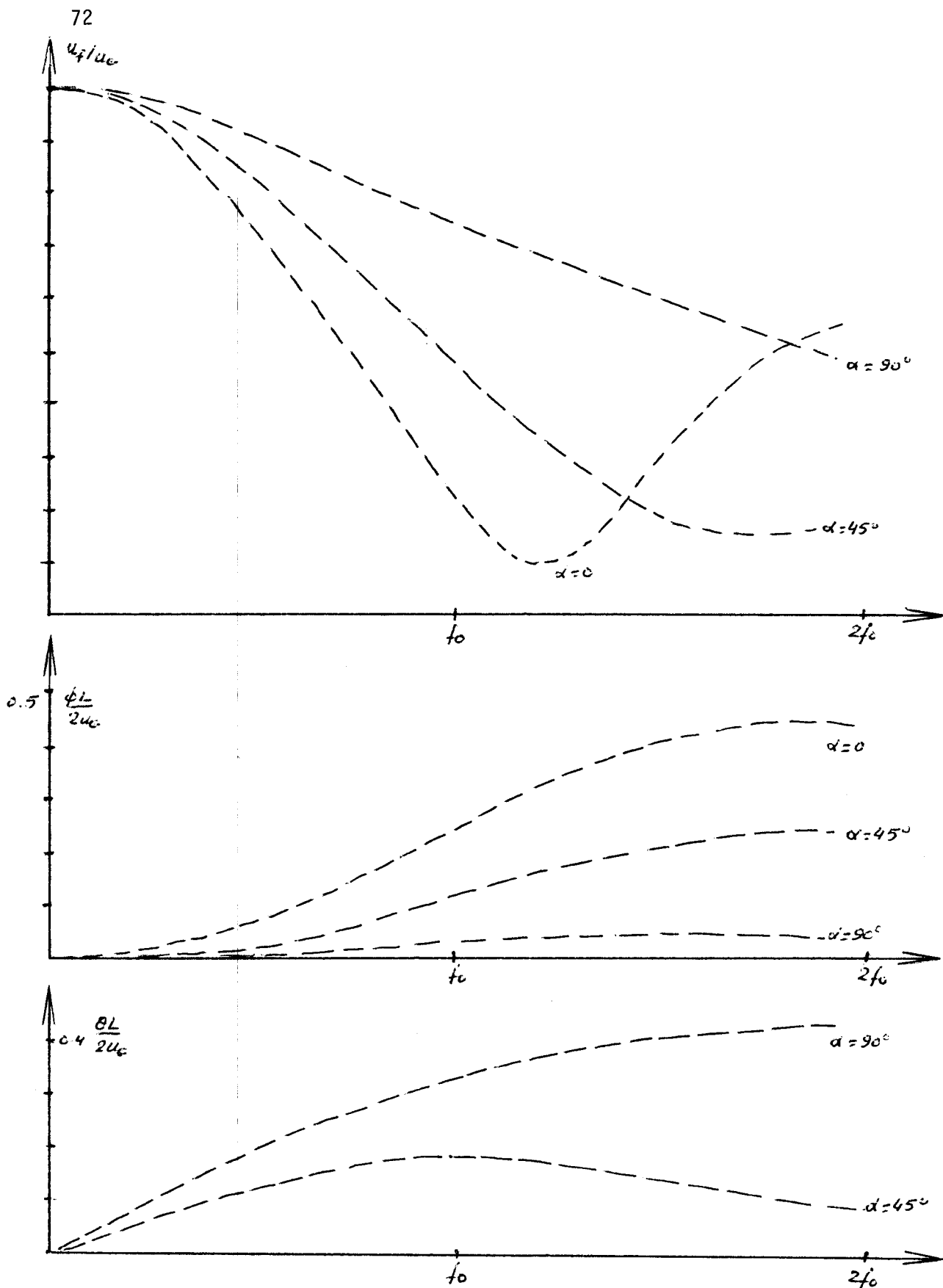


FIGURA 12 - TRANSLACION, ROTACION Y TORSION DE UNA FUNDACION ENTERRADA



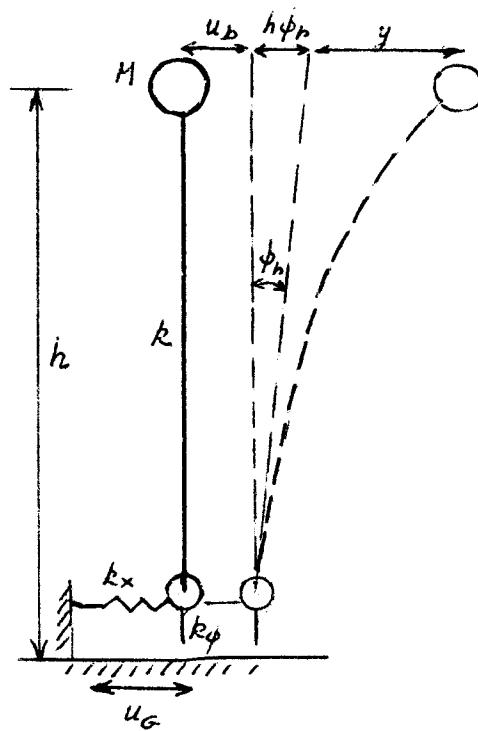


FIGURA 13 - MODELO SIMPLIFICADO PARA ESTUDIO DE INTERACCION

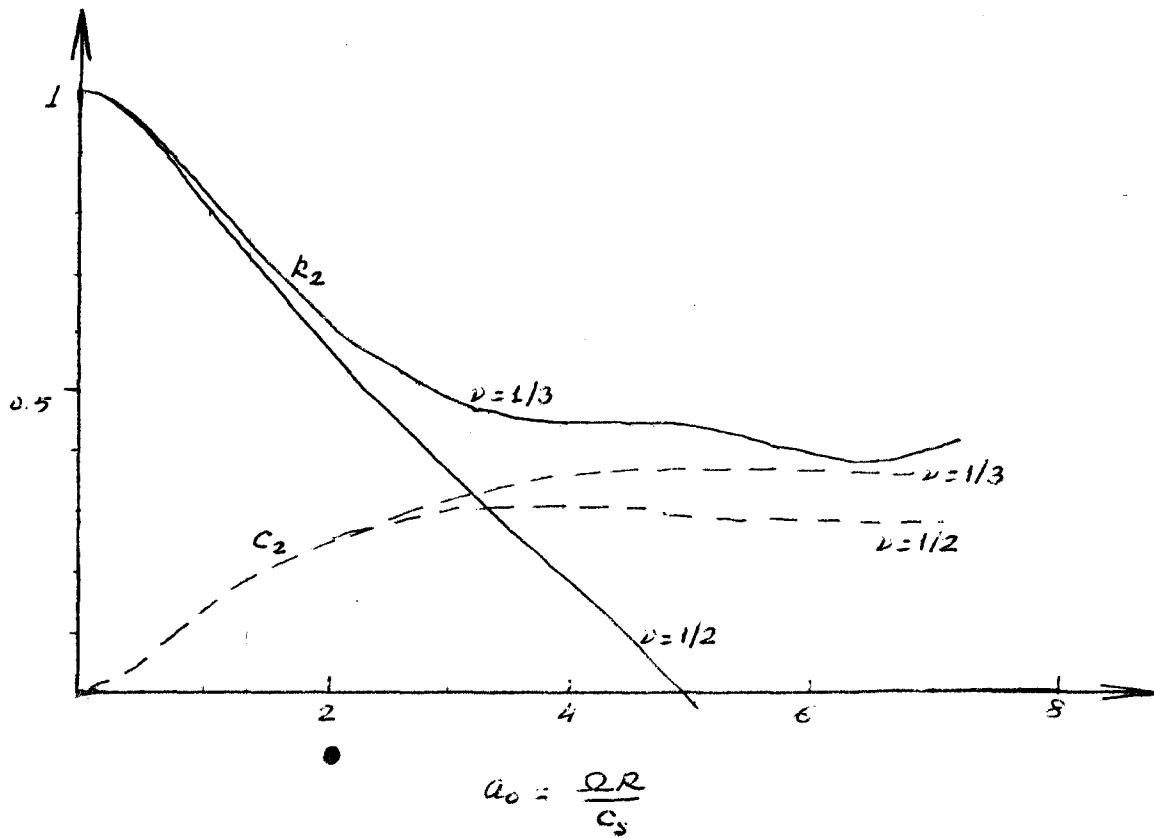
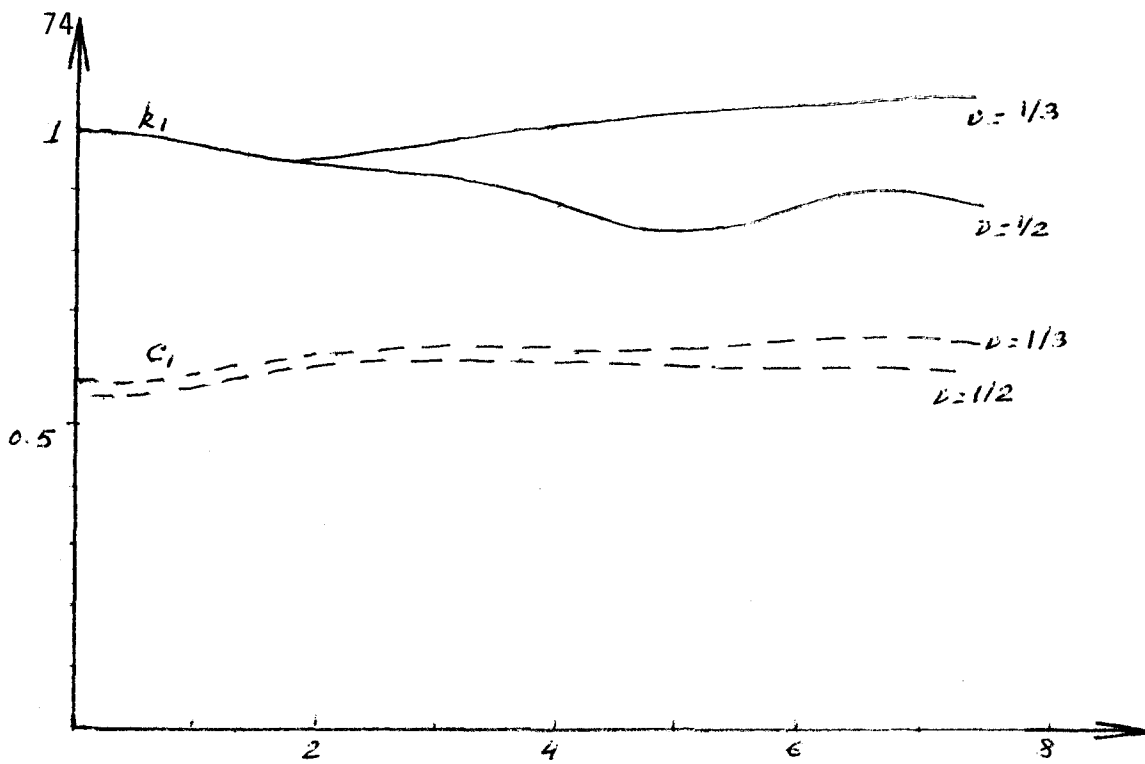


FIGURA 14 - COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINAMICOS - SEMIESPACIO ELASTICO (SEGUN VELETSOS)

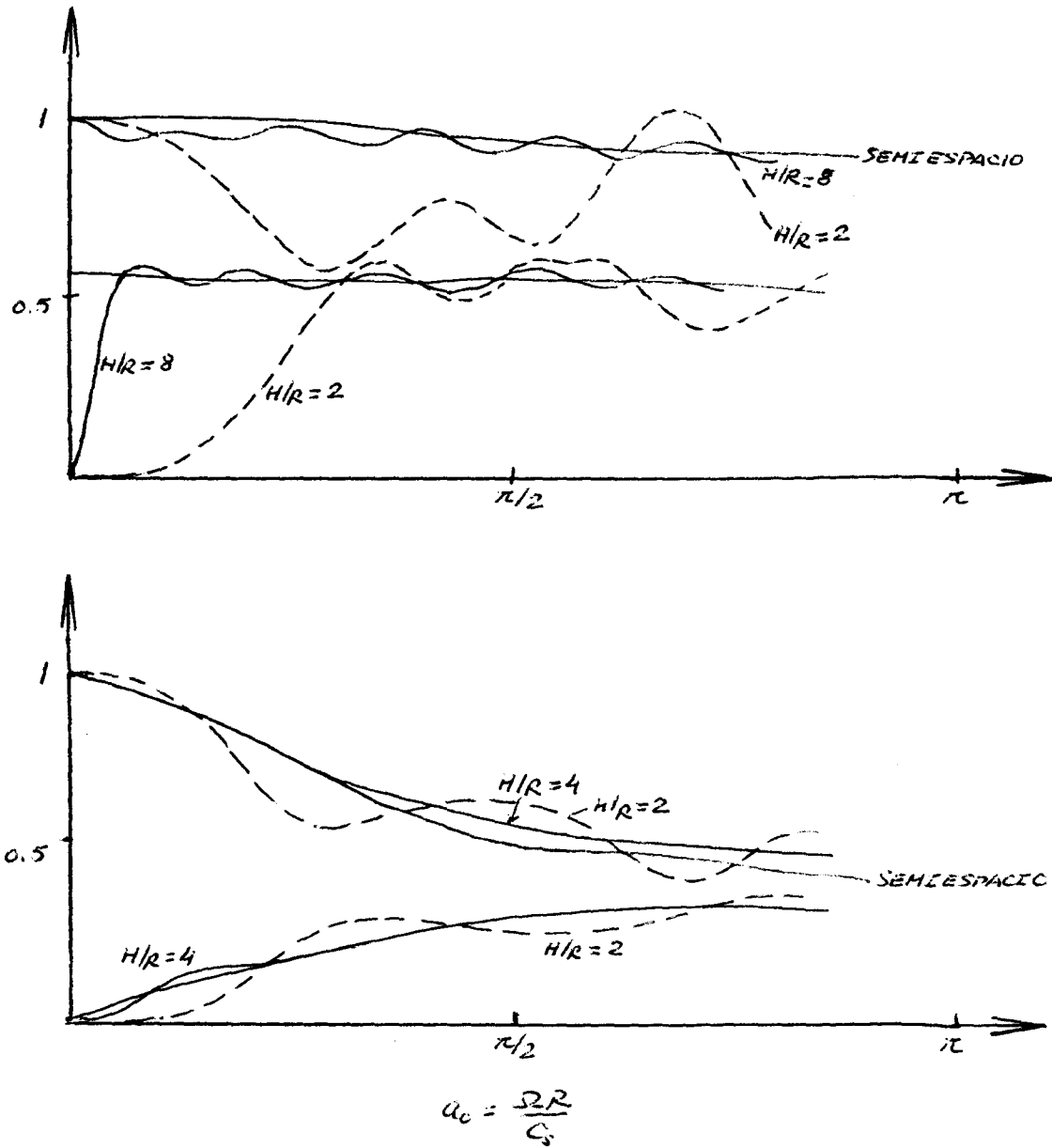


FIGURA 15 - COEFICIENTES DE RIGIDEZ DINAMICOS - ESTRATO DE SUELO SOBRE ROCA