

Comparación de resultados de un método para el análisis sísmico de presas de tierra, con los de ensayos dinámicos en modelos físicos

B. Martínez, J. Villarreal, J. Bielak

ABSTRACT

A method to analyze the dynamic three-dimensional behavior of earth structures idealized as a viscoelastic medium resting on a rigid foundation has been developed. The proposed method can be applied to the analysis of dams of any length/height ratio; however, it is especially useful when this ratio is less than 3, i.e. for dams located in narrow canyons.

In order to examine the validity of the proposed method, this procedure was used to calculate the natural frequencies of three-dimensional physical models of earth dams, which were tested dynamically. Twelve homogeneous models were studied in sets of three, with different geometric and mechanical properties. Two groups of models were made of cohesive materials of low shear modulus (gelatine material, silicone); the other two groups were made of granular materials (brittle material, sand).

After comparing the theoretical and experimental results a reasonable agreement was obtained in practically all models. The results of this calibration show the necessity of improving the scope of the proposed method, as well as an intensification of experimental studies on small-scale earth dam models.

RESUMEN

Se ha desarrollado un método que permite efectuar un análisis tridimensional del comportamiento

dinámico de estructuras térreas idealizadas como un medio elástico viscoso apoyado sobre una base infinitamente rígida. El método propuesto se puede aplicar al análisis de presas de cualquier relación longitud/altura; sin embargo, es particularmente útil cuando esta relación es menor que 3, como es el caso de presas localizadas en cañones angostos.

A fin de examinar la validez del método propuesto se utilizó este procedimiento para calcular las frecuencias naturales de modelos físicos tridimensionales de presas de tierra, ensayados dinámicamente. Se estudiaron doce modelos homogéneos en grupos de tres, con distintas propiedades geométricas y mecánicas. Dos grupos de modelos fueron hechos con materiales cohesivos de baja rigidez (material gelatinoso, silicón); los dos restantes se construyeron con materiales granulares (material deleznable, arena).

Al comparar los resultados teóricos con los experimentales se obtuvo una concordancia razonable en casi todos los modelos. Los resultados de esta calibración ponen de manifiesto la necesidad de ampliar el alcance del método propuesto y de intensificar los estudios experimentales en modelos de presas de tierra a escala reducida.

1. INTRODUCCION

En general, la respuesta sísmica de presas de tierra y enrocamiento es un problema muy complejo debido a la forma y dimensiones de la cortina, a la naturaleza no lineal de los materiales que la constituyen y al tipo de excitación que actúa sobre

ellas. También influyen las propiedades del terreno sobre el que se desplanta la presa, la acción del agua almacenada, las características de las ondas sísmicas que inciden en las fronteras de la estructura, y la forma como dichas ondas se propagan a través del terreno y en la propia estructura.

En México este problema tiene gran importancia debido a que un buen número de presas de tierra se localiza en las zonas de mayor actividad sísmica del país, por lo cual están expuestas a este tipo de solicitaciones.

A fin de reducir el peligro de falla en este tipo de estructuras cuando quedan sometidas a la acción de los temblores, es necesario desarrollar métodos de análisis y diseño que contribuyan a mejorar la seguridad y la economía de las presas del tipo mencionado.

Para el diseño y proyecto de presas de tierra y enrocamiento, o revisión de presas ya construidas, es común utilizar modelos teóricos simplificados que no toman en cuenta los efectos citados, especialmente el relacionado con el comportamiento tridimensional de la cortina (Martínez y Bielak, 1980-a). Este fenómeno es muy importante cuando la longitud de la presa es menor que dos veces la altura de la estructura, como sucede en las presas localizadas en cañones angostos (Hatanaka, 1955). En estos casos, los métodos de diseño que admiten la hipótesis de un estado de deformación plana pueden conducir a resultados inaceptables.

Debido a lo anterior es necesario contar con procedimientos analíticos que tomen en cuenta el comportamiento tridimensional de presas localizadas en boquillas angostas.

En el Instituto de Ingeniería, UNAM, se ha desarrollado recientemente un método para el análisis sísmico tridimensional de presas de tierra y enrocamiento (Martínez y Bielak, 1980-a y b). El procedimiento es aplicable a cortinas constituidas por un material isotrópico y linealmente elástico, apoyadas sobre una base infinitamente rígida. La sección transversal de la presa es un triángulo simétrico, mientras que la forma de la sección longitudinal tiene como casos límite un rectángulo o un triángulo simétrico. No se ha considerado el efecto del agua almacenada.

El método presenta algunas ventajas sobre otros procedimientos analíticos, desde el punto de vista de tiempo de ejecución y capacidad de memoria de la computadora. Mediante este procedimiento se pueden determinar las frecuencias naturales y formas modales tridimensionales de presas con las características indicadas, así como los estados de esfuerzo generados por un temblor (Martínez y Bielak, 1980-b).

Los resultados obtenidos con este método han sido alentadores. Su utilidad puede aumentar si se modifica el modelo matemático empleado para representar el comportamiento sísmico del tipo de presas mencionado. Sin embargo, antes de continuar con más estudios analíticos es necesario comparar los resultados que se obtienen con dicho método, en su estado actual de desarrollo, con los que se han obtenido mediante ensayos experimentales.

Para los fines de este trabajo, se denominará mé-
todo propuesto al desarrollado por los dos auto-
res citados.

Por otra parte, los ensayos dinámicos en modelos
físicos de cortinas a escala reducida pueden ser-
vir como herramientas auxiliares cuantitativas en
el diseño sísmico de presas de tierra y enroca-
miento (Díaz-Rodríguez et al., 1971). Además,
permiten examinar la validez de las técnicas desa-
rolladas hasta ahora, como el método propuesto.

A pesar de la importancia que tiene el problema
de la respuesta sísmica de presas de tierra, y de
la utilidad de los ensayos del tipo mencionado,
los resultados experimentales en modelos de pre-
sas son muy escasos.

Sin embargo, con la información actualmente dispo-
nible se han efectuado en este trabajo algunas
comparaciones entre los resultados obtenidos expe-
rimentalmente y los del método propuesto.

2. OBJETIVO Y ALCANCE

El objetivo de esta investigación es comparar los
resultados de ensayos dinámicos en modelos físi-
cos de presas de tierra, con los que se obtienen
al aplicar a dichos modelos el método de análisis
propuesto. Este último utiliza elementos finitos
bidimensionales para discretizar la sección trans-
versal de la cortina, mientras que la aproxima-
ción en la tercera dimensión se consigue mediante
una serie de Fourier (Martínez y Bielak, 1980 a
y b).

Los resultados experimentales obtenidos hasta
ahora tan permitido determinar las frecuencias
naturales amortiguadas y las formas modales

asociadas a los primeros modos de vibración (Okamo-
to et al., 1967; Martínez, 1971 y Oberti et al.,
1973). En algunos casos se han estudiado además la
pérdida de bordo libre y los asentamientos en mode-
los construidos con materiales granulares (Díaz-Ro-
dríguez, 1971). A partir de las curvas de respues-
ta a la frecuencia también se ha determinado el
amortiguamiento de modelos de presas construidos
con material deleznable (Díaz-Rodríguez et al.,
1975).

La mayoría de los ensayos se han efectuado dentro
de la etapa de comportamiento lineal del material
constitutivo, y sólo en un número reducido de ca-
sos se han llevado los modelos hasta la falla
(Díaz-Rodríguez et al., 1975, y Okamoto et al.,
1977).

Actualmente los resultados de ensayos dinámicos en
este tipo de modelos están limitados por las técni-
cas de experimentación y por los equipos de excita-
ción y registro. Es necesario renovar el interés
por el desarrollo de técnicas experimentales que
permitan validar los métodos analíticos disponibles
y contribuyan a mejorar el estado de conocimiento
sobre la respuesta sísmica de presas. En México ya
se han dado pasos importantes en este sentido (Díaz
Rodríguez y Nieto, 1969, Martínez, 1971, Díaz-Rodrí-
guez et al., 1971 a y b, 1973, 1975).

En Italia, Japón y la URSS también se han efectuado
algunos experimentos en modelos de presas a escala
reducida (Oberti et al., 1973; Okamoto et al., 1967
y 1977; Seleznoyov y Abduraufov, 1980).

A pesar de las contribuciones anteriores, los resul-
tados de experimentos en modelos continúan siendo
limitados.

La información experimental que aquí se emplea

proviene principalmente de los ensayos dinámicos realizados en México.

3. MODELOS FISICOS UTILIZADOS EN LOS ENSAYES DINAMICOS

En este capítulo se describen las principales características de los modelos físicos de presas de tierra utilizadas en los ensayos dinámicos, así como los principales resultados obtenidos.

Solo se han incluido modelos homogéneos apoyados sobre una base rígida, contruidos con materiales elásticos de naturaleza cohesiva o granular, en los cuales se han realizado ensayos de vibración libre o forzada. Se han escogido los modelos cuyas características geométricas cumplen estas dos condiciones: a) la sección transversal de la cortina es un triángulo simétrico; y b) la sección longitudinal (boquilla o cañón) es rectangular, o bien es un trapecio o un triángulo simétrico.

Los modelos físicos que reúnen las condiciones anteriores satisfacen las hipótesis del modelo matemático propuesto, relativas a las propiedades geométricas de la cortina y la naturaleza del material constitutivo. Por tanto, tienen validez las comparaciones efectuadas entre los resultados teóricos y los experimentales, las cuales constituyen el objeto de esta investigación.

3.1 Modelos de material gelatinoso (Martínez, 1971)

El material gelatinoso es una mezcla de grenetina, glicerina y agua, cuyas propiedades físico-químicas dependen de la proporción en que intervienen los componentes citados. Por ejemplo, para un contenido fijo de glicerina del 60 por ciento el módulo de rigidez (G) de la mezcla es una función que aumenta rápidamente con el contenido de

grenetina, mientras que el amortiguamiento del material crece proporcionalmente con dicho contenido. Además, la glicerina es la sustancia que estabiliza las propiedades del material gelatinoso, lo cual hace que las características de la mezcla prácticamente sean independientes de su edad.

Al proporcionar la mezcla con un contenido reducido de grenetina se obtiene un material homogéneo y elástico de baja rigidez, lo que facilita la detección de las deformaciones inducidas experimentalmente en esta clase de material.

Lo anterior hace que el material gelatinoso constituya una sustancia apropiada para construir modelos tridimensionales de estructuras masivas como las presas de tierra y enrocamiento, y para estudiar el comportamiento dinámico de estas estructuras mediante pruebas de vibración forzada.

Se construyeron cuatro modelos de material gelatinoso, los cuales difieren por la forma de su sección longitudinal: rectangular (MG-1), trapecial (MG-2), triangular (MG-3) y circular.

Para construir los modelos se utilizaron moldes de lucita de aproximadamente 1 cm de espesor. En las zonas de contacto entre el modelo y las paredes que formaron la boquilla y la base del molde, la adherencia del material gelatinoso impidió los desplazamientos relativos de dicho material. Los planos que formaron los taludes y la corona estuvieron libres de esfuerzos.

Con estos modelos se trataron de aproximar algunas características geométricas de la cortina de la presa El Infernillo, adoptando una escala de longitudes (λ) igual a 1 400. Todos los modelos

tuvieron una altura de 10 cm y taludes de 1.75:1; el ancho de la base fue de 35.2 cm y el de la corona de 0.7 cm. La longitud de la cresta en los modelos de cañón rectangular y trapecial fue de 26.5 cm, mientras que en los dos restantes fue de 20 cm.

En la fig 1 se presentan las principales características geométricas de tres modelos; el de boquilla circular no se incluyó en el presente estudio.

Al mezclar la grenetina, glicerina y agua en una proporción en peso de 1:3:6, el material gelatinoso utilizado en los modelos resultó con estas propiedades: peso específico (γ) igual a 1.22 ton/m³, módulo de rigidez dinámico (G) igual a 0.768 ton/m² y amortiguamiento (ζ) de 0.06 respecto al crítico. Los valores de G y ζ se obtuvieron a partir de ensayos de vibración libre en especímenes cilíndricos sujetos a torsión.

Como no se determinó experimentalmente la relación de Poisson (ν), en el presente estudio se ha supuesto un valor de ν igual a 0.45 para este material.

Cada uno de los modelos se fijó sobre una placa de aluminio conectada al vástago de un vibrador electromecánico programable, con objeto de someterlo a un estado estacionario de vibraciones armónicas horizontales. La excitación se aplicó en dirección perpendicular al eje de la corona, y a partir de las mediciones de los desplazamientos de la cortina se estudió la variación de la respuesta de cada modelo con la frecuencia de excitación.

Los ensayos dinámicos permitieron determinar las frecuencias naturales amortiguadas y las configuraciones modales tridimensionales correspondientes al modo fundamental transversal y a los modos 1 y 3 de vibración longitudinal.

Con fines comparativos se presentan en la tabla 3 los valores de las frecuencias naturales de los tres modelos. Se observa que la forma de la boquilla influye en la frecuencia fundamental de los modelos: el valor más bajo corresponde al de boquilla rectangular, y el más elevado, al modelo con boquilla triangular; el de sección trapecial constituyó un caso intermedio entre los otros dos modelos.

3.2 Modelos de silicón (Oberti et al., 1973)

Para estudiar el comportamiento dinámico de modelos de presas de tierra y enrocamiento, Oberti y otros autores efectuaron experimentos en mesa vibradora con modelos elásticos de presas con distintas características geométricas y mecánicas.

3.2 Modelos de silicón (Oberti et al., 1973)

Se construyeron tres modelos tridimensionales hechos de un solo material cuyo componente principal fue el silicón, y otros dos modelos de silicón provistos además de un núcleo de material gelatinoso con el cual se representó el corazón impermeable de la presa.

En el presente trabajo solo se han considerado los modelos hechos de un solo material. Uno de los modelos, identificado como MS-1, podía vibrar libremente en dirección transversal y longitudinal al eje de la corona. Las otras dos estructuras podían vibrar en dirección transversal a dicho eje,

En el presente estudio se ha supuesto un valor de ν igual a 0.45 para este material.

estaban restringidos; estos modelos se distinguieron por la forma de su boquilla: rectangular (MS-2) y triangular (MS-3).

Todos los modelos tuvieron una altura de 18 cm, taludes 1:5:1 y se apoyaron sobre una base rígida. En la fig 2 se muestran las principales características geométricas de estos modelos.

El módulo de elasticidad del silicón fue de 100 ton/m². Para este material se ha supuesto un peso volumétrico de 1.20 ton/m³ y una relación de Poisson igual a 0.22.

Durante los ensayos dinámicos cada modelo se sometía a un estado estacionario de vibraciones armónicas de determinada frecuencia, y se medía la respuesta estructural con acelerómetros de tipo piezoeléctrico colocados en el interior del modelo. La excitación se aplicó en la base del modelo, en dirección horizontal y en sentido perpendicular al eje de la corona. La respuesta se registró en la misma dirección que el movimiento de la base. También se registró verticalmente.

En cada experimento se variaba la frecuencia de excitación, con objeto de estudiar la respuesta en el dominio de la frecuencia. De esta manera se detectaron las frecuencias naturales amortiguadas y configuraciones modales, así como la distribución de las fuerzas de inercia para cada uno de los modelos.

Como resultado de estos ensayos se encontró que el comportamiento dinámico de las estructuras en cuestión es bastante complejo, pues además de los efectos debidos a cortante se presentan efectos debidos a flexión y cabeceo (Oberti et al., 1975). Además, en algunos casos la respuesta estructural en dirección horizontal puede ser menor que la componente vertical.

El análisis de los resultados de estas pruebas puso de manifiesto la influencia de la forma de la boquilla sobre las frecuencias naturales de los modelos MS-2 y MS-3., así como la naturaleza tridimensional de este tipo de estructuras. En la tabla 4 se muestran las frecuencias naturales amortiguadas de los tres modelos de silicón.

3.3 Modelos de material deleznable y de arena (Dfaz-Rodríguez et al., 1975)

Los experimentos efectuados en el Laboratorio de Dinámica del Instituto de Ingeniería, UNAM, por un grupo de investigadores encabezado por Dfaz-Rodríguez constituyen una contribución importante a la técnica de ensayos dinámicos en modelos físicos de presas de tierra y enrocamiento.

En el Laboratorio citado se efectuaron distintos ensayos en siete modelos hechos con materiales granulares, cuya forma y dimensiones se presentan en la fig 3. Se construyeron tres modelos con el material deleznable desarrollado en el propio Instituto y otros cuatro modelos con arena gris, subangular, de origen volcánico.

Para los fines del presente estudio se han identificado los modelos de material deleznable así: MD-1 a MD-3, mientras que los de arena se ha denominado MA-1 a MA-3. Con excepción del MD-1, de 100 cm de altura, los demás modelos tuvieron una altura de 50 cm.

En la tabla 1 se presentan las principales características de estos modelos. Se observa que el material deleznable empleado en la construcción de los modelos tuvo un peso volumétrico promedio de aproximadamente 3.7 ton/m³; el de la arena fue de

1.36 ton/m³. El módulo de elasticidad (E) del material deleznable varió entre 820 y 1 110 ton/m², mientras que ν tuvo un valor comprendido entre 0.144 y 0.40.

Para la arena empleada en los modelos MA-1 a MA-3 los límites de E fueron 1 120 y 1 750 ton/m² y los de ν , 0.177 y 0.32. Estos parámetros se obtuvieron a partir de pruebas de prospección sísmica efectuadas en cada uno de estos materiales. Todos los modelos se construyeron con taludes 1.75:1.

El material deleznable es de baja resistencia y de elevado peso volumétrico, y representa satisfactoriamente las relaciones esfuerzo deformación de los enrocamientos (Díaz-Rodríguez y Nieto, 1969; Díaz-Rodríguez et al., 1971-b). Estas características lo hacen particularmente útil en el análisis de la respuesta de modelos de presas de tierra y enrocamiento bajo sollicitaciones dinámicas. En efecto, la fragilidad del material deleznable ha permitido estudiar en el laboratorio distintos fenómenos que pueden ocurrir en casos reales, como la rotura de partículas y variaciones en las propiedades geométricas y mecánicas de la estructura. En los modelos construidos con otros materiales granulares como la arena no se ha observado rotura de partículas en este tipo de ensayos.

Tanto los modelos de material deleznable como los de arena se sometieron a distintos tipos de prueba en el Laboratorio de Dinámica de la UNAM (Díaz-Rodríguez et al., 1975). Se efectuaron ensayos de vibración libre y de vibración armónica estacionaria. El primer tipo de prueba consistió en aplicar un impacto horizontal a la base del modelo, y en registrar la respuesta estructural mediante

varios acelerómetros instalados en el interior del modelo.

Para someter el modelo a un estado de vibración armónica se utilizó un vibrador mecánico de masas excéntricas que suministró distintas condiciones de fuerza-frecuencia en el intervalo comprendido entre 0 y 21.7 Hz.

También se estudió el comportamiento de los modelos ante excitación aleatoria. Estos experimentos se efectuaron aplicando varios impactos al azar a la base de los modelos.

En la tabla 5 se presentan los promedios aritméticos de las frecuencias correspondientes al modo fundamental de los modelos de material deleznable obtenidos mediante pruebas de vibración libre. En esa misma tabla se indican entre paréntesis los resultados de las pruebas de vibración armónica.

En la tabla 6 se muestran las frecuencias asociadas al modo fundamental, de los modelos construidos con arena. Estos valores provienen de ensayos de vibración libre.

4. METODO ANALITICO PROPUESTO

El método propuesto recientemente en el Instituto de Ingeniería, UNAM, por Martínez y Bielak permite determinar la respuesta dinámica tridimensional de una estructura de material térreo sometida a la acción de los temblores.

El método consiste en establecer un conjunto de hipótesis relacionadas con las características geométricas y mecánicas del material que forma la presa,

y en prescribir el estado inicial de la estructura y ciertas condiciones en las fronteras que limitan dicha estructura.

Para la formulación analítica de este problema se supone lo siguiente: a) el material que constituye la estructura es un sólido linealmente elástico e isotrópico, y b) los desplazamientos y las deformaciones del material constitutivo (idealizado como un medio continuo) son pequeños e infinitesimales, respectivamente.

Además, se supone que la cortina es un prisma de eje recto de sección transversal arbitraria cuyas caras extremas son planos verticales o inclinados. El prisma se apoya sobre una base infinitamente rígida en la cual actúa un campo de aceleraciones distribuido uniformemente a lo largo de la base, en dirección perpendicular al eje longitudinal del prisma (fig 4).

De acuerdo con la estructura mostrada en la fig 4, referida al sistema cartesiano x, y, z , la cortina está fija en su base y en sus caras extremas $z = -L/2, z = L/2$, donde L es la longitud de la cortina.

La frontera S_1 está constituida por la base de la estructura y los dos planos verticales que limitan los extremos del prisma (fig 4), donde los desplazamientos relativos son nulos. La frontera S_2 la forman los taludes y la corona, donde las tracciones son nulas. No se incluye el efecto de interacción de la cortina con el agua almacenada. Se supone que en el instante inicial la estructura se encuentra en reposo.

La sección transversal de la cortina asociada al

plano $x-y$ se discretiza por medio de un conjunto de elementos finitos triangulares con nudos de los vértices (fig 5).

La función de desplazamientos de un punto en el interior de cualquier elemento se aproxima mediante el triple producto formado por la matriz de interpolación lineal en el plano $x-y$, el vector de desplazamientos nodales asociado a dicho elemento, y una serie de funciones trigonométricas en dirección del eje z , con la cual se satisfacen las condiciones de frontera en la caras extremas del prisma. Los desplazamientos en dirección del eje z se supone que son nulos.

Una vez discretizada la sección transversal en el plano $x-y$, se obtienen las matrices de rigidez y de masa a partir de un principio variacional, y se plantea el problema de valores característicos.

Al resolver este problema se obtienen las frecuencias naturales y las formas modales de la estructura en cuestión. Con estos resultados y las ordenadas de una función del tiempo que representa la acción del temblor se calculan los desplazamientos en los puntos nodales dentro del intervalo de interés. Esto se consigue aplicando la técnica de superposición modal y el método de la aceleración lineal en cada uno de los instantes que actúa la excitación.

Los desplazamientos nodales totales se determinan superponiendo el efecto de varios términos de la serie armónica, para cada instante.

El método desarrollado permite obtener la historia de esfuerzos en los vértices de los triángulos empleados en la discretización de la sección transversal, así como la historia de esfuerzos principales en dichos vértices (Martínez y Bielak, 1980-a).

Además para ciertos instantes considerados como críticos se puede obtener la distribución de esfuerzos en toda la sección transversal de la cortina. En un trabajo reciente (Martínez y Bielak, 1980-b) se dan más detalles sobre este procedimiento.

Para ejemplificar la utilidad y el alcance del método propuesto se elaboró un programa para computadora digital escrito en FORTRAN IV, denominado RESTRI. La aplicación de este programa a casos de presas homogéneas con distintas propiedades geométricas permitió estudiar la influencia de dichas propiedades sobre la respuesta de este tipo de estructuras. Los resultados del análisis paramétrico se describen con amplitud en un trabajo reciente (Martínez y Bielak, 1980-b).

El programa RESTRI consta esencialmente de dos bloques, el primero de los cuales resuelve el problema de valores característicos. Para ello se requiere un conjunto de datos que incluye los parámetros relacionados con la discretización empleada.

Con el segundo bloque se obtiene la respuesta de la presa ante un temblor determinado, o sea, se determina la historia de desplazamientos o de esfuerzos en el dominio del tiempo. Esto se consigue suministrando al programa un conjunto de datos relativos a los nudos donde interesa conocer la respuesta estructural, así como las características de la excitación.

Debido a que una perturbación sísmica es una función arbitraria del tiempo (contiene ondas de diferentes amplitudes y periodos), es necesario suministrar en forma digital el acelerograma del temblor seleccionado para este tipo de análisis.

En el presente trabajo se ha utilizado el

programa RESTRI para resolver únicamente el problema de valores característicos, en virtud de que la información experimental disponible se relaciona principalmente con los resultados de dicho problema.

La sección transversal de cada modelo físico se ha representado mediante una malla de 36 elementos finitos triangulares con 28 nudos y dos grados de libertad en cada vértice (fig 5). Sin considerar los 7 nudos localizados sobre la base de la sección transversal, en los cuales los desplazamientos relativos son nulos, la discretización adoptada conduce a un sistema de 42 grados de libertad. Los resultados obtenidos con esta idealización indican una aproximación satisfactoria, y tienen ventajas desde el punto de vista de tiempo y capacidad de la computadora (Martínez y Bielak, 1980-b)

Los parámetros que hay que suministrar al programa RESTRI, relacionados con las propiedades de la estructura, son los siguientes: H , B/H , L/H , λ/L , V_s , ρ y ν .

donde:

- H = altura de la estructura
- B/H = relación entre simiancho de la base y la altura de la sección transversal de la cortina. Es sinónimo de talud.
- L/H = relación entre la longitud de la corona y la altura de la cortina.
- λ/L = relación entre la dimensión inferior de la boquilla y la longitud de la corona. Si la boquilla es un rectángulo $\lambda = L$; si es un triángulo $\lambda = 0$.
- V_s = velocidad de propagación de las ondas de cortante en el material constitutivo
- ρ = densidad del material
- ν = relación de Poisson

En la tabla 2 se incluyen los valores de los parámetros anteriores, correspondientes a los modelos físicos considerados en este trabajo.

5. COMPARACION DE RESULTADOS TEORICOS Y EXPERIMENTALES

En este capítulo se comparan las frecuencias naturales tridimensionales obtenidas con el método analítico, con las determinadas mediante ensayos dinámicos en los modelos físicos descritos en el capítulo 3.

Los valores experimentales se obtuvieron a partir de las curvas de respuesta a la frecuencia y la respuesta registrada instrumentalmente en distintos puntos de los modelos. En el caso de los modelos de material gelatinoso se tomaron en cuenta las configuraciones modales registradas fotográficamente (Martínez, 1971).

Para los fines de este trabajo el error relativo (en por ciento) entre la frecuencia calculada (f_{nj}), y la determinada experimentalmente (F_{nj}) se expresa así:

$$e_r = \frac{F_{nj} - f_{nj}}{f_{nj}} \times 100$$

En la ecuación anterior n identifica el modo de vibración transversal, mientras que j significa el modo de vibración longitudinal. En las tablas 3 a 6 se presentan las frecuencias tridimensionales de los modelos físicos considerados en este trabajo.

5.1 Modelos de material gelatinoso

En la tabla 3 se presentan las frecuencias de resonancia (F_{nj}) correspondientes al modo

fundamental transversal ($n = 1$), y a los modos $j = 1, 3$. Con fines comparativos se han incluido las frecuencias naturales (f_{nj}) calculadas para $n = 1, 2$ y $j = 1, 3$.

Se observa que en general las frecuencias experimentales son superiores a las calculadas. En el modelo MG-1, con boquilla rectangular, las frecuencias de resonancia F_{nj} prácticamente coinciden con las frecuencias naturales f_{nj} ($n = 1, j = 1, 3$), con errores que varían entre el 5 y el 0.2 por ciento. En los modelos MG-2 y MG-3, con boquillas trapecial y triangular, respectivamente, las diferencias son significativas; los errores relativos son hasta del 45 por ciento.

Como se mencionó en 3.1, los valores experimentales muestran la influencia de la forma de la boquilla sobre las frecuencias de resonancia. Los valores más bajos corresponden al modelo con boquilla rectangular, y los más altos, al modelo de sección longitudinal triangular. El modelo MG-2 constituye un caso intermedio entre los otros dos. En los valores teóricos también se observa esta influencia (tabla 3).

El fenómeno anterior se manifiesta claramente cuando la relación entre la longitud de la presa y su altura es menor que 3 (Martínez y Bielak, 1980-a y b). En el caso particular de los modelos MG-1 a MG-3, la relación L/H varía entre 2 y 2.65 (tabla 2).

Las diferencias entre los resultados teóricos y los experimentales obtenidos con los modelos MG-2 y MG-3 se pueden atribuir al efecto rigidizante de los planos inclinados que forman las paredes de la

boquilla. Estas diferencias son más acentuadas para la frecuencia asociada al modo fundamental y son menos significativas para el tercer modo longitudinal.

Las configuraciones de vibración longitudinal en la corona de los modelos con boquillas trapecial y triangular se presentan en las figuras 6 y 7, respectivamente (Martínez, 1971). Se observa en ambos casos que los desplazamientos transversales del eje de la corona correspondientes al modo fundamental están restringidos en las zonas próximas a los extremos de la corona.

Este fenómeno, que se manifiesta especialmente en el modo fundamental, indica dos posibles efectos de los planos inclinados que constituyen la boquilla: a) una variación de la rigidez del material gelatinoso en dirección del eje z; b) un cierto empotramiento en la zona cercana a la superficie de contacto entre el material constitutivo y la pared del molde, que restringe los desplazamientos y los giros relativos en dicha zona.

En el caso del modelo MG-1, con boquilla rectangular, el efecto anterior es más pequeño.

5.2 Modelos de silicón

La frecuencia de los modelos MS-1 y MS-2 para $j = 1$ y los primeros cuatro modos de vibración transversal, junto con la frecuencia fundamental tridimensional del modelo MS-3 se tomaron del trabajo de Oberti, y aparecen en la tabla 4. Las frecuencias de los modos $j = 1$ y $n = 2, 3$ del modelo MS-3 se obtuvieron de la curva de respuesta a la frecuencia que se presenta en dicho trabajo.

Los resultados experimentales de la tabla 4 provienen de registros de respuesta estructural ante excitación armónica, obtenidos mediante acelerómetros horizontales. Para el modelo MS-2 también se tienen resultados de registros de movimientos verticales (Oberti et al., 1973).

Como se mencionó en el cap 3, los modelos MS-1 y MS-2 tienen las mismas características geométricas, excepto que el primero no está restringido lateralmente (fig 2). Ambos modelos son de sección longitudinal rectangular y tienen una relación L/H igual a 1.67.

Debe tenerse en cuenta que en el modelo analítico se supone que la cortina está restringida lateralmente por los planos que constituyen la boquilla. Además, los resultados obtenidos recientemente por Martínez y Bielak muestran que cuando la relación L/H vale 10 la influencia de las paredes laterales sobre las frecuencias naturales es despreciable.

Por lo anterior, para calcular las frecuencias naturales del modelo MS-1 fue necesario adoptar un valor de $L/H = 10$. Esto permitió comparar las frecuencias teóricas y experimentales que se incluyen en la tabla 4.

En esta tabla se observa que los valores experimentales del modelo MS-1 son superiores a los teóricos, y que los errores relativos varían entre 1.8 y 13.5 por ciento. Para el modo fundamental se reduce el error relativo, mientras que en los demás modos el error crece con el valor de n .

Se concluye que el modelo matemático predice razonablemente las frecuencias de los modos de vibración transversal de una cortina con las características del modelo MS-1.

Al observar los resultados de la tabla 4, se encuentran diferencias pequeñas entre las frecuencias teóricas y experimentales del modelo MS-2, con excepción de los valores correspondientes al segundo modo de vibración transversal, entre los cuales la diferencia es significativa. En efecto, el error relativo entre las frecuencias del modelo MS-2 varía entre 1.4 y 6.7 por ciento para los modos $n = 1, 3$ y 4 . Para $n = 2$ el error es de 28 por ciento.

Hay que tener presente que los resultados experimentales que se incluyen en la tabla 4 se refieren a la respuesta del modelo captado con acelerómetros horizontales, y que dichos resultados son las abscisas correspondientes a los máximos locales en las curvas de respuesta a la frecuencia.

Como ya se mencionó, existe información instrumental sobre la respuesta del modelo MS-2 en dirección vertical (Oberti et al., 1973). Las frecuencias de resonancia así obtenidas son muy parecidas a las que se indican en la tabla 4, excepto la del modo $n = 2$, que resulta de 76 Hz.

Es muy probable que la frecuencia asociada al segundo modo de vibración transversal más bien se aproxime a 76 Hz que al valor de 89.6 Hz que se ha incluido en la tabla 4. Además, en este modo se presentan componentes verticales de consideración, cuya identificación en los registros puede dificultarse si las observaciones se efectúan con acelerómetros horizontales únicamente.

En el caso del modelo MS-3, con boquilla triangular y relación L/H igual a 1.5, el error relativo entre las frecuencias teórica y experimental para el modo fundamental es de 19 por ciento. En

los modos transversales superiores el error varía entre 3.4 y 8.3 por ciento.

De lo anterior se puede concluir que el método analítico en cuestión permite calcular las frecuencias naturales tridimensionales en forma satisfactoria.

Como en los modelos de material gelatinoso, los resultados obtenidos con los modelos de silicón indican la influencia de las paredes laterales sobre las frecuencias naturales de vibración transversal, especialmente para valores pequeños de L/H. Este efecto se hace más evidente en el modo fundamental transversal del modelo MS-3, con boquilla triangular y relación L/H igual a 1.50.

5.3 Modelos de material deleznable

Los modelos de material deleznable MD-1 a MD-3 son de boquilla trapecial y tienen las características indicadas en el capítulo 3.

Los resultados experimentales que aparecen en la tabla 5 se refieren a la frecuencia fundamental tridimensional observada en cada modelo. Los valores que aparecen en primer término representan el promedio aritmético de las frecuencias determinadas mediante ensayos de vibración libre. Los valores que se obtuvieron de los ensayos de vibración armónica estacionaria se indican entre paréntesis.

Con fines comparativos se presentan en la tabla 5 las frecuencias fundamentales de los tres modelos, calculadas con el método propuesto. Estas frecuencias se obtuvieron considerando el valor más elevado del módulo de rigidez del material deleznable citado por Díaz-Rodríguez y otros investigadores en 1975. Los demás parámetros utilizados en el

cálculo de las frecuencias se incluyen en la tabla 2. Obsérvese que en el modelo MD-1 la relación L/H vale 2.42, mientras que en los otros dos L/H es igual a 2.84.

Las frecuencias experimentales mostradas en la tabla 5 indican que el comportamiento de estos modelos depende principalmente del nivel de esfuerzos desarrollados durante los ensayos dinámicos. En efecto, los valores obtenidos durante las pruebas de vibración libre son un 100 por ciento superiores a las frecuencias determinadas en los ensayos de vibración armónica efectuados en los modelos MD-2 y MD-3. En el caso del modelo MD-1 esta diferencia es de un 18 por ciento.

Para el primer grupo de pruebas los modelos indican un comportamiento lineal, debido a la corta duración de los impactos aplicados a la base de cada modelo, y al reducido nivel de los esfuerzos generados durante los impactos. La estrecha relación entre la rigidez del material constitutivo y la frecuencia fundamental del modelo hace pensar que cuando el nivel de las deformaciones es bajo, el módulo de rigidez del material es elevado, lo que incrementa el valor de dicha frecuencia.

Los resultados de las pruebas de vibración forzada muestran un comportamiento no lineal del material, debido a la magnitud de los esfuerzos generados durante estas pruebas (Dfaz-Rodríguez et al., 1975). En efecto, por las características del vibrador empleado en los ensayos, y por las condiciones de carga utilizadas es muy probable que los esfuerzos inducidos por el vibrador sean superiores a los producidos durante las pruebas de vibración libre. Solo así puede explicarse la notable disminución en el módulo de rigidez del

material deleznable, que en los ensayos dinámicos significó una disminución en la frecuencia fundamental tridimensional.

Al comparar los resultados teóricos y los ensayos de vibración libre mostrados en la tabla 5 se encuentran errores relativos de 49.6 por ciento en el modelo MD-1, y de 31.4 y 21.4 por ciento en los otros dos modelos.

Como ya se indicó, las frecuencias teóricas se obtuvieron introduciendo en el programa para computadora RESTRI el máximo valor del módulo de rigidez, G , que está asociado a un valor del módulo de elasticidad, E , igual a 1110 ton/m² y una relación de Poisson igual a 0.144. Sin embargo, las frecuencias así calculadas son inferiores a las observadas durante los ensayos de vibración libre (tabla 5).

Los valores de G se obtuvieron a partir de pruebas de prospección sísmica efectuadas en el material deleznable, las cuales consistieron en aplicar impactos sobre la superficie del material y en registrar las ondas sísmicas mediante captadores instalados sobre la superficie de dicho material. Por la forma como se efectuaron estos ensayos, es probable que el módulo de rigidez alcance valores aún mayores que los determinados mediante dichas pruebas (Dfaz-Rodríguez et al., 1975).

Lo anterior se debe a que G depende, entre otros factores, de la presión de confinamiento y en consecuencia, de la profundidad. Por tanto, los valores de V_s que se indican en la tabla 2 para los modelos de material deleznable pueden asociarse a las capas más superficiales de dicho material (Dfaz-Rodríguez et al., 1975). En las capas localizadas

a mayor profundidad se pueden esperar valores mayores de V_s , y por lo tanto, de G .

Es probable que la rigidez del material deleznable aumente no solo con la profundidad sino también en dirección del eje de la corona. Esto significa que en las zonas próximas a los extremos de la corona el valor de G es mayor respecto al que tiene en la zona central. En cortinas con relaciones L/H grandes el efecto de las paredes laterales se reduce notablemente (Martínez y Bielak, 1980).

Como ya se estableció anteriormente, al aumentar el valor de G las frecuencias tridimensionales calculadas por el método propuesto también crecen. Por ejemplo, para obtener un valor de la frecuencia igual a 22.4 Hz se necesita fijar un valor de V_s igual a 53.24 m/seg para el material constitutivo del modelo MD-1. En los otros dos modelos puede seguirse un procedimiento análogo.

Se puede concluir que con el método propuesto se obtienen resultados satisfactorios al determinar la frecuencia fundamental de los modelos de material deleznable, y que las diferencias con los valores experimentales se deben principalmente a la influencia del módulo de rigidez de dicho material.

5.4 Modelos de arena

Las frecuencias experimentales que se indican en la tabla 6 se determinaron mediante ensayos de vibración libre en los modelos de arena MA-1 a MA-3; corresponden a los valores promedio de las frecuencias observadas durante varios ensayos en cada modelo. En la misma tabla se presentan las

frecuencias tridimensionales asociadas al modo fundamental, las cuales se calcularon con el método aquí examinado. Esto se consiguió introduciendo en el programa RESTRI los parámetros de los modelos MA-1 a MA-3 que se muestran en la tabla 2.

Al comparar los resultados de la tabla 6 se encuentra que las frecuencias fundamentales teóricas difieren de las experimentales en menos de 9.6 por ciento.

Lo anterior se puede atribuir a lo siguiente:

a) el material constitutivo se comporta elásticamente durante las pruebas de vibración libre, con lo cual se cumple una de la hipótesis fundamentales del método de análisis; b) el módulo de rigidez de la arena no experimenta variaciones significativas al someterse a este tipo de pruebas; c) la influencia de las paredes inclinadas sobre el módulo de rigidez de la arena es despreciable, comparada con la que se observó en los modelos de baja rigidez; y d) las propiedades dinámicas del material constitutivo determinadas mediante prospección sísmica en especímenes prismáticos respresentan aceptablemente el comportamiento estructural de los modelos durante los ensayos de vibración libre.

Los resultados teóricos obtenidos para las modelos de arena confirman la utilidad del método desarrollado.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de examinar los resultados de ensayos dinámicos en algunos modelos físicos de presas de tierra, y compararlos con los del método analítico propuesto se pueden establecer las siguientes conclusiones:

1. La información experimental sobre pruebas dinámicas en modelos tridimensionales de presas de tierra continúa siendo escasa debido principalmente a que el interés por este tipo de pruebas se ha generado durante la etapa de diseño o revisión de algunas presas de gran tamaño. El alcance de estos estudios se ha visto reducido por estos dos factores: a) las características de los modelos quedan sujetas a las restricciones propias del análisis dimensional, y b) las limitaciones inherentes al diseño y operación de los equipos de excitación y registro que se requieren para efectuar este tipo de pruebas.
2. El método analítico utilizado en esta investigación permite estudiar el comportamiento tridimensional de las estructuras térreas dentro del intervalo elástico. Por lo tanto, los resultados obtenidos con este procedimiento se pueden comparar con los de ensayos efectuados en modelos físicos de presas de tierra y enrocamiento, construidos con materiales elásticos.
3. Los resultados teóricos y experimentales muestran la influencia de la forma de la boquilla sobre las frecuencias naturales de los modelos, especialmente para relaciones L/H menores o iguales que 3. En presas con boquilla rectangular es mínimo el efecto rigidizante de los planos que limitan los extremos del modelo, mientras que en las cortinas con boquilla triangular este efecto es más notable.
4. Los ensayos efectuados en los modelos de material gelatinoso permitieron estudiar la respuesta estructural dentro del intervalo de frecuencias comprendido entre 0 y 3 Hz, mientras que en los modelos de silicón el intervalo de frecuencias fue más amplio: 0 a 200 Hz. Esto último contribuyó a detectar un número mayor de modos en las curvas de resonancia de los modelos de silicón.
5. En los modelos de material gelatinoso con ca nes trapecial y triangular existen diferencias hasta de un 45 por ciento entre los valores teóricos y experimentales de la frecuencia fundamental. Estas diferencias se pueden atribuir el efecto rigidizante o de empotramiento de los planos inclinados que forman las boquillas de estos modelos. Para las frecuencias asociadas a los modos $n=1$ y $j=3$ estas diferencias son de un 30 por ciento.
6. En los modelos de silicón las diferencias entre las frecuencias teóricas y experimentales asociadas al modo fundamental alcanzan un 20 por ciento. En los modos superiores estas diferencias son de un 8 por ciento.
7. La semejanza observada entre las frecuencias teóricas y experimentales en los modelos de material gelatinoso y en los de silicón con boquilla rectangular muestran el comportamiento elástico y tridimensional de estos modelos durante las pruebas de vibración armónica estacionaria.
8. Los modelos de material gelatinoso y de silicón con boquillas diferentes de la rectangular también tuvieron comportamiento elástico y tridimensional, a pesar de las diferencias indicadas en los incisos 5 y 6. En estos materiales es más notable la influencia de las paredes

inclinadas debido a su bajo módulo de elasticidad, comparado con el de la arena:

$$E_{\text{gel}} = 2.15, E_{\text{sil}} = 100, E_{\text{arena}} = 1750 \text{ ton/m}^2$$

9. En el caso de los modelos de material deleznable el comportamiento elástico se presentó principalmente durante los ensayos de vibración libre.
- Por la naturaleza frágil de este material, la magnitud de las cargas aplicadas y los valores de la frecuencia fundamental obtenidos durante los ensayos de vibración armónica, se piensa que los modelos de material deleznable tuvieron un comportamiento inelástico durante dichos ensayos.
10. Las frecuencias fundamentales teóricas obtenidas para los modelos de arena prácticamente coinciden con los valores determinados durante las pruebas de vibración libre. Por tanto, en este tipo de ensayos el comportamiento de los modelos de arena fue elástico y tridimensional.
11. Los resultados experimentales obtenidos con los modelos de material gelatinoso y de sílice, fueron comparados por sus respectivos autores, con los de la teoría de la viga de cortante. Los resultados de los modelos de material deleznable y de arena fueron comparados con los del método del elemento finito, suponiendo un estado de deformación plana. Se observó que al aplicar estas técnicas de análisis a los modelos citados, las diferencias encontradas en casi todos ellos fueron superiores a las obtenidas al emplear el

método propuesto. Por lo tanto, puede considerarse que el método analítico propuesto constituye una mejor aproximación al problema, no obstante las diferencias observadas en los modelos de boquillas trapecial y triangular.

12. A pesar de que en este trabajo únicamente se compararon algunas frecuencias naturales se piensa que el método analítico aquí examinado es de utilidad en el análisis de la respuesta sísmica de presas de tierra y enrocamiento. También son de importancia los ensayos dinámicos descritos en este trabajo pues contribuyen a entender un fenómeno muy complejo como es el de la respuesta de esta clase de estructuras.
13. Las limitaciones de los métodos actuales de análisis y diseño de presas de tierra y enrocamiento hacen necesario continuar investigando el problema relacionado con la respuesta sísmica de este tipo de estructuras.

De acuerdo con lo expresado en los párrafos anteriores, se recomienda lo siguiente:

1. Efectuar ensayos dinámicos en modelos físicos tridimensionales de presas construidos con materiales que representen razonablemente el comportamiento real de la cortina durante los temblores. Dentro de estos experimentos deberán realizarse ensayos en mesa vibradora con objeto de estudiar el comportamiento de los modelos bajo distintas condiciones de excitación, incluyendo acelerogramas de temblores reales o simulados.
2. Para el diseño conceptual de los ensayos dinámicos deberán tenerse en cuenta los siguientes

factores: a) observaciones sobre el comportamiento de presas reales durante los temblores; b) resultados de ensayos dinámicos efectuados en prototipos; c) importancia y características de una presa de tierra proyectada o construida en una zona sísmica, cuyas condiciones de topografía y geología locales pongan de manifiesto el problema sísmico de esta clase de estructuras; d) estado de avance de los modelos analíticos; e) técnicas de experimentación desarrolladas y resultados de ensayos análogos; f) propiedades de los materiales constitutivos del modelo; g) calidad y capacidad de los equipos de registro y excitación requeridos; h) técnicas eficientes para procesar e interpretar la información experimental recabada; i) análisis de las relaciones beneficio-costo que resultan de este tipo de ensayos.

3. Continuar desarrollando el modelo analítico que se ha utilizado en este trabajo, a fin de incorporar otras hipótesis que contribuyan a representar en forma más realista el comportamiento sísmico de las presas de tierra y enrocamiento. Por ejemplo: a) efecto de empotramiento observado cerca de los extremos de la corona de modelos físicos con respaldos inclinados, y en prototipos; b) efecto de la forma y propiedades de una cortina con sección transversal asimétrica y corazón impermeable; c) efecto de la interacción de la presa con el terreno de cimentación; d) efecto de la interacción de la presa con el agua almacenada; f) comportamiento no lineal de los materiales constitutivos de la cortina.

4. Comparar los resultados de los modelos

analíticos disponibles o de alguno que esté en proceso de desarrollo, con los ensayos en modelos físicos, en los cuales se incorpore alguno de los fenómenos mencionados en el párrafo anterior. Por ejemplo, los resultados de una investigación teórica recientemente iniciada en el Instituto de Ingeniería, que incorpora el efecto de la rigidez del terreno de cimentación en las frecuencias y modos de vibración, podrían compararse en los de ensayos en mesa vibradora con modelos apoyados sobre una cimentación elástica. Para ello será necesario utilizar las instalaciones del Laboratorio de Dinámica del propio Instituto y tomar en cuenta, además de los factores mencionados en la recomendación 2, los que se relacionan con el funcionamiento del equipo de excitación y de registro con que cuenta dicho Laboratorio.

7. RECONOCIMIENTO

La revisión crítica del manuscrito estuvo a cargo de los investigadores Mario Chávez y Octavio Rascón, del Instituto de Ingeniería, y Abraham Díaz-Rodríguez, de la División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM. Los autores reconocen sus valiosas sugerencias y comentarios.

8. REFERENCIAS

- B. Martínez y J. Bielak (1980-a)
 "Un método para el análisis sísmico tridimensional de estructuras térreas". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F. (En preparación)

M. Hatanaka (1955)

"Fundamental considerations on the earthquake resistant properties of the earth dam". Bull. No. 11, Dis. Prev. Res. Inst., Universidad de Kyoto, Kyoto, Japón.

B. Martínez y J. Bielak (1980-b)

"On the threedimensional seismic response of earth structures". Proc. VII World Conf. on Earthq. Engng., Vol. 8, pp 523-530, Estambul, Turquía.

J. A. Díaz-Rodríguez y J. A. Nieto (1969)

"Comportamiento dinámico de cortinas de enrocamiento. Modelos de material deleznable. Primera etapa". Instituto de Ingeniería, UNAM. Informe No. 233B, México, D.F.

J. A. Díaz-Rodríguez, R. Cervantes, B. Martínez, J. Mora y O. Weckmann (1971-a)

"Comportamiento dinámico de modelos de cortinas de enrocamiento. Segunda etapa". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F.

A. Díaz-Rodríguez, R. Iturbe y M. A. Córdoba (1971-b) "Pruebas de laboratorio del material deleznable". Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F.

A. Díaz-Rodríguez (1971)

"Resultados experimentales en modelos de cortinas de enrocamiento". Memorias del III Congreso Nac. de Ing. Sísmica, Acapulco, Gro.

A. Díaz-Rodríguez y O. A. Rascón (1973)

"A new material for dynamic tests of rockfill dam models". Proc. V WCEE, artículo No. 202-a, sesión 4D, Roma, Italia.

J. A. Díaz-Rodríguez, O. A. Rascón y E. Rodríguez (1975)

"Comportamiento dinámico de modelos de cortinas de enrocamiento". Memorias del IV Congreso Nac. de Ing. Sísmica, Oaxaca, México.

S. Okamoto, C. Tamura, K. Kato y M. Otawa (1967)

"Dynamic behavior of earth dam during earthquake". Trans. IX. Int. Congress on Large Dams, Q. 35, R. 6, pp 111-122, Estambul, Turquía.

S. Okamoto, C. Tamura, T. Ohmachi y K. Kato (1977)

"Study of effects of a berm on the stability of rockfill dams during earthquakes". Proc. IV WCEE, Vol. 6, 79-84, Nueva Delhi, India.

B. Martínez (1971)

"Comportamiento dinámico de modelos de presas construidos con material gelatinoso". Memorias del III Congreso Nac. de Ing. Sísmica, Acapulco, México.

G. Oberti, A. Castoldi y M. Casirati (1973)

"Dynamic behavior of rockfill and earth dams studied on elastic models". Proc. V WCEE, artículo No. 196, sesión 4D, Roma, Italia.

G. S. Seleznyov y K. S. Abduraufov (1980)

"Spatial vibration study of an earth dam". Proc. VII WCEE, Vol. 3, pp 273-277, Estambul, Turquía.

TABLA 1
PRINCIPALES CARACTERISTICAS DE LOS MODELOS
DE MATERIAL DELEZNABLE Y DE ARENA *

MODELO	ALTURA (M)	MATERIAL	PESO (TON)	VOLUMEN (M ³)	γ (TON/M ³)	E** (TON/M ²)
MD-1	1.00	DELEZNABLE	7.473	2.000	3.73	1110
MD-2	0.50	DELEZNABLE	1.317	0.360	3.60	1110
MD-3	0.50	DELEZNABLE	1.366	0.360	3.77	1110
MA-1	0.50	ARENA	0.506	0.370	1.36	1750
MA-2	0.50	ARENA	0.500	0.365	1.37	1750
MA-3	0.50	ARENA	0.488	0.360	1.32	1750

* J.A. Díaz Rodríguez, O.A. Rascón y E. Rodríguez (1975)
"Comportamiento dinámico de modelos de cortinas de enrocamiento".
Memorias de IV Congreso Nac. de Ing. Sísmica, Oaxaca, México

** Valores obtenidos a partir de pruebas de prospección sísmica

TABLA 2.
PARAMETROS UTILIZADOS EN EL CALCULO DE LAS FRECUENCIAS
NATURALES TRIDIMENSIONALES DE LOS MODELOS FISICOS

Modelo Físico	Material Constitutivo	P A R A M E T R O S						
		ν	B/H	L/H	ℓ/L	V _s (m/seg)	ρ (ton-seg ² /m ⁴)	H (m)
MG-1	Gelatinoso	0.450	1.760	2.65	1.00	2.486	0.1244	0.10
MG-2	"	0.450	1.760	2.65	0.20	2.486	0.1244	0.10
MG-3	"	0.450	1.760	2.00	0.00	2.486	0.1244	0.10
MS-1	Silicón	0.220	1.500	10*	1.00	18.300	0.1223	0.18
MS-2	"	0.220	1.500	1.67	1.00	18.300	0.1223	0.18
MS-3	"	0.220	1.500	1.50	0.00	18.300	0.1223	0.18
MD-1	Deleznable	0.144	1.775	2.42	0.174	35.569	0.3802	1.00
MD-2	"	0.144	1.820	2.84	0.296	36.194	0.3670	0.50
MD 3	"	0.144	1.820	2.84	0.296	35.370	0.3843	0.50
MA-1	Arena	0.177	1.820	2.84	0.296	72.974	0.1396	0.50
MA-2	"	0.177	1.820	2.84	0.296	73.237	0.1386	0.50
MA-3	"	0.177	1.820	2.84	0.296	74.345	0.1345	0.50

* Se tomó este valor para considerar el estado de deformación plana, ya que el modelo físico se probó sin paredes laterales.

TABLA 3
 FRECUENCIAS DETERMINADAS EN LOS MODELOS DE MATERIAL
 GELATINOSO* Y LAS CALCULADAS CON EL METODO PROPUESTO

MODELO FÍSICO	MODO LONG.	F R E C U E N C I A , H z	
		FRECUENCIA DE RESONANCIA, F_{nj}^{**} (EXPERIMENTAL)	FRECUENCIA NATURAL, f_{nj}^* (TEÓRICA)
MG-1	1	$F_{11} = 10.60$ —	$f_{11} = 10.09$ $f_{21} = 15.06$
	3	$F_{13} = 16.70$ —	$f_{13} = 16.67$ $f_{23} = 20.07$
MG-2	1	$F_{11} = 15.20$ —	$f_{11} = 10.51$ $f_{21} = 14.59$
	3	$F_{13} = 19.20$ —	$f_{13} = 22.13$ $f_{23} = 25.69$
MG-3	1	$F_{11} = 17.60$ —	$f_{11} = 13.47$ $f_{21} = 16.86$
	3	$F_{13} = 21.20$ —	$f_{13} = 29.55$ $f_{23} = 34.20$

* B. Martínez (1971)
 "Comportamiento dinámico de modelos de presas construidos con material gelatinoso". *Memorias del III Congreso Nac. de Ing. Sísmica*, Acapulco, México.

** n = modo transversal; j = modo longitudinal

TABLA 4

FRECUENCIAS DETERMINADAS EN LOS MODELOS DE SILICON*
Y LAS CALCULADAS CON EL METODO PROPUESTO

MODELO FÍSICO	MODO TRANSV.	FRECUENCIA, HZ	
		FRECUENCIA DE RESONANCIA, F_{nj}^{**} (EXPERIMENTAL)	FRECUENCIA NATURAL, f_{nj}^{**} (TEÓRICA)
MS-1	1	$F_{11} = 35.40$	$f_{11} = 34.77$
	2	$F_{21} = 54.00$	$f_{21} = 52.14$
	3	$F_{31} = 66.50$	$f_{31} = 59.89$
	4	$F_{41} = 80.50$	$f_{41} = 70.90$
MS-2	1	$F_{11} = 45.30$	$f_{11} = 45.93$
	2	$F_{21} = 89.60$	$f_{21} = 69.92$
	3	$F_{31} = 93.00$	$f_{31} = 97.58$
	4	$F_{41} = 118.00$	$f_{41} = 126.52$
MS-3	1	$F_{11} = 70.00$	$f_{11} = 58.80$
	2	$F_{21} = 94.00$	$f_{21} = 97.32$
	3	$F_{31} = 123.00$	$f_{31} = 134.13$
	4	$F_{41} = ?$	$f_{41} = 170.16$

* G. Oberti, A. Castoldi y M. Casirati (1973)
"Dynamic behavior of rockfill and earth dams studied on elastic models". *Proc. V WCEE*, artículo No. 196, Sesión 4D, Roma, Italia.

** n = modo transversal; j = modo longitudinal

TABLA 5

FRECUENCIAS DETERMINADAS EN LOS MODELOS DE MATERIAL DELEZNABLE*
Y LAS CALCULADAS CON EL METODO PROPUESTO

MODELO FÍSICO	F R E C U E N C I A, HZ	
	FRECUENCIA DE RESONANCIA, F_{nj}^{**} (EXPERIMENTAL)	FRECUENCIA NATURAL, f_{nj}^{**} (TEÓRICA)
MD-1	$F_{11} = 22.40$ (19.00) ⁺	$f_{11} = 14.97$
MD-2	$F_{11} = 36.00$ (16.50)	$f_{11} = 27.40$
MD-3	$F_{11} = 32.50$ (16.50)	$f_{11} = 26.77$

TABLA 6

FRECUENCIAS DETERMINADAS EN LOS MODELOS DE ARENA*
Y LAS CALCULADAS CON EL METODO PROPUESTO

MODELO FÍSICO	F R E C U E N C I A, HZ	
	FRECUENCIA DE RESONANCIA, F_{nj}^{**} (EXPERIMENTAL)	FRECUENCIA NATURAL, f_{nj}^{**} (TEÓRICA)
MA-1	$F_{11} = 50.20$	$f_{11} = 55.55$
MA-2	$F_{11} = 55.00$	$f_{11} = 55.75$
MA-3	$F_{11} = 58.25$	$f_{11} = 56.59$

* J.A. Díaz-Rodríguez, O.A. Rascón y E. Rodríguez (1975)
"Comportamiento dinámico de modelos de cortinas de enrocamiento". *Memorias de IV Congreso Nac. de Ing. Sísmica, Oaxaca, México*

** n = modo transversal; j = modo longitudinal

+ Frecuencias obtenidas en pruebas de vibración armónica

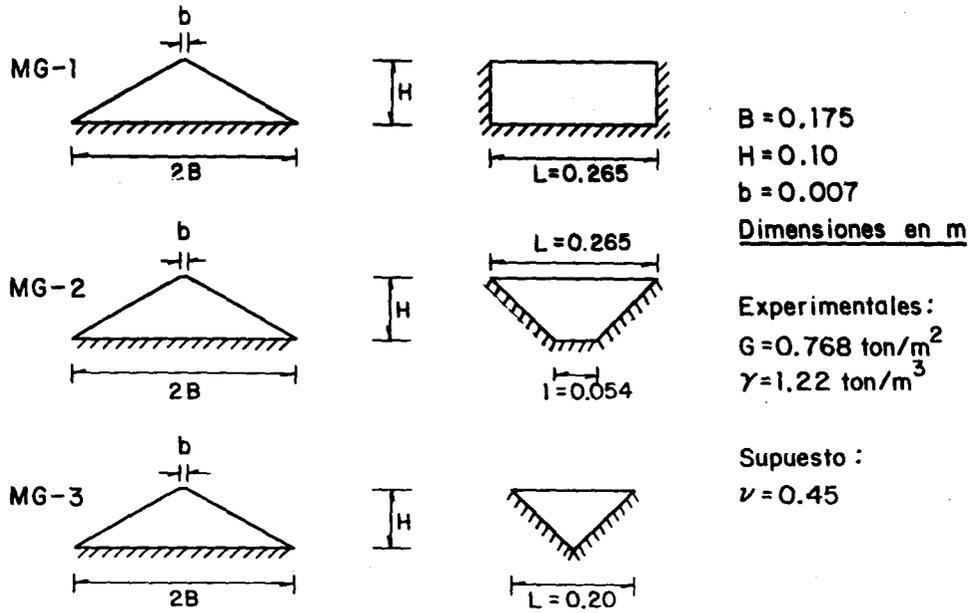


Fig 1. Propiedades físicas y geométricas de los modelos de material gelatinoso (Martínez, 1971)

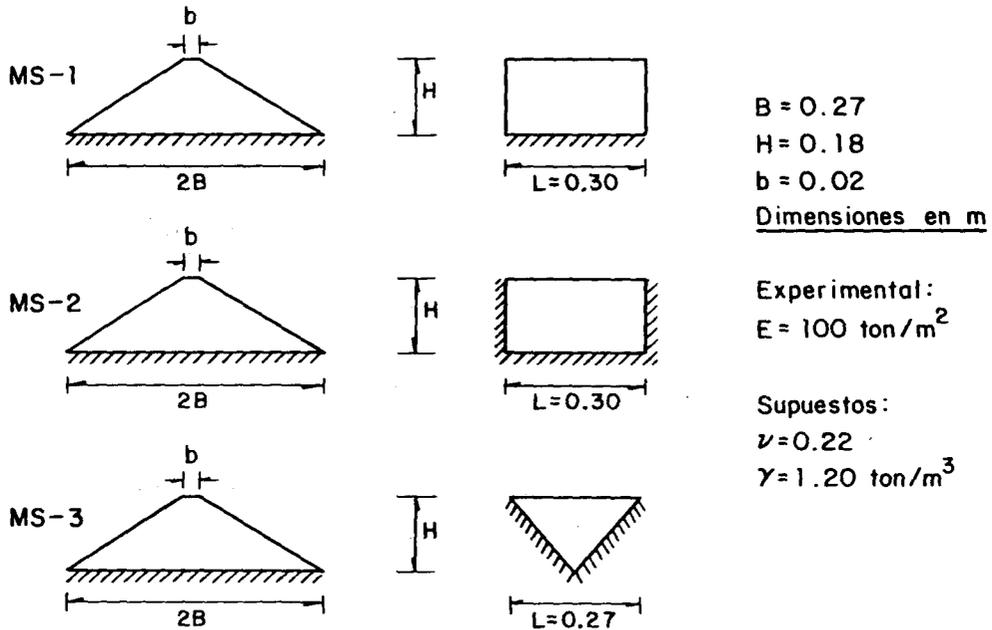


Fig 2. Propiedades físicas y geométricas de los modelos de silicón (Oberti et al., 1973)

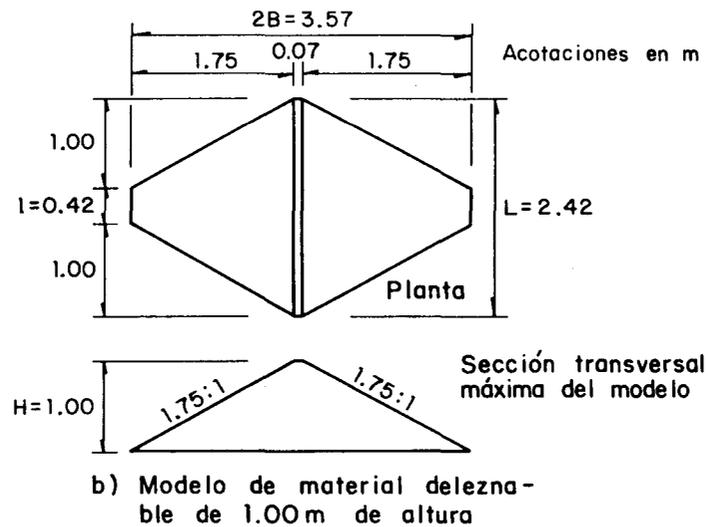
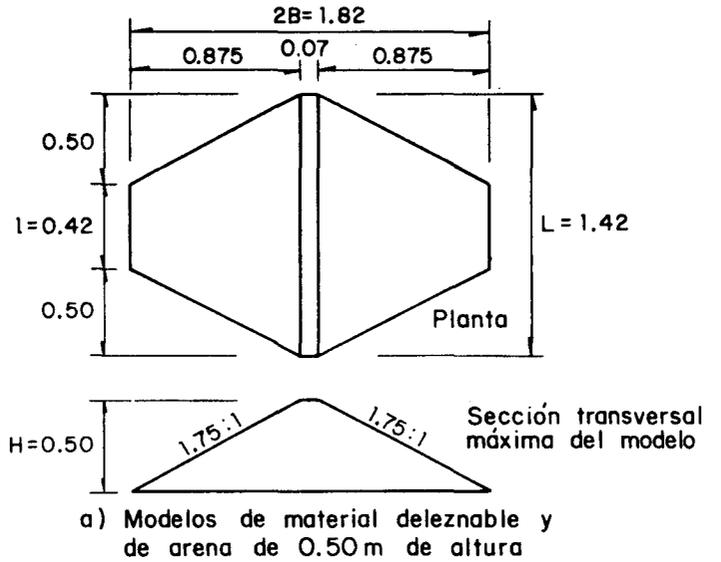


Fig 3. Geometría de los modelos de materiales granulares (Díaz-Rodríguez et al., 1975)

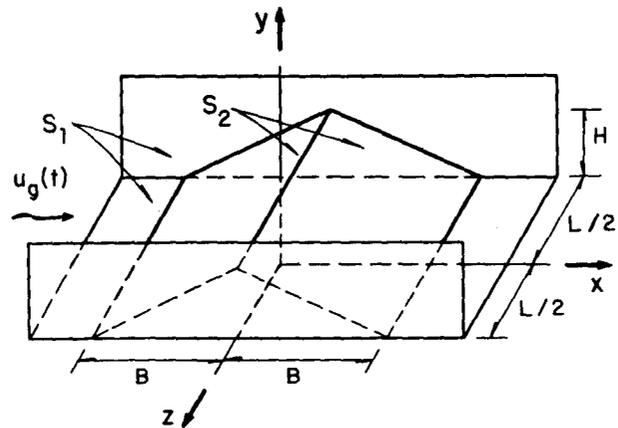


Fig 4. Idealización de una presa de tierra con boquilla rectangular, usada en el método propuesto

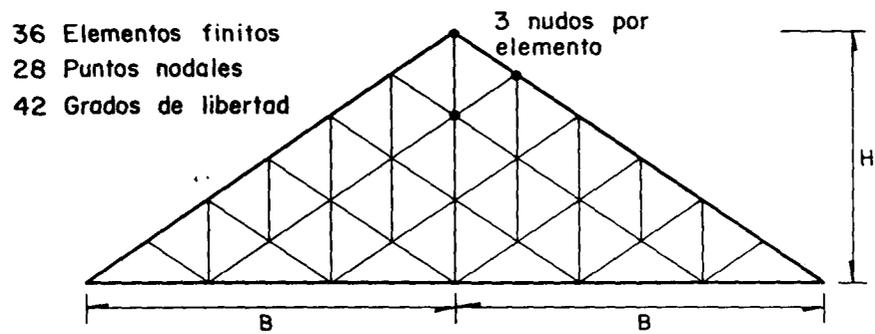


Fig 5. Discretización de la sección transversal de la cortina mediante un conjunto de elementos finitos

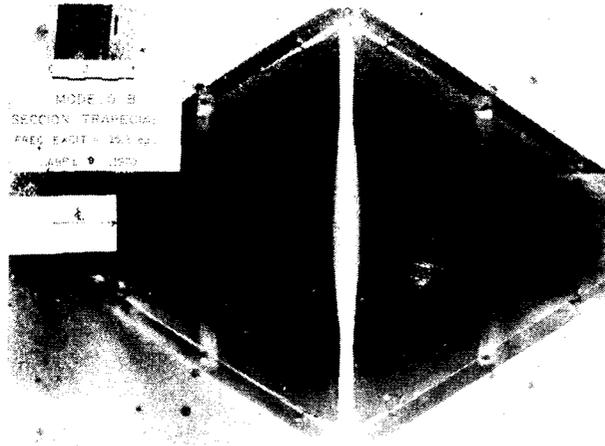


Fig 6 Configuración de vibración longitudinal para $j=1$
del modelo MG-2 (Martínez, 1971)

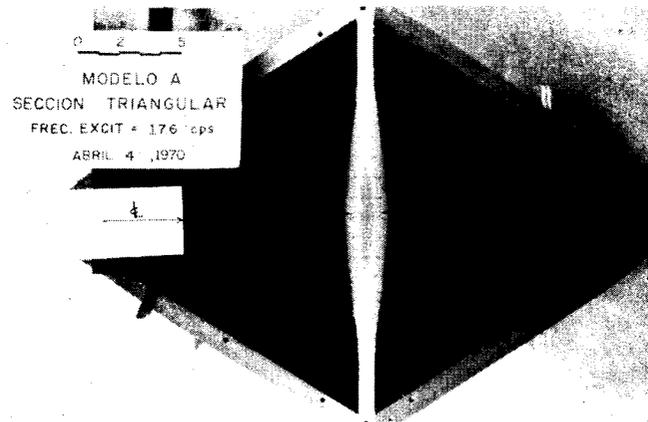


Fig 7 Configuración de vibración longitudinal para $j=1$
del modelo MG-3 (Martínez, 1971)