

## RESPUESTAS DE EDIFICIOS ALTOS A TEMBLORES CON CINCO COMPONENTES

E. Rosenblueth\*

### SUMMARY

Effects on tall buildings are analyzed of two horizontal translational components of earthquakes and of their three rotational components. Buildings are idealized as uniform shear-beams for the two horizontal translational components and for the two rotational components about horizontal axes; they are idealized as uniform torsional bars for the rotational component about a vertical axis. Ground motions are treated as consisting of horizontal shear waves, Rayleigh waves, and Love waves. It is found that story shears increase somewhat over the conventional solution; overturning moments increase very significantly near the tops of the buildings; and torque is much more uniform with height than the product of story shear and a fraction of floor dimension.

### RESUMEN

Se analizan en edificios altos los efectos de temblores constituidos por dos componentes horizontales de traslación y componentes rotacionales con respecto a dos ejes horizontales y uno vertical. Los edificios se idealizan como vigas uniformes de cortante salvo para vibración torsional, para la que se idealizan como barras uniformes de cortante. Los movimientos sísmicos se tratan como constituidos por ondas S horizontales, ondas de Rayleigh y ondas de Love. Se encuentra que los cortantes de entrepiso aumentan ligeramente con respecto a soluciones convencionales; los momentos de volteo aumentan sustancialmente cerca del extremo superior de las estructuras, y los momentos torsionales son mucho más uniformes a lo alto del edificio que el producto de cortante de entrepiso y una fracción de la dimensión del piso.

\* Instituto de Ingeniería, UNAM.

## RESPUESTAS DE EDIFICIOS ALTOS A TEMBLORES CON CINCO COMPONENTES

Emilio Rosenblueth

*Introducción*

En diseño suelen idealizarse los temblores como si solo tuvieran un componente y este actuara en una de dos direcciones horizontales ortogonales a la vez. El presente artículo examina la influencia de otros componentes. Se toma el movimiento en campo libre (es decir, el que tendría la superficie libre del terreno si sobre este no existiera estructura alguna) como consistente en dos componentes horizontales de traslación y tres componentes rotacionales, y dicho movimiento se promedia en lo que es la base del edificio. Por lo demás no se tiene en cuenta la interacción suelo-estructura. No se incluye un tratamiento de la traslación vertical porque la idealización que aquí se adopta del comportamiento de los edificios no se presta a ello. Ante la ausencia de registros adecuados el movimiento del terreno se supone coincidente con las soluciones teóricas para formaciones de suelo regulares y homogéneas. El edificio se idealiza como una viga uniforme, de comportamiento lineal, que solo admite deformaciones en corte y torsión.

El trabajo se basa en la ref 5, que a su vez tomó como fuente la ref 4 haciéndole ciertas correcciones. Existe un estudio paralelo que se refiere a edificios con planta de forma arbitraria sujetos a ondas de cortante que inciden a un ángulo cualquiera<sup>6</sup>. En él algunas hipótesis difieren de las que aquí se adoptan.

*Análisis modal*

Supondremos que la estructura tiene modos naturales clásicos de vibración, es decir, que es capaz de describir, en vibración libre, movimientos dados por el producto de una función de posición y una función del tiempo<sup>2</sup>. Tal no es rigurosamente cierto aun para la mayoría de las estructuras ideales de comportamiento lineal, pero el error que se introduce al suponer que la

estructura está provista de modos clásicos es sumamente pequeño cuando sus grados de amortiguamiento son pequeños, digamos de no más de unos cuantos por ciento, cual sucede en la mayoría de los casos de interés práctico.

En ciertas condiciones, cuando se imparte el movimiento a la estructura a través de un grado de libertad de su base y aquella posee modos clásicos de vibración puede aproximarse la respuesta de diseño que corresponde a una probabilidad fija de excedencia como la raíz de la suma de cuadrados de las respuestas modales asociadas a la misma probabilidad de ser excedidas<sup>3</sup>. Para ello se requiere que los modos naturales que contribuyen significativamente a las respuestas cumplan las siguientes condiciones: 1. sus frecuencias naturales no son demasiado elevadas, demasiado pequeñas ni demasiado próximas unas a otras, y 2. los grados de amortiguamiento de dichos modos son pequeños. En términos cuantitativos se requiere que cuando mucho una frecuencia de los modos en cuestión exceda apreciablemente al cociente de la aceleración a la velocidad máximas del terreno; que cuando mucho una de ellas sea menor que  $2\pi$  entre la duración de un segmento de movimiento estacionario equivalente al temblor en cuestión, y que las diferencias entre las frecuencias naturales de interés satisfagan una limitación contenida en la ref 2 en que intervienen los grados de amortiguamiento.

La manera en que han de combinarse los efectos de movimientos según los grados de libertad de la base es función de la correlación que exista entre tales movimientos. Consideraremos dos casos extremos. Cuando no hay ninguna correlación entre los movimientos el efecto de su combinación es sensiblemente igual a la raíz de la suma de cuadrados de las respuestas a cada componente. Cuando la correlación es total debe calcularse la respuesta en cada modo natural sumando los efectos de todos los movimientos de la base y después combinarse las respuestas modales.

### *Perturbaciones*

Consideraremos tres tipos de ondas:

1. Ondas S de trayectoria vertical que llegan síncronamente a la base de la estructura y solo producen excitación horizontal. Las ondas S, como las P, son ondas llamadas *de cuerpo* pues ambos tipos se presentan en el interior de los sólidos. Las ondas S (*secundarias*), llamadas *ondas transversales* u

*ondas de cortante*, van acompañadas de deformaciones de corte puro y de oscilaciones perpendiculares a la dirección en que se transmiten, al igual que las ondas de luz. Debido a que en general las ciudades de gran tamaño se construyen en valles cuyo subsuelo está estratificado en direcciones aproximadamente horizontales, las ondas S sufren una serie de refracciones que dan por resultado su incidencia prácticamente normal a la superficie libre del terreno. Por tal motivo producen oscilaciones prácticamente horizontales y casi simultáneas en toda la base de un edificio de dimensiones moderadas. No consideraremos ondas P (*primarias*, pues dada su mayor velocidad de transmisión son siempre las primeras en llegar), llamadas *ondas longitudinales* o *de compresión*, ya que también estas tienden a llegar viajando casi verticalmente, y acordamos no analizar aquí el efecto de vibraciones verticales de la base del edificio.

2. Ondas de Rayleigh (R) que contienen componentes estrictamente correlacionados de traslación vertical y horizontal así como de rotación con respecto a un eje horizontal. De los diversos tipos de onda superficial que han recibido atención analítica las más conocidas son las ondas de Rayleigh. Estas se presentan en semiespacios homogéneos y en suelos estratificados. Consisten en oscilaciones vertical y horizontal cuyas amplitudes de crecen con la profundidad (exponencialmente en un semiespacio).

Las oscilaciones se verifican en planos verticales que contienen a la dirección de transmisión, la cual es horizontal. Cada partícula del suelo describe una elipse. La velocidad de transmisión de las ondas de Rayleigh depende del coeficiente de Poisson del terreno. Cuando este coeficiente vale 0.25 la velocidad de las ondas en cuestión en un semiespacio homogéneo es 0.92 de la velocidad de las ondas de cortante<sup>2</sup>. El componente rotacional obedece a que la superficie del terreno se inclina al paso de las ondas.

3. Ondas de Love (L) que constan de un componente horizontal de traslación y uno de rotación con respecto a un eje vertical. Ambos componentes están totalmente correlacionados. Las ondas de Love también son superficiales. Su amplitud es máxima en la superficie libre del terreno. Se presentan en suelos estratificados. Las trayectorias de las partículas son normales a la dirección de propagación de las ondas; de aquí que den origen a rotación con respecto a un eje vertical. La velocidad de propagación de las ondas L depende de la frecuencia de oscilación, es decir, de la longitud de

onda. En formaciones que constan de un estrato horizontal que descansa sobre un semiespacio homogéneo la velocidad de las ondas cuya longitud es pequeña en relación con el espesor del manto se aproxima a la de ondas S en dicho manto; la velocidad de aquellas cuya longitud excede apreciablemente al espesor del manto se acerca a la de ondas S en el semiespacio<sup>2</sup>.

### *Respuestas estructurales*

El cálculo de respuestas estructurales no presenta dificultad. Se obtiene el promedio de las traslaciones basales del edificio, cuando estas son senoidales y se deben a ondas R y L, multiplicando su amplitud por  $(\sin\lambda)/\lambda$ , donde  $\lambda = \pi B/L$ , B = dimensión de la base en la dirección en que se propagan las ondas y L = longitud de onda. La amplitud media de la rotación basal es  $(2/B) \sin \lambda$  por la amplitud de las oscilaciones verticales u horizontales según se trate de ondas R o L respectivamente.

En un edificio de planta simétrica, las ondas S sólo causan cortantes de entrepiso y momentos de volteo; las ondas R producen oscilaciones verticales, cortantes de entrepiso y momentos de volteo, y las ondas L originan cortantes de entrepiso, momentos de volteo y torsiones de entrepiso.

Para las ondas R cada respuesta modal incluye los efectos de rotación y traslación. El momento de volteo (mas no así la fuerza cortante) que resulta de combinar estas respuestas modales se combina a su vez (empleando la raíz de suma de cuadrados) con la respuesta que daría el sistema si fuera una barra rígida:

$$M = \frac{(H - Z)WB^2}{12Hg} \max \left| \ddot{\theta} \right| \quad (1)$$

Aquí M = momento de volteo, H = altura del inmueble, z = coordenada de vertical medida a partir de la base del edificio, W = peso del mismo, g = aceleración gravitacional, t = tiempo,  $\theta$  = rotación basal, la testa indica promedio en el área de la base y los puntos significan derivadas con respecto al tiempo.  $|\ddot{\theta}|$  es igual a  $1/B$  por la diferencia de aceleraciones verticales  $\ddot{z}$  entre los extremos opuestos de la base. Si  $\ddot{z}$  es un proceso gaussiano estacionario (es decir, si la distribución de probabilidades de z es normal e independiente del tiempo) en la vecindad de  $\max|\ddot{z}|$ , el cociente  $\max|\ddot{\theta}|/\max|\ddot{z}|$  es igual al cociente de las desviaciones estándar de  $\ddot{\theta}$  y  $\ddot{z}$ ,

pues la esperanza de cada una de estas variables es idénticamente nula. Por consiguiente:

$$\max_t |\bar{\theta}| = \sqrt{2} - 2 \rho(t_1) \max_t |\ddot{z}| / B \quad (2)$$

donde  $\rho$  = coeficiente autocorrelación de  $\ddot{z}$  (es decir,  $\rho(t_1)$  es igual a la esperanza de  $\ddot{z}(t)\ddot{z}(t + t_1)$  entre la variancia de  $\ddot{z}$ ). Según la ref 2, tratándose de temblores en terreno firme puede aproximarse  $\rho$  mediante la expresión

$$\rho(t_1) = e^{-\alpha|t_1|} \cos \beta t, \quad (3)$$

donde  $\alpha \cong 8 \text{ seg}^{-1}$  y  $\beta = 14 \text{ seg}^{-1}$ . (Son de esperarse valores de  $\alpha$  y  $\beta$  considerablemente mayores para las ondas R, en las que predominan periodos mucho más largos que para el temblor en su conjunto.) Esta relación solo será aplicable cuando B no sea excesivamente pequeño, pues  $\rho$  está poco definido cuando  $t_1$  tiende a cero. Evidentemente,  $\max_t |\ddot{\theta}| < \max_t |\ddot{\theta}|$ , y esta última cantidad puede estimarse acudiendo a una sugerencia de Newmark<sup>1</sup>:

$$\max_t |\ddot{\theta}| = \frac{6 \max_t (\ddot{z}^2)}{c_r \max_t |\dot{z}|} \quad (4)$$

donde  $c_r$  = velocidad de las ondas de Rayleigh. El coeficiente 6 se sugiere con base en el registro del temblor de El Centro, 1940. Tratándose de otros movimientos del terreno dicho coeficiente puede yacer entre 5 y 15. En el análisis tomaremos  $\max_t |\ddot{\theta}|$  como lo suministra la ec 2 pero con una cota superior igual a la que da la ec 4.

Cada tipo de onda corresponde a dos direcciones. Los componentes del movimiento del terreno según esta direcciones están parcialmente correlacionadas entre sí<sup>3</sup>, y tal correlación debe tenerse en cuenta al combinar sus efectos.

### *Ejemplo*

Consideremos un edificio de planta cuadrada y simétrica, para el que  $B = 30 \text{ m}$ ,  $H = 60 \text{ m}$  y el periodo fundamental de vibraciones en cortante así como en torsión vale 2 seg. Adoptemos para cada tipo de onda un espectro de aceleraciones de diseño (ya corregido por amortiguamiento) que sea independiente del periodo para periodos menores que 0.2 seg e inversamente proporcional al periodo fuera de este intervalo. Para ondas R y L conside-

remos asimismo un espectro plano de aceleraciones de diseño, es decir, cuyas ordenadas son independientes del periodo en todo el intervalo de interés. En lo que toca al primer espectro asignaremos a  $\alpha$  y  $\beta$  la mitad de los valores que se consignan a continuación de la ec 3, y en lo que atañe al segundo espectro, la décima parte de estos valores. Tomemos  $c_r = 300$  m/seg. Al analizar los efectos de las ondas L supondremos que el edificio se apoya en un estrato horizontal de 30m de espesor subyacente por un semiespacio de roca. Las velocidades respectivas de ondas de cortante valen 300 y 3000 m/seg y el cociente de los módulos de rigidez en ambos materiales es 100. Las velocidades resultantes  $c_\lambda$  de ondas L se muestran en la fig 1.

Las figs 2-4 consignan las respuestas de diseño calculadas, normalizadas con respecto a la aceleración espectral asociada al modo fundamental,  $A_1$ . Ameritan ser comentadas tres particularidades de estas curvas: 1 La fuerza cortante basal para ondas R excede a  $A_1 W/g$  siendo que nunca sucede así en respuesta a perturbaciones puramente traslacionales<sup>2</sup>; tal resultado refleja la contribución del componente rotacional del terreno. 2 La derivada del momento de volteo,  $dM/dZ$ , es positiva para las ondas R en el punto  $Z=H$  mientras que tal derivada es siempre nula en respuesta a perturbaciones de traslación pura; la diferencia proviene de los momentos que suministra la ec 1; la omisión de estos últimos momentos introduce grandes errores en el momento de volteo cerca del extremo superior del edificio si se compara con los momentos de respuesta modal, pero estos son tan pequeños que no consta que el error mencionado deba conducir a modificaciones en el diseño de las estructuras usuales; y 3 Las torsiones de entrepiso son grosso modo constantes a lo alto de casi toda la estructura mientras que los requerimientos que generalmente contienen los reglamentos establecen torsiones "accidentales" de entrepiso proporcionales a las fuerzas cortantes de entrepiso; puede explicarse este resultado al observar que cuando los modos naturales de orden 1, 2, 3,... se normalizan con respecto a la respuesta máxima, su importancia relativa en una viga de corte sujeta a una perturbación horizontal de traslación con espectro hiperbólico de aceleraciones se halla en la proporción 1:1/3:1/5: ...; estos cocientes han de dividirse entre las correspondientes longitudes de onda (las cuales son inversamente proporcionales a las rotaciones medias del terreno) para obtener la importancia relativa de las torsiones modales, así que en un intervalo de periodos en que la velocidad  $c_\lambda$  fuese constante todos los modos naturales serían igual

mente importantes; en el ejemplo que hemos resuelto predominan los modos 4, 5 y 6 debido a la variación de  $c_d$  con el periodo y al corte en el espectro de diseño que supusimos en un periodo de 0.2 seg.

### *Conclusiones*

Se encontró que los siguientes efectos de componentes del movimiento sísmico, adicionales a los de traslación horizontal ameritan atención: 1 la cortante basal causada por las ondas de Rayleigh, pues excede al producto de la masa del edificio y la aceleración espectral que corresponde al periodo fundamental de vibración; 2 los momentos de volteo cerca del extremo superior del edificio, originados por rotación de la base con respecto a ejes horizontales, en vista de que estos momentos son superiores a la integral de la envolvente de cortantes de entrepiso, y 3 la torsión que producen las ondas de Love, especialmente en la porción superior de la obra, dado que los momentos torsionantes no son proporcionales a las fuerzas cortantes de entrepiso.

Para lograr un análisis más confiable de los fenómenos descritos se necesitará registrar simultáneamente los seis componentes de los temblores y adoptar idealizaciones más realistas de las estructuras.

### *Reconocimiento*

El autor agradece a L Esteva sus útiles críticas al manuscrito de este trabajo.

### *Referencias*

1. Newmark, N M, "Torsion in symmetrical buildings", *Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile, 1969, 2, 19-32.
2. Newmark, N M y Rosenblueth, E, *Fundamentals of earthquake engineering*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N J, 1971
3. Penzien, J y Watabe, M, "Simulation of 3-dimensional earthquake ground motions", *Bulletin of the International Institute of Seismology and Earthquake Engineering*, 12 (1974), 103-15
4. Rosenblueth, E, "The six components of earthquakes". *Proceedings of the Twelfth Regional Conference on Planning and Design of Tall Buildings*, Sidney, Australia, 1973, 63-81



5. Rosenblueth, E, "Tall buildings under five-component earthquakes", en-  
*Proc. ASCE, Journal Structural* Vol 102, N<sup>o</sup> ST2 (feb 1976) pp 453-459
6. Tani, S, Sakurai, J e Iguchi, M, "The effect of plan shape and size of  
buildings on the input earthquake motions". *Proceedings of the Fifth  
World Conference on Earthquake Engineering, Roma, 1973, 2, 1927-40*

### *Nomenclatura*

- $A_1$  = aceleración espectral para el periodo fundamental de vibración en cortante
- B = dimensión de la base del edificio en la dirección de transmisión de las ondas
- $c_l$  = velocidad de las ondas Love
- $c_r$  = velocidad de las ondas de Rayleigh
- H = altura del edificio
- L = longitud de onda
- M = valor de diseño del momento de volteo
- S = valor de diseño de la fuerza cortante de entrepiso
- T = periodo natural
- t = tiempo
- $t_1$  = tiempo en que una onda recorre la base del edificio
- Z = coordenada vertical
- z = desplazamiento vertical
- $\alpha$  = coeficiente que aparece en la función de autocorrelación
- $\beta$  = coeficiente que aparece en la función de autocorrelación
- $\theta$  = rotación de la base con respecto a un eje horizontal
- $\lambda$  =  $\pi B/L$
- $\rho$  = coeficiente de autocorrelación de los acelerogramas

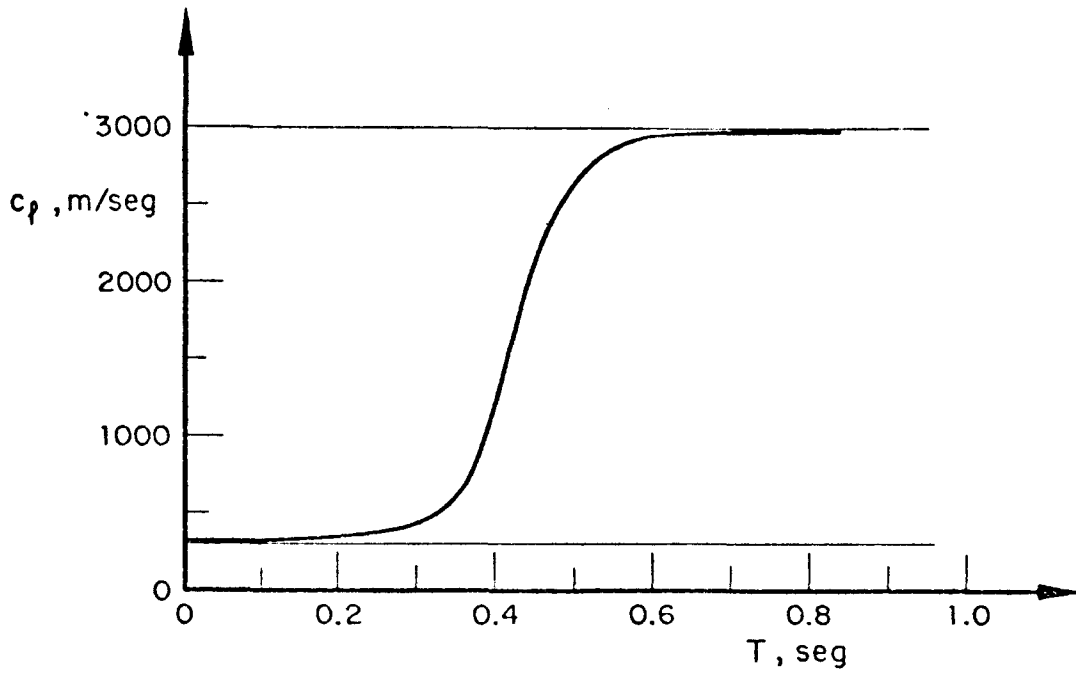


Fig 1. Velocidad de las ondas de Love

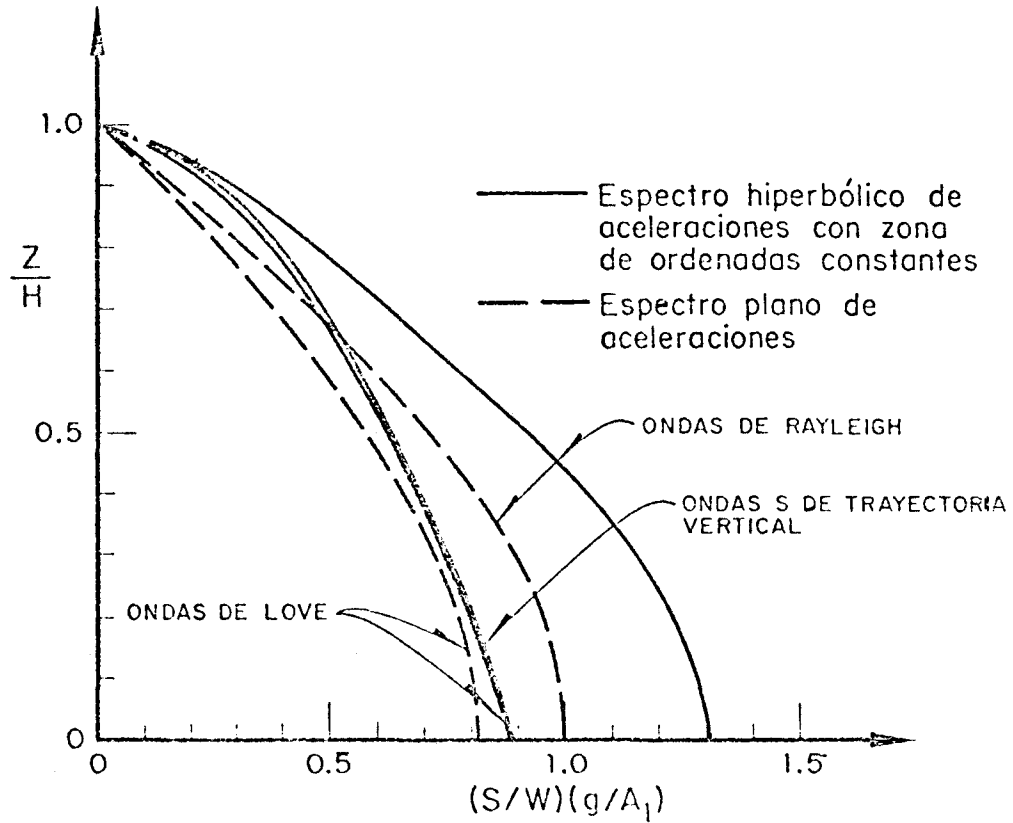


Fig 2. Distribuciones de cortante

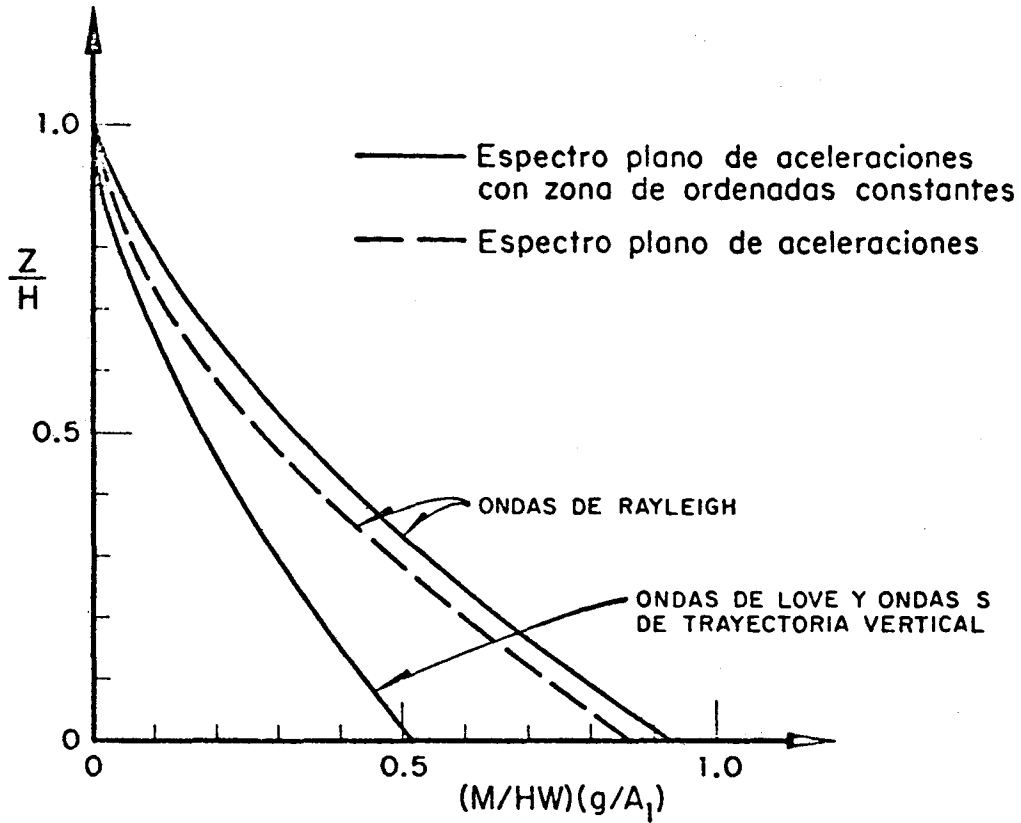


Fig 3. Distribuciones de los momentos de volteo

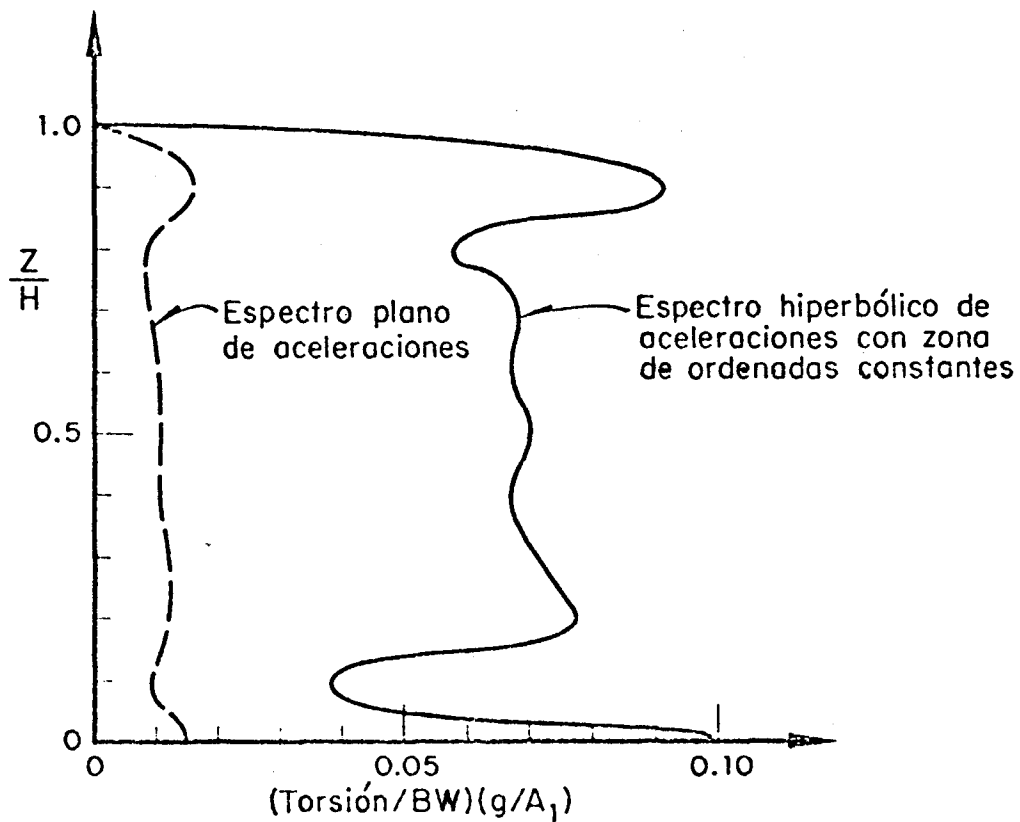


Fig 4. Distribución de torsiones inducidas por las ondas de Love