

APLICACIÓN DE LA SIMULACIÓN HÍBRIDA EN EL ANÁLISIS MULTI-ESCALA DE MARCOS

Cesar Paniagua Lovera^{(1,*), A. Gustavo Ayala Milián⁽¹⁾ y Gelacio Juárez Luna⁽²⁾}

RESUMEN

Este artículo presenta un procedimiento general de análisis de marcos en dos escalas aprovechando conceptos de simulación híbrida. La propuesta contempla el acoplamiento y transición entre elementos de distintas escalas, reduciendo la cantidad de grados de libertad en un modelo global y reproduciendo comportamientos complejos en modelos locales. Para gestionar la interacción de los modelos locales, se propone el uso de la plataforma de simulación híbrida, OpenFresco, distribuyendo el trabajo de cómputo y permitiendo la interacción con pruebas experimentales y modelos numéricos en distintos programas. La metodología se ilustra a través de la solución de un sistema elástico-lineal ante cargas gravitacionales y sísmicas, se compara el comportamiento y tiempos de análisis de modelos simplificados, modelos de elementos finitos y los del método propuesto. Finalmente, para evaluar y validar la metodología, se presenta el análisis de empuje lateral (pushover) de un marco de acero, obteniendo su curva de capacidad y mostrando la tendencia del método en dos escalas a los resultados de un modelo refinado de elementos finitos no-lineales, pero con una mayor eficiencia computacional.

Palabras clave: simulación híbrida; análisis no lineal; problemas multi-escala; marcos de acero

APPLICATION OF THE HYBRID SIMULATION APPROACH ON MULTI-SCALE STRUCTURAL ANALYSIS FRAMES

ABSTRACT

This paper presents a general two-scale procedure for the non-linear analysis of structures, taking advantage of hybrid simulation concepts. This proposal considers the coupling and transition between elements of different scales, reducing the degrees of freedom in global analysis by reproducing complex phenomena in local scale models. To manage the interaction of the local models, the hybrid simulation platform, OpenFresco, is proposed for distributing computational work and allowing the interaction between experimental setups and numerical analysis models using different software. The methodology is illustrated through the solution of a linear-elastic system subjected to gravitational and seismic loads, comparing the behavior and analysis time of simplified models, finite element models, and those of the proposed procedure. Finally, to further assess and validate the methodology, the paper presents the pushover analysis of a steel frame, obtaining its capacity curve and showing

Artículo recibido el 05 de marzo de 2025 y aprobado para su publicación el 30 de septiembre de 2025. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

⁽¹⁾ Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Coyoacán, C.P. 04510, México, D.F. **Autor para correspondencia:** ^(*) cpaniagual@iingen.unam.mx, gayalam@iingen.unam.mx

⁽²⁾ Departamento de Materiales, Universidad Autónoma de Metropolitana, Azcapotzalco, C.P. 02200, México, D.F. gjl@azc.uam.mx.

the tendency of the two-scale method to approximate the results of a refined non-linear finite element model but with a higher computational efficiency.

Keywords: hybrid simulation; non-linear analysis; multi-scale problems; steel frames

INTRODUCCIÓN

En el modelado de una estructura para el estudio de su comportamiento, normalmente se emplean los métodos más eficientes, respecto a la calidad de los resultados y la dificultad de su aplicación. La alternativa de modelado más común en edificaciones es representar vigas y columnas con elementos rectos a flexión. El comportamiento general para niveles bajos de demanda se estudia usualmente con modelos constitutivos elástico-lineales; mientras que para niveles altos de demanda la no-linealidad en materiales se modela con enfoques como el de plasticidad concentrada, que consiste en introducir en los elementos la posibilidad de desarrollar articulaciones que siguen relaciones momento-curvatura como las presentadas en Takeda *et al.* (1970); otro enfoque es el de plasticidad distribuida, donde la respuesta a flexión se integra a partir de la respuesta uniaxial de las fibras que conforman una sección transversal (Taucer *et al.*, 1991). En general, los elementos barra representan una opción directa y precisa para el análisis no-lineal; incluso si los efectos del daño solo intervienen directamente con su respuesta a flexión, habitualmente es suficiente para reproducir los mecanismos de redistribución de fuerzas internas en las vigas y columnas que conforman marcos reticulares. Por otra parte, en sistemas donde los efectos del daño ocasionado por torsión y cortante son importantes se puede recurrir a formulaciones como las presentadas por Poliotti *et al.* (2021). Otra alternativa es incrementar el nivel de detalle en porciones del modelo sólo donde se presenta alguna característica singular, donde ocurren concentraciones de esfuerzo y/o donde, consecuentemente, se presenta el comportamiento no-lineal. Al realizar el análisis de esta manera se tienen ventajas, una de ellas es que los mecanismos de disipación de energía y redistribución de fuerzas internas ya no están concentrados en un punto o fibras longitudinales, sino que la redistribución se realiza en zonas bien definidas del modelo con estados de esfuerzo más generales, proporcionando una evaluación más completa del comportamiento de estas porciones, y que resulta en más información para el diseño. A pesar de sus ventajas, es una solución poco frecuente, ya que existen limitantes importantes como la dificultad en la selección de las características y localización de los modelos de escalas locales, establecer una transición o relación de los fenómenos en las distintas escalas, y establecer algoritmos de comunicación e integración de los modelos involucrados.

En este trabajo se presenta un procedimiento que involucra el estudio de fenómenos locales en las uniones viga-columna de estructuras reticulares, el artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se proporciona un estado del arte de la simulación híbrida y el análisis multi-escala. En la sección 3 se establece una metodología de análisis y se enumeran los elementos necesarios para realizar la propuesta. La sección 4 contiene ejemplos de aplicación del método, el primero sobre una estructura de comportamiento elástico y lineal sometida a acciones estáticas y dinámicas; y el segundo ejemplo consiste en el análisis de un marco de acero con comportamiento no-lineal sometido a cargas laterales incrementales. En ambos casos se comparan los resultados de un modelo convencional, uno basado en el uso de elementos finitos sólidos, y uno en dos escalas. Finalmente, en la sección 5 se presentan las observaciones y conclusiones de este trabajo.

FUNDAMENTOS DEL MÉTODO

Análisis multi-escala

El análisis multi-escala es una herramienta numérica ampliamente utilizada en diversas disciplinas como una alternativa donde los efectos de diversos sistemas, que reproducen fenómenos en distintas

magnitudes, se relacionan entre sí, y en consecuencia el sistema completo es no-homogéneo en sus escalas. Este método es lo opuesto al enfoque convencional, donde se acepta que, en los elementos, se cumplen hipótesis planteadas de antemano. Las bases del método multi-escala pueden ser expresadas como (Weinan, 2011):

- Cualquier sistema de interés puede ser descrito por una jerarquía de modelos de diferente complejidad, empleando modelos detallados cuando los más generales no son adecuados, permitiendo un mayor entendimiento de los fenómenos en los modelos generales a partir de los resultados de los modelos de detalle.
- Gran parte de un sistema puede ser descrito por modelos generales, exceptuando ciertas regiones, que son aquellas donde se incluyen los modelos de detalle, y que pueden contener fenómenos de interés. El construir un modelo con múltiples escalas permite obtener el detalle de un análisis refinado, pero con mejoras importantes en la eficiencia.
- La introducción de múltiples escalas contribuye a relajar las hipótesis del modelo general, describiendo y modelando de mejor manera los fenómenos complejos, librando singularidades que no pueden ser descritas por los elementos de los modelos más generales.
- La interacción de varias escalas permite que los modelos de detalle estén sometidos a condiciones más representativas de la realidad, sin el costo computacional y dificultades propias de un modelo completo en estas escalas.

En la ingeniería estructural, gran parte de las metodologías se definen dentro de lo que se conoce como macro-escala, que incluye fenómenos con dimensiones entre los milímetros y las decenas de metros; su estudio se basa en la solución del equilibrio (Maekawa *et al.*, 2009). Sin embargo, la existencia de modelos de distinta complejidad en una sola escala permite definir sub-escalas y el enfoque de plantear un método de análisis es establecer las formulaciones e implementaciones para su acoplamiento e interacción. Los desarrollos en el campo de la ingeniería estructural se dividen en dos: 1) acoplamiento de volumen: consiste en el uso de dos o más modelos, con distintas características o jerarquías, que comparten una misma región (o dominio); tienen el fin de representar de forma conjunta el comportamiento de una porción de la estructura; 2) acoplamiento de superficie: consiste en imponer restricciones en los extremos de los modelos a distintas escalas, de manera que satisfagan hipótesis específicas y presenten un comportamiento compatible. Su propósito es permitir el uso de diferentes aproximaciones en los diversos elementos de una estructura; la propuesta presentada en este trabajo se clasifica dentro de esta categoría.

ISSN-e 2395-8251

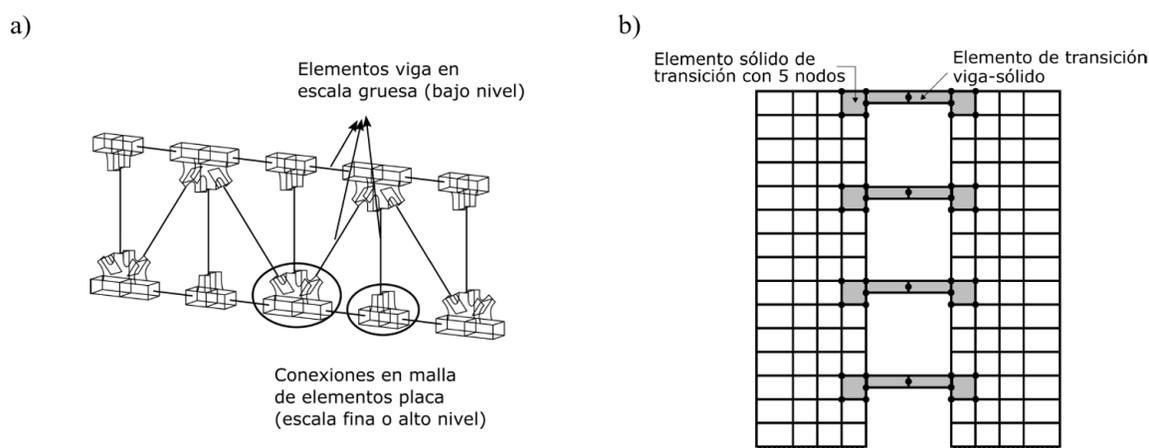


Figura 1. Alternativas de análisis multi-escala basadas en el acoplamiento de superficie. a) Aplicación de restricciones multi-punto (Li *et al.*, 2009). b) Aplicación de elementos de transición en el estudio de muros con vigas de acoplamiento (Garusi y Tralli, 2002).

Entre los métodos de acoplamiento de superficie, las restricciones multi-punto (Figura 1a) son una aproximación directa donde se imponen las condiciones cinemáticas de un tipo de elemento sobre otro; en Li *et al.* (2009) se presenta la aplicación de este principio en el análisis de armaduras en puentes empleando elementos viga a flexión y placas. En Wang *et al.* (2014) se presentan formulaciones para los casos de viga-placa, viga-cascarón y viga-sólido; y en Mourlas *et al.* (2019) se presenta el estudio de efectos de interacción suelo-estructura en marcos tridimensionales, con comportamiento elástico-lineal, empleando elementos sólidos hexaedro acoplados con elementos a flexión. El enfoque de estas propuestas es lograr equilibrio y continuidad en los campos de desplazamiento, esfuerzo y deformación entre ambas escalas. Sin embargo, el acoplamiento de superficie no se limita a propuestas basadas en restricciones, también se puede recurrir a elementos de transición, como los presentados por Garusi y Tralli (2002), que consisten en formulaciones cuyo objetivo es resolver la incompatibilidad de elementos con diferentes grados de libertad en sus extremos, esto se muestra en la Figura 1b para acoplar elementos viga con sólidos, y en Kanber y Bozkurt (2006) para el caso de placas con diferente cantidad de grados de libertad.

Sub-estructuración

La sub-estructuración tiene como motivación la distribución del trabajo para estudio especializado por diversos grupos de expertos, aprovechar la repetición de elementos y superar las limitaciones técnicas que supone un modelo complejo. La sub-estructuración se trata de la división de una estructura en super-elementos, los cuales son arreglos de elementos finitos que pueden considerarse como uno solo para fines computacionales. El proceso de sub-estructuración permite la condensación de los grados de libertad interiores de una sub-estructura, restando únicamente los grados de libertad de interfaz, estos últimos interactúan como condiciones de frontera con el resto de la estructura (Przemieniecki, 1985). La Figura 2 presenta la sub-estructuración de un edificio de concreto reforzado, donde las vigas de acoplamiento que conectan a los muros de cortante son modeladas por separado de un análisis que contiene al resto de la estructura (Park *et al.*, 2021).

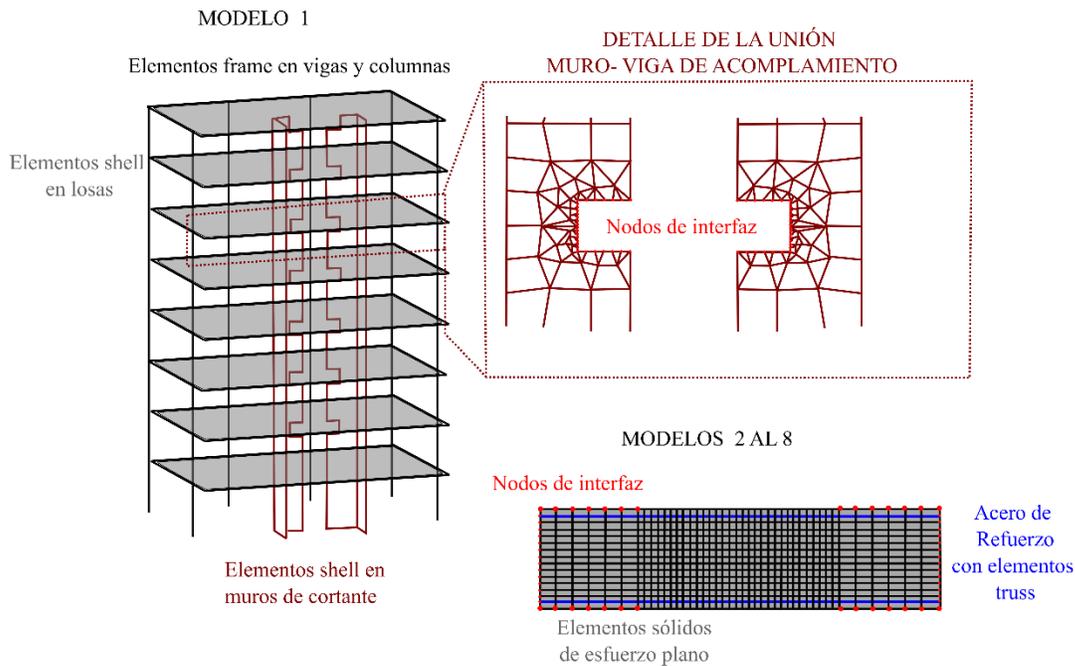


Figura 2. Proceso de sub-estructuración de un edificio (Park *et al.*, 2021).

Para la metodología propuesta en este trabajo, las sub-estructuras seleccionadas son conexiones viga-columna, en las cuales se busca condensar grados de libertad en la escala local, formada por elementos finitos sólidos, reduciendo de manera importante los grados de libertad relacionados en el modelo global; para ello se seleccionan como grados de libertad de interfaz a los desplazamientos (dos de traslación y uno de rotación) de los elementos marco que se encuentran en la frontera de acoplamiento, consiguiendo que un macro-elemento tenga $3xN$ grados de libertad de interfaz, donde N es el número de extremos en la conexión.

La simulación híbrida como herramienta de gestión de los procesos

La simulación híbrida, ilustrada en la Figura 3, es una prueba en la que un modelo se conforma de porciones numéricas y experimentales, las cuales en su conjunto representan a una estructura completa (Schellenberg, 2009). Los cálculos involucrados en estas pruebas se realizan mediante una solución numérica paso a paso de la ecuación del movimiento (ecuación 1), donde M es la matriz de masas, \ddot{U} el vector aceleraciones, C la matriz de amortiguamientos, \dot{U} el vector de velocidades, K_{num} la matriz de rigideces del arreglo modelado numéricamente, U el vector de desplazamientos y $P_r(U)$ las fuerzas de restitución de los arreglos experimentales que se involucran directamente por medio de sus fuerzas resistentes.

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + K_{num}U + P_r(U) = P(t) \tag{1}$$

En la ecuación 1 las fuerzas de restitución se dividen en la aportación del modelo numérico ($K_{num}U$) y las de las pruebas experimentales ($P_r(U)$). Como consecuencia de esto los arreglos experimentales sólo se prueban de forma cuasi-estática, despreciándose sus efectos de inercia y amortiguamiento, teniendo que modelarse numéricamente por separado. Por lo antes expuesto, es que se le conoce como prueba pseudo-dinámica, presentando ventajas importantes cuando los arreglos que serán modelados experimentalmente, o numéricamente por separado en este trabajo, presentan incursiones importantes de comportamiento no-lineal y tienen una masa despreciable con respecto al resto de la estructura o su efecto se puede evaluar dentro del modelo numérico como se presenta en Pegon y Pinto (2000).

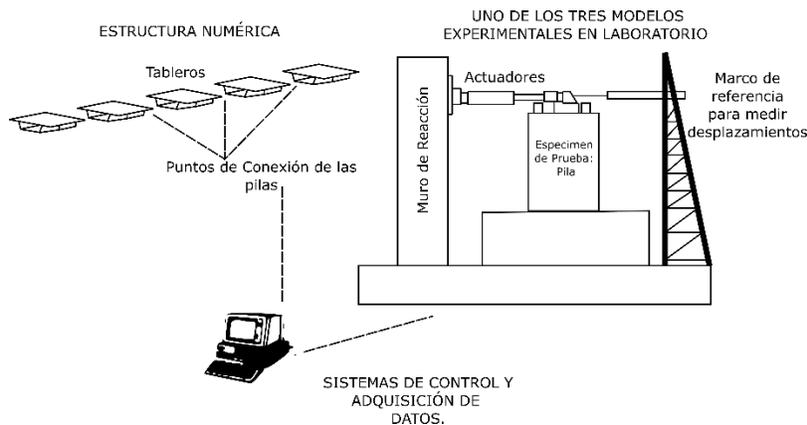


Figura 3. Configuración para la simulación híbrida de un puente (Pegon y Pinto, 2000).

A pesar de que la simulación híbrida es un método versátil y económico para el estudio experimental de estructuras, presenta como complicación las diferencias en su implementación para cada sitio experimental (Schellenberg *et al.*, 2006). Con el objetivo de estandarizar los requerimientos de la simulación híbrida, se han desarrollado plataformas que ofrecen los servicios y operaciones necesarias para relacionar diferentes porciones experimentales; entre estas plataformas se encuentran OpenFresco (Takahashi y Fenves, 2006), UI-SIMCOR (Kwon *et al.*, 2005) y UT-SIM (Huang y Kwon, 2020). En particular, OpenFresco es un ambiente independiente, modular y de código abierto para efectuar la simulación híbrida

en una forma robusta, transparente y extensible, proporcionando de una serie de servicios y operaciones comunes para implementar simulaciones de forma local y globalmente distribuidas (Schellenberg *et al.*, 2006). Por definición, es independiente del software de análisis de elemento finito a emplear, pero requiere que este último tenga la posibilidad de introducir elementos y rutinas de usuario.

OpenFresco opera tres grupos de tareas comunes que facilitan la implementación de la simulación híbrida. La primera está asociada con la transformación de las cantidades usadas en los cálculos del código de análisis de elemento finito a aquellas necesarias en los sub-arreglos de los laboratorios. La segunda corresponde a los medios para establecer control y adquisición de datos de los laboratorios. Finalmente, la tercera tarea, está enfocada a pruebas globalmente distribuidas y se encarga de la comunicación y coordinación de los diferentes sitios experimentales (que actúan como servidores) con el código de elemento finito que integra el sistema completo (cliente), el conjunto de módulos involucrados está esquematizado en la Figura 4.

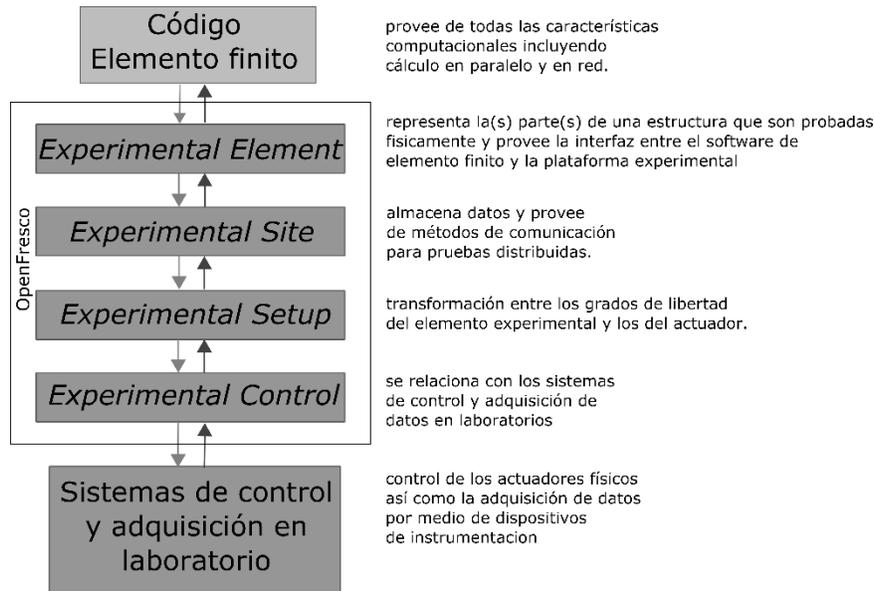


Figura 4. Módulos y sus funciones en la plataforma OpenFresco (Schellenberg et al., 2007).

Cuando los sub-arreglos experimentales, que trabajan como servidores en una simulación híbrida convencional, se sustituyen por arreglos numéricos, los principios de la prueba se conservan. El análisis análogo a la simulación híbrida con modelos puramente numéricos se denomina esquema Maestro-Esclavo, enfocado a aprovechar las características únicas de múltiples herramientas de análisis y grupos de trabajo. El esquema está fundamentado en el método de penalización (Huang *et al.*, 2008), donde las restricciones son la igualdad de desplazamientos entre las sub-estructuras y el modelo global del sistema. Al código encargado de la integración global de la respuesta del sistema se le conoce como maestro, y en él se establecen todos los controles experimentales de la prueba; la única implementación indispensable en el programa maestro es el Elemento Genérico Experimental, que representa a los super-elementos modelados en los programas esclavos, y sirve para comunicar sus respuestas a través de los grados de libertad de interfaz.

Por otro lado, en cada uno de los programas esclavos, se tiene que implementar un Elemento Adaptador, que realiza las acciones análogas a los sistemas de control/adquisición de datos y actuadores en una prueba pseudo-dinámica convencional. En el proceso numérico, el adaptador se coloca en los grados de libertad de interfaz de la sub-estructura de cada arreglo esclavo, recolectando la respuesta, en forma de

fuerzas, ante determinado grupo de desplazamientos impuestos en la interfaz, obtenidos proceso de integración global, en un proceso iterativo que se presenta en la Figura 5.

En este artículo se emplean las herramientas establecidas en OpenFresco para simulación híbrida, más precisamente el Elemento Adaptador, para gestionar los procesos necesarios para la comunicación e integración de las sub-estructuras, que contienen los componentes del análisis a detalle en la escala denominada como local, en la solución global de la estructura; esto reduce de manera importante la necesidad de implementaciones y rutinas de usuario.

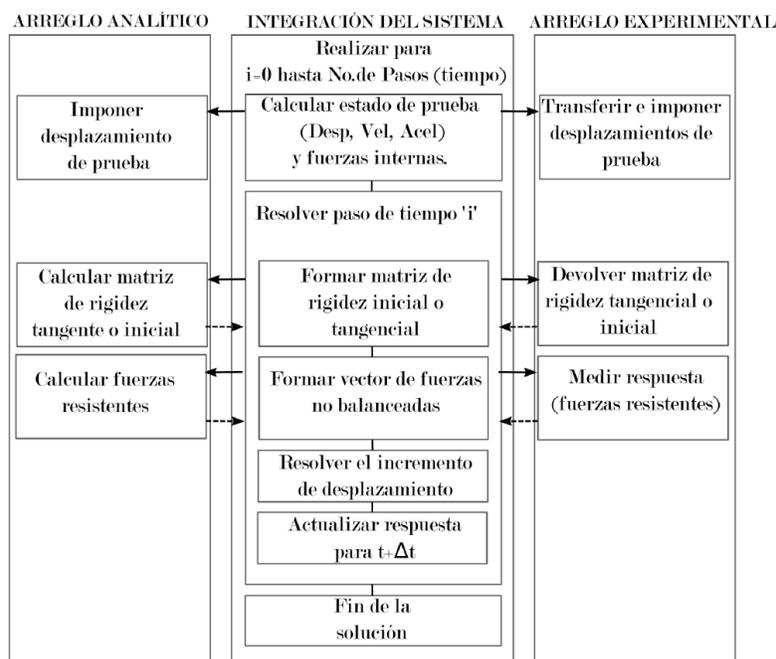


Figura 5. Proceso de cálculo para una simulación acoplada (Schellenberg, 2009).

PROPUESTA DE ANÁLISIS

La metodología de análisis consiste en la sub-estructuración de las porciones de mayor demanda en una estructura, en las cuales se pueden concentrar los efectos no-lineales, siendo necesario seleccionarlas previamente; esto se puede realizar por medio del empleo de resultados en modelos simplificados, tales como los de análisis elástico-lineal, y los del análisis no-lineal con plasticidad concentrada o modelos de fibras. Las porciones seleccionadas se modelan a detalle por separado, introduciendo en cada una de ellas un acoplamiento entre las dos diferentes escalas de análisis, estas sub-estructuras se someten a un proceso de condensación de grados de libertad, reduciendo de forma importante la cantidad que se relaciona directamente con el resto de la estructura. Finalmente, se establece comunicación entre los múltiples modelos, aprovechando herramientas que estandarizan la comunicación entre distintos tipos de modelo y grupos de trabajo, en un esquema iterativo denominado maestro-esclavo (Huang *et al.*, 2008), que simula una prueba pseudo-dinámica.

A pesar de tratarse de una metodología versátil, aplicable a diversos problemas (Paniagua y Ayala, 2023), en este trabajo se muestran sus elementos empleando el caso de marcos planos, que se modelaran planteando dos sub-escalas, denominadas global y local. Se propone emplear un grupo de elementos finitos sólidos de esfuerzo plano capaces de modelar a detalle los fenómenos en todas las zonas donde se espere

daño, siendo esta la sub-escala local. Mientras que la mayor parte del modelo se construye por medio de elementos marco a flexión que son más generales, pudiendo representar grandes tramos de vigas y columnas, este modelo se trata de la sub-escala global, y es en ésta donde los fenómenos de pérdida de rigidez y resistencia, que se calculan en escalas locales, deben tener influencia.

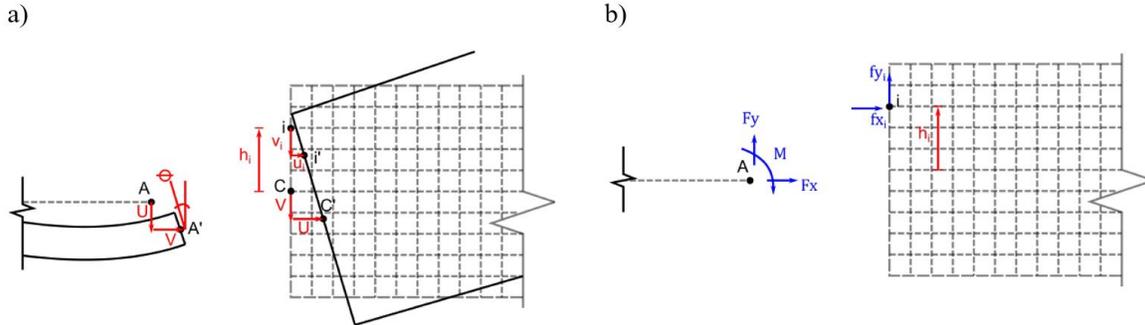


Figura 6. Acoplamiento de superficie para las dos sub-escalas de análisis. a) Cinemática del acoplamiento. b) Fuerzas internas en el acoplamiento.

Incluso cuando los grados de libertad no coinciden en ambos sistemas, el acoplamiento debe satisfacer tres condiciones: equilibrio de fuerzas, congruencia en la cinemática y continuidad en los campos de estudio. El equilibrio de fuerzas en la interfaz de acoplamiento entre las dos sub-escalas se establece por medio de las ecuaciones 2 a 4, donde $f x_i$ y $f y_i$ son las fuerzas en dirección de los ejes locales en el nodo i , h_i es el brazo de palanca de $f x_i$, medido del centroide de la sección al nodo i , $F x$ la fuerza axial en el extremo del elemento marco, $F y$ la fuerza cortante y M el momento flexionante.

$$\sum_i f x_i = F x \quad (2)$$

$$\sum_i f y_i = F y \quad (3)$$

$$\sum_i f x_i h_i = M \quad (4)$$

La segunda condición establece que la cinemática de ambos niveles de análisis debe ser consistente. En el sistema de estudio, esto se logra por medio de la imposición de las hipótesis de Bernoulli (teoría de vigas) sobre los elementos sólidos de esfuerzo plano empleando métodos de restricción como ecuaciones de transformación, multiplicadores de Lagrange o penalización. Las ecuaciones 5 y 6 expresan las restricciones de la superficie de acoplamiento en sistema local de coordenadas, donde u_i y v_i son los desplazamientos en dirección de los ejes locales en el nodo i , θ el desplazamiento angular en el extremo del elemento marco, U y V sus desplazamientos en dirección longitudinal y transversal, respectivamente.

$$u_i = U - \theta h_i \quad (5)$$

$$v_i = V \quad (6)$$

En la Figura 6 se ilustra la propuesta para las dos primeras condiciones. Finalmente, para conseguir que el comportamiento del campo de esfuerzos y deformaciones no tenga saltos importantes entre los diferentes tipos de elemento, se debe comprobar que el comportamiento no-lineal en la escala local se presente en regiones separadas de la frontera de acoplamiento, con el fin de conservar las relaciones lineales entre los grados de libertad restringidos (Yue *et al.*, 2011).

De acuerdo con los principios expuestos en las secciones anteriores, el procedimiento de análisis multi-escala enfocado a marcos se sintetiza en los pasos siguientes:

- 1) Implementación de un *elemento genérico experimental* en el código de análisis de elemento finito que actuará como *maestro*.
- 2) Implementación del *elemento adaptador* en los programas *esclavo*, responsable de imponer las condiciones de frontera, recolectar su respuesta y establecer comunicación con el maestro. En este trabajo el análisis maestro y los esclavos se realizarán empleando el software OpenSees (McKenna *et al.*, 2000).
- 3) Selección de las porciones de detalle en el modelo de análisis. En el caso de una estructura reticular se puede partir de los resultados de un análisis no-lineal estático formado por elementos a flexión.
- 4) Cada una de las porciones previamente seleccionadas se modela con una malla refinada de elementos finitos sólidos que se acopla a un elemento marco en cada uno de sus extremos, restringiendo los grados de libertad de los nodos de la superficie de acoplamiento, en este caso aplicando las hipótesis de la teoría de vigas de Bernoulli. Esto se coloca en un arreglo esclavo, reduciendo los grados de libertad del arreglo a 3 por nodo de interfaz
- 5) La matriz de rigideces de un sub-arreglo se calcula restringiendo los grados de libertad de interfaz e imponiendo desplazamientos unitarios en cada uno de ellos, las reacciones monitoreadas corresponden a los términos de la matriz de rigideces inicial.
- 6) Construcción del modelo de análisis global en el programa maestro, sustituyendo los sub-arreglos modelados en los esclavos con los elementos genéricos experimentales, que tienen como argumento las matrices de rigideces iniciales previamente determinadas y la dirección IP del equipo que procesará a cada proceso esclavo.
- 7) Construcción de los modelos de análisis local en los programas esclavos, conectando el elemento adaptador con los grados de libertad de interfaz de cada sub-arreglo. El adaptador impone las condiciones de frontera en los esclavos en forma de desplazamientos obtenidos de la respuesta global, también es responsable de la recolección y transferencia de respuesta del sub-arreglo.

CASOS DE ESTUDIO

Marco de un nivel

Consiste en un marco regular de un nivel y una crujía con un claro de 5 m y una altura de 3 m medidos de centro a centro de los elementos y sección constante de 20 cm x 30 cm. Las propiedades del material son módulo de elasticidad de $2 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ y relación de Poisson de 0.18. Se consideró de masa concentrada en el centro de la crujía, con valor de $1.174 \text{ kg-s}^2/\text{cm}$, correspondiente a su peso propio. Los modelos realizados presentan las características de la tabla 1 y se ilustran en la Figura 7, uno empleando la metodología propuesta, y sus resultados se compararon con los de un análisis convencional con elementos a flexión y un modelo de elementos finitos sólidos. Las condiciones de carga a las que fue sometida la estructura son: a) análisis estático: carga vertical de 344 kg/m, correspondiente a peso propio y a una sobrecarga de 200 kg/m colocados como carga repartida en la viga, que inicia a 50 cm de distancia del eje neutro de la columna izquierda; y b) análisis dinámico: una aceleración en la base determinada por el registro de aceleraciones del Sismo de 1985 en la Ciudad de México, componente Este-Oeste, de la estación SCT.

Tabla 1. Características de los modelos para el marco de un nivel

	Modelo a flexión	Modelo de sólidos
Nodos	17	1547
Elementos	16	1320
Grados de libertad	45	3066

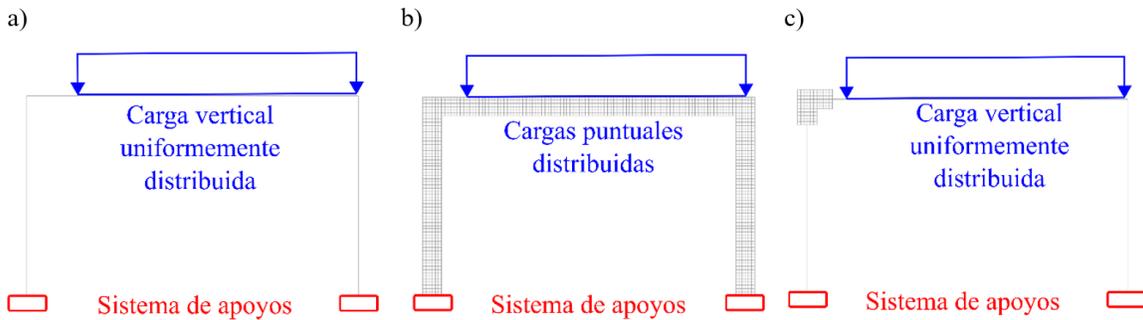


Figura 7. Modelos de análisis para el marco de un nivel. a) Modelo de elementos a flexión. b) Modelo de elementos finitos sólidos. c) Modelo en dos escalas.

Al tratarse de un modelo elástico, la inclusión de zonas de detalle no debe alterar en forma importante el comportamiento global de la estructura, y adicionalmente, no deben existir saltos significativos en los campos de estudio del problema. En el modelo de dos escalas, ilustrado en la Figura 8, se discretizó una conexión viga-columna empleando elementos finitos sólidos, los cuales representan la escala de detalle o local; en sus fronteras se impusieron las condiciones cinemáticas de la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, esto se hizo a través de elementos marco con altos valores de rigidez axial y a flexión en todo el peralte de los elementos sólidos, y una viga corta en sentido longitudinal, reduciéndose los grados de libertad a 3 por nodo. El super-elemento se relaciona con el resto de la estructura por medio de 6 grados de libertad de interfaz; las matrices de rigideces se determinan de acuerdo con el concepto elemental de rigidez, imponiendo desplazamientos unitarios y registrando las fuerzas resistentes en todos los grados de libertad de interfaz. En los análisis esclavos es necesario definir el elemento adaptador, uno de sus argumentos es la matriz de penalización con valores en su diagonal principal 1000 veces mayores al mayor elemento de la matriz de rigideces condensada del super-elemento. El resto de la estructura se modeló con elementos marco y un elemento genérico experimental, que contiene la matriz de rigidez inicial y establece los puertos de conexión entre ambos modelos, estableciendo que la plataforma OpenFresco sea la encargada de manejar el proceso iterativo.

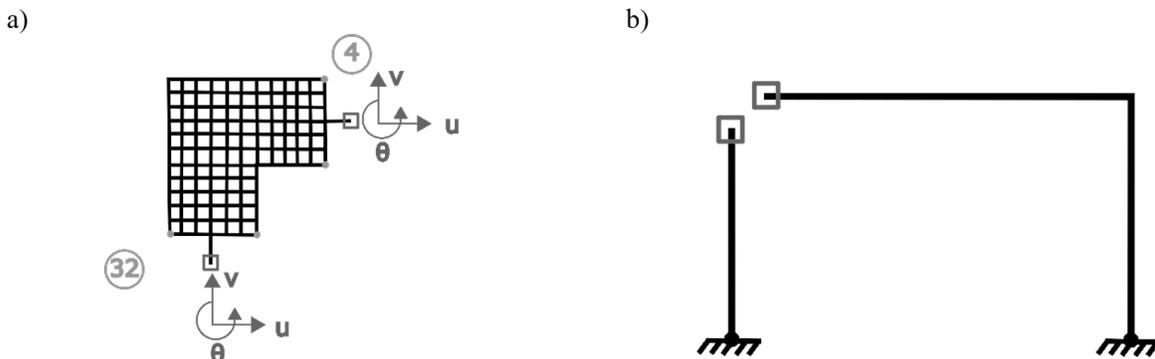


Figura 8. Sub-estructuración del marco de un nivel para el análisis en dos escalas. a) Modelo esclavo en escala local y b) Modelo maestro en escala global.

Los resultados del análisis estático se presentan en la tabla 2; la integración de las fuerzas se ilustra por medio del momento flexionante evaluado con la ecuación 4, y la consistencia en los desplazamientos obtenidos con los modelos se muestra a través de los valores en los nodos de interfaz.

Tabla 2. Momentos y desplazamientos resultado análisis en el caso estático y sus diferencias con respecto al modelo de elementos finitos. *Tiempo sin OpenFresco

	Modelo a flexión	Modelo de sólidos	Modelo en dos escalas
$M_4(kg - cm)$	18389	19576	20047
$u_4(cm)$	-0.00136	-0.00125	0.0029
$v_4(cm)$	-0.02934	-0.02691	-0.02786
$\theta_4(rad)$	6.35×10^{-4}	5.83×10^{-4}	6.10×10^{-4}
$M_{32}(kg - cm)$	39798	36196	41369
$u_{32}(cm)$	-0.01631	-0.01694	-0.01379
$v_{32}(cm)$	-0.00145	-0.00145	-0.00146
$\theta_{32}(rad)$	1.78×10^{-4}	1.88×10^{-4}	2.045×10^{-4}
Tiempo de análisis (segundos/paso)	3/100000	331/10000	39/10000 (9/10000)*

Las diferencias observadas se deben a que al analizar dos modelos diferentes no se esperan los mismos resultados y a que las cargas no se aplican exactamente de la misma forma en todos los modelos; es importante mencionar que en el esquema de maestro-esclavo todas las cargas se colocan en el maestro (o modelo global), por lo que es de gran importancia tener un criterio adecuado para la selección de porciones de detalle y ajustar el modelo a esta condicionante. También se observa que el tiempo de análisis por paso del método multi-escala en un solo modelo conjunto es mucho menor que el obtenido con análisis refinado de elemento finito para este ejemplo. Por otra parte, la introducción de sub-estructuración con OpenFresco introduce un incremento importante de tiempo, pero sin superar, en este caso, al de un análisis de elemento finito; esto se debe al tiempo de comunicación entre maestro y esclavos, y a la cantidad de iteraciones necesarias para que alcancen la convergencia en la solución. En general, los esclavos deben representar varias zonas de comportamiento complejo para que su análisis en paralelo represente una ventaja con respecto a un solo modelo en dos escalas.

Otro resultado que debe observarse es la continuidad en los campos de estudio para el modelo multi-escala; la congruencia del campo de desplazamientos debe cumplirse, ya que es parte de las imposiciones realizadas sobre el modelo local. El campo de esfuerzos debe evaluarse en la superficie de acoplamiento, las comparaciones para los distintos modelos se presentan en la tabla 3, donde los valores para el modelo de elementos a flexión se obtuvieron a través de las expresiones $\sigma_{xx} = M/S + N/A$ y $\tau = 1.5V/A$, aplicables en vigas rectangulares. De estos resultados, y de los estados de esfuerzo presentados en la Figura 9, se puede observar que el campo de esfuerzos es congruente los elementos de la teoría de vigas, sin saltos importantes.

Tabla 3. Momentos y desplazamientos resultado análisis en el caso estático y sus diferencias con respecto al modelo de elementos finitos. *Tiempo sin OpenFresco

	Modelo a flexión	Modelo de sólidos	Modelo en dos escalas
$\sigma_{xx}(kg/cm^2)$	8.00/-8.89	7.17/-7.67	8.47/-7.23
$\tau(kg/cm^2)$	1.74	1.67	1.6223
$\sigma_{yy}(kg/cm)$	0	0.028	0.4936

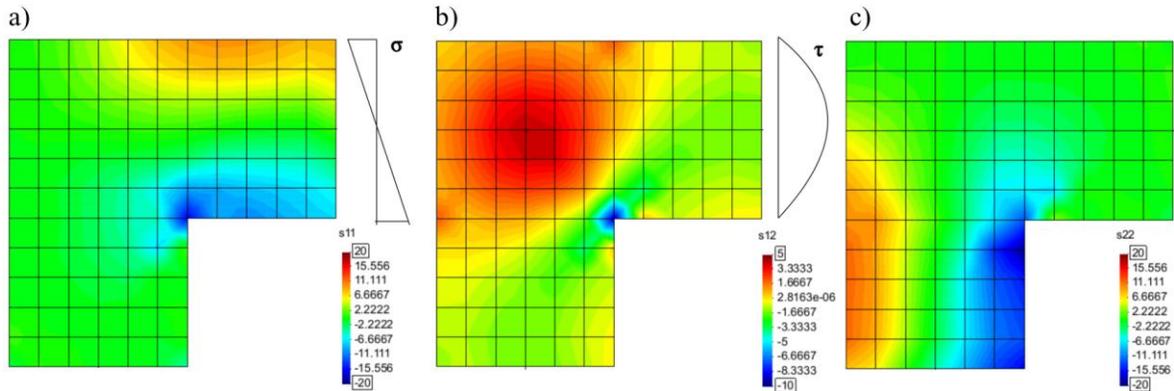


Figura 9. Resultados del análisis estático en el marco de un nivel. Estados de esfuerzo en kg/cm² en la zona de detalle. a) Esfuerzo normal en la viga, σ_{xx} . b) Esfuerzo cortante en la viga, σ_{xz} . c) Esfuerzo perpendicular a las fibras de la viga, σ_{zz} .

El análisis ante carga sísmica tiene una configuración de forma análoga a las pruebas pseudo-dinámicas, donde el esclavo realiza una serie de análisis estáticos, mientras que el maestro realiza un análisis dinámico en el tiempo, en este ejemplo con el algoritmo de solución de Newmark ($\beta=1/4$) y amortiguamiento del 5%. Los resultados del análisis, mostrados en la Figura 10, permiten concluir que la introducción de esta zona de detalle no induce importantes cambios en la respuesta; la máxima diferencia se presenta en el tiempo 60.77 s y representa el 4.91% de la amplitud. Por otra parte, los modos de vibrar, mostrados en la Figura 11, resultan similares en forma y en periodo, comparados en la tabla 4.

Tabla 4. Resultados del análisis modal, periodos del marco de un nivel

	Modelo a flexión	Modelo de sólidos	Modelo en dos escalas
$T_1 - lateral (s)$	0.098147	0.096660755	0.0985996
$T_2 - vertical (s)$	0.0757815	0.0745387447	0.07477604

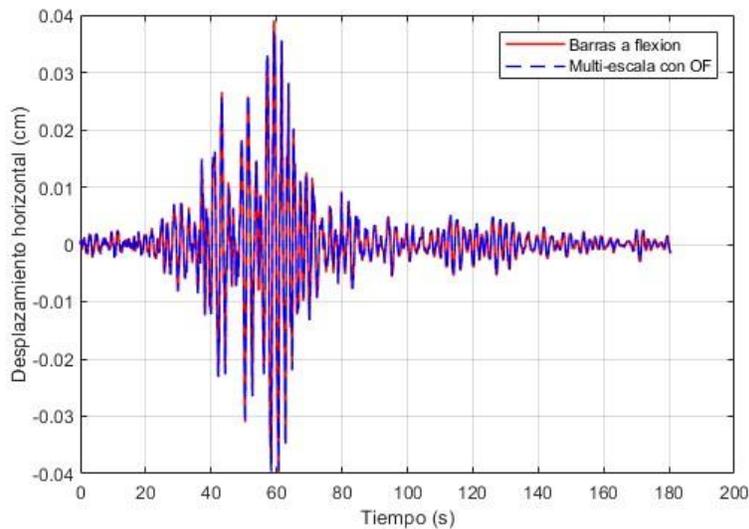


Figura 10. Resultados del análisis dinámico en el marco de un nivel. Desplazamiento horizontal medido en la masa contra tiempo.

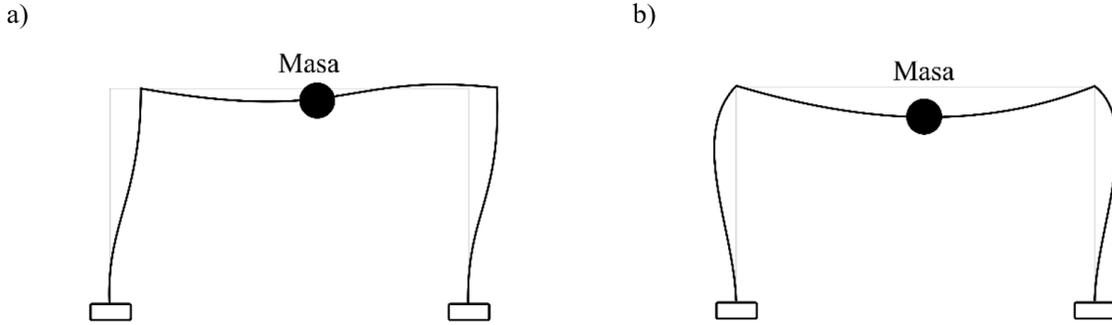


Figura 11. Modos de vibrar para el marco de un nivel y una crujía. a) Primer modo- desplazamiento lateral. b) Segundo modo- desplazamiento vertical en el centro de la viga.

Análisis No-Lineal de Empuje Lateral

Este caso corresponde a la solución de una estructura compleja, donde se sub-estructuran múltiples porciones de esta, mostrando la posibilidad de abordar casos no-lineales con la propuesta realizada y se compara con dos modelos análogos: elementos finitos sólidos de esfuerzo plano y un modelo de elementos marco basados en fibras elastoplásticas; sus características se resumen en la tabla 5 y se ilustran en la Figura 13.

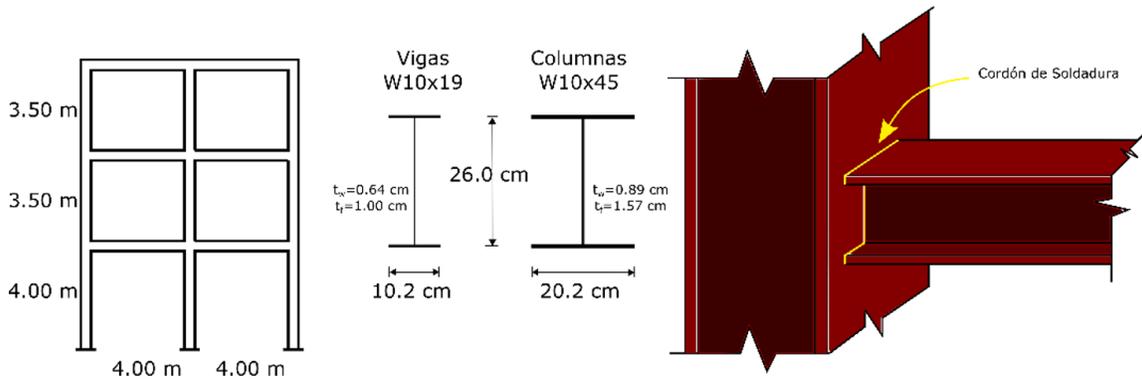


Figura 12. Geometría del marco de acero de 3 niveles y dos crujías. Secciones definidas y detalle de las conexiones entre vigas y columnas.

El marco es regular, de acero estructural, de tres niveles y dos crujías, el cual tiene claros de 4 m y una altura de 4 m en el primer entrepiso, 3.5 m en el resto y secciones transversales mostradas en la Figura 12. Las propiedades nominales del acero son módulo de elasticidad de $2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, módulo de Poisson de 0.30 y esfuerzo de fluencia $f_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$, no se consideraron efectos de endurecimiento. Dado que el análisis a realizar será de empuje lateral estático, no es necesario definir masas de entrepiso. Los modelos presentados en la Figura 12 se cargaron en dos etapas: 1) análisis estático de carga vertical, consiste en cargas uniformemente repartidas de 2000 kg/m en los dos primeros pisos y 1500 kg/m en azotea, y 2) análisis estático de carga lateral incremental con distribución lateral proporcional a la altura de los pisos, corresponde a la solución de una estructura compleja, donde se sub-estructuran múltiples porciones de esta, mostrando la posibilidad de abordar casos no-lineales con la propuesta realizada y se compara con dos modelos análogos: elementos finitos sólidos de esfuerzo plano y un modelo de elementos marco basados en fibras elastoplásticas; sus características se resumen en la tabla 5 y se ilustran en la Figura 13.

Tabla 5. Características de los modelos para el marco de tres niveles y dos crujeías

	Modelo a flexión	Modelo de sólidos	Modelo en dos escalas
Nodos	12	3528	1764
Elementos	15	3042	1544
Grados de libertad	27	7014	3276

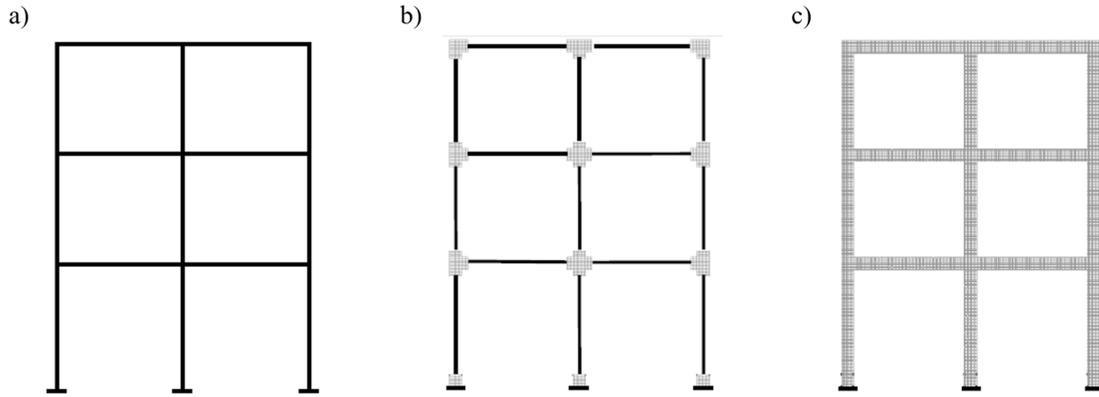


Figura 13. Modelos del marco de acero de tres niveles y dos crujeías. a) Modelo de elementos a flexión. b) Modelo de elementos finitos sólidos. c) Modelo en dos escalas.

Para el modelo en dos escalas, se establecieron 12 zonas para concentrar los efectos no-lineales de la estructura. El modelo de mayor escala, encargada del análisis maestro o global, es una estructura de barras con 12 super-elementos que hacen las veces de conexiones viga(s)-columna(s) y bases, de acuerdo con la distribución de la Figura 14. Las sub-estructuras en los programas esclavos contienen los modelos en escala local, los cuales están acoplados por medio de las ecuaciones 1 a 5. Las conexiones se suponen completamente soldadas en sus bordes y se mallaron con elementos sólidos con un modelo constitutivo de plasticidad de von Mises (J_2), en las cuales se varió el espesor para considerar la contribución de los patines. De igual forma se requiere el cálculo sus matrices de rigidez inicial, en sus $3 \times N$ grados de libertad de interfaz (siendo N el número de nodos de determinada conexión) y, posteriormente, la introducción de un elemento adaptador que conecte a los grados de libertad de interfaz con el resto de la estructura.

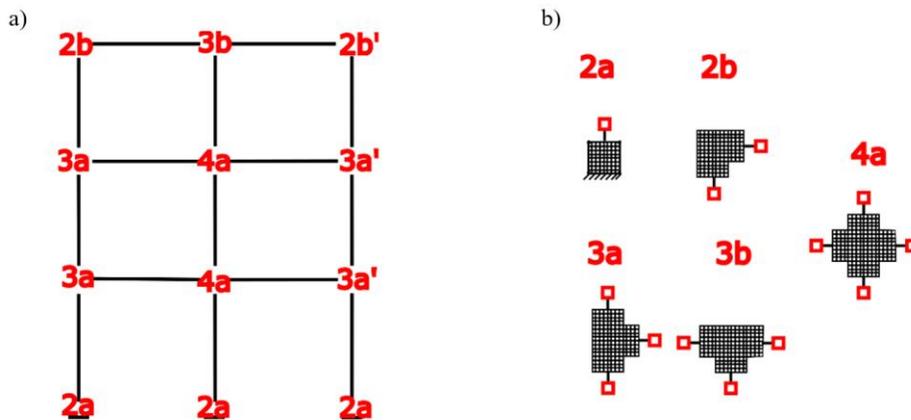


Figura 14. Sub-estructuras para el modelo de análisis multi-escala del marco de tres niveles. a) Modelo maestro a escala global. b) Modelos esclavos a escala local.

Como indicador global del proceso de daño, en la Figura 15, se muestran los resultados de la prueba de empuje lateral con control de fuerzas, motivo por el cual se monitorea hasta la aparición de rigidez cero. En el modelo de elementos marco se tiene una curva con una rama lineal (sin daño) de mayor longitud hasta $u_{Barras}=9.70$ cm en azotea y que tiene cambios abruptos en la rigidez cuando inicia la formación de lo que sería cada una de las articulaciones plásticas; mientras que los modelos de elemento finito y multi-escala tienen una degradación más suave de la rigidez en $u_{EF}=6.80$ cm y $u_{ME}=6.70$ cm, ya que el daño se manifiesta separadamente en cada uno de los elementos finitos de las zonas de mayor demanda. En la tabla 6 se presentan las cantidades más generales para comparar la respuesta de los modelos, mostrando la tendencia de los análisis multi-escala hacia un modelo refinado, con un tiempo de análisis significativamente menor.

Como indicador de los procesos de daño a nivel local, se presenta en la Figura 16.a el estado de esfuerzos de von Mises obtenido del análisis de elemento finito para el paso de carga última, el valor que alcanza un punto cuando se presenta su fluencia es 2029.5 kg/cm^2 . En la Figura 16.b, se describe el orden de ocurrencia de las articulaciones plásticas: las primeras cuatro articulaciones ocurren en las vigas del primer nivel; posteriormente, ocurren otras cuatro articulaciones en las vigas del segundo nivel; finalmente, ocurren articulaciones en las columnas central, izquierda y derecha, respectivamente. Cuando se articulan todas las columnas en la parte inferior, el sistema de ecuaciones deja de ser estable, por lo que no se continúa con el análisis.

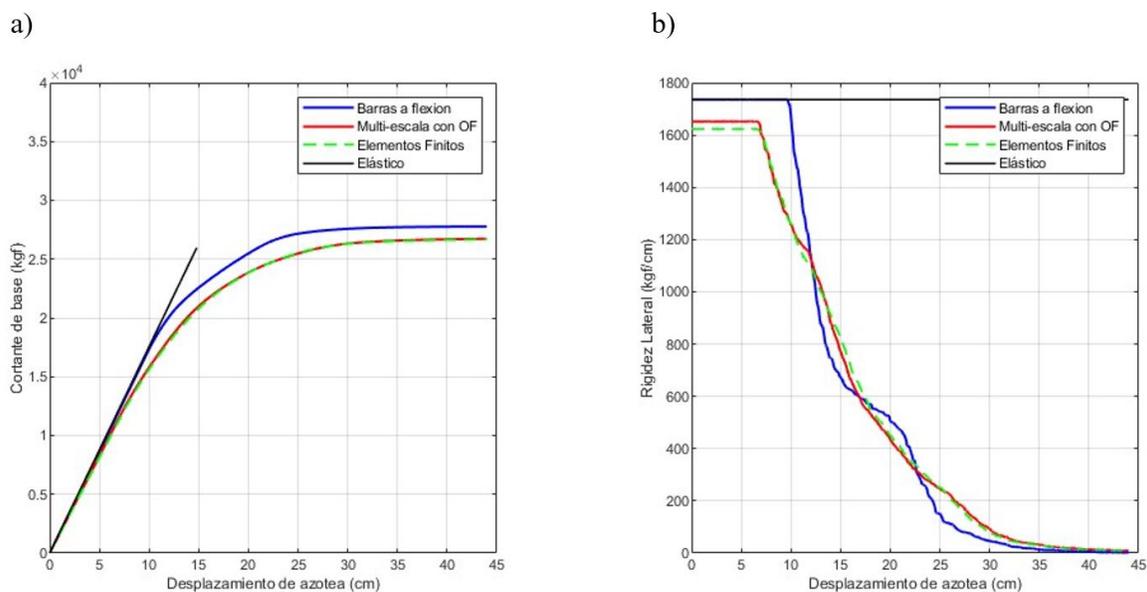


Figura 15. Respuesta del marco de acero de tres niveles y dos crujías. a) Curvas de capacidad. b) Degradación de la rigidez lateral en los modelos del marco de acero de tres niveles.

Tabla 6. Resultados del análisis de empuje lateral y sus diferencias con respecto al modelo de elementos finitos. *Tiempo sin OpenFresco.

	Modelo a flexión	Modelo de sólidos	Modelo en dos escalas
Rigidez Inicial (kg/cm^2)	1735	1623	1651
Cortante último de base (kg/cm^2)	27774	26674	26735
Tiempo de análisis(segundos/pasos)	1/450	(160/300)	(72/300) (252/300)*

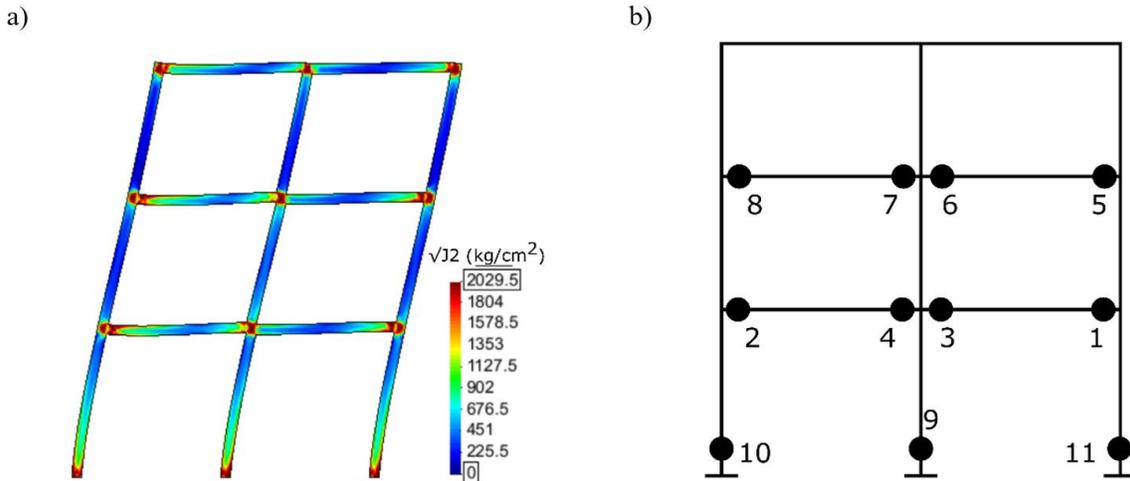


Figura 16. Resultados del análisis ante carga lateral. a) Esfuerzos de von Mises en el modelo de elementos finitos. b) Orden de ocurrencia de las articulaciones plásticas.

CONCLUSIONES

Los casos presentados muestran la capacidad del método propuesto para dividir una estructura en múltiples análisis y distribuirlos en varios equipos de cómputo, obteniendo resultados satisfactorios para obtener la respuesta sísmica en análisis dinámicos y caracterizar la capacidad estructural a través de análisis de empuje lateral (*pushover*). La metodología propuesta se basa en herramientas disponibles en gran parte de los códigos de análisis de elemento finito y en una plataforma de simulación híbrida que gestiona las transferencias de información, haciéndola fácilmente extensible y favoreciendo la división del trabajo de análisis a grupos y software especializados, aprovechando sus desarrollos particulares. Los resultados obtenidos conducen a las siguientes observaciones:

- La selección de los pesos de penalización para el proceso maestro-esclavo es una variable que puede afectar los resultados, ya que si es muy baja se subestima la demanda en las porciones de detalle y si es muy elevada conduce a inestabilidad numérica en la solución.
- La generación de modelos esclavos y el cálculo de su matriz de rigidez inicial puede ser un trabajo extenso, ya que se requiere imponer desplazamientos y monitorear fuerzas resistentes en todos sus grados de libertad de interfaz, por ello es recomendable aprovechar la simetría y repetición de super-elementos, en este caso se resolvió desarrollando rutinas de cómputo.
- El método realiza la solución de los modelos esclavos en paralelo, por lo que es deseable distribuir las porciones de detalle en una mayor cantidad de esclavos, en este caso el modelo del marco de tres niveles se realizó con doce esclavos, pero si se hubiera realizado con menos esclavos el tiempo de análisis se hubiera incrementado.
- Es importante asegurar la convergencia de todos los esclavos durante el análisis o en su caso implementar alguna rutina que actué en caso de que algún modelo no alcance convergencia, en caso contrario el análisis global se verá interrumpido.
- El manejo de los criterios de convergencia en los modelos locales y el global y del incremento de carga en el análisis global son críticos en el tiempo de análisis, en general se observó que reducir el número de iteraciones maestro-esclavo en un solo paso de carga es beneficioso, esto se debe a que los esclavos contienen modelos bastante más complejos. Reducir las iteraciones maestro-esclavo en modelos que incluyan arreglos experimentales es fundamental, dado que cuando se imponen

- desplazamientos de prueba a un arreglo que ha incursionado en su etapa no-lineal, su estado de daño no es reversible para realizar una prueba con las condiciones que se tienen al inicio del paso de carga.
- La introducción de porciones de detalle permite relajar hipótesis en el modelo global, como el caso del marco de 3 niveles, un modelo de histéresis o de fibras puede ser sustituido por un modelo más general de elementos sólidos con modelo constitutivo de plasticidad J2, que corresponden a una escala local.
 - La posibilidad de distribuir geográficamente una prueba no altera los resultados en este planteamiento, ya que todos los modelos son numéricos, en caso de incluir porciones experimentales probadas en tiempo real, el tiempo de cálculo y comunicación se vuelve una variable crítica en el análisis.

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue posible gracias al apoyo de la Dirección General de Asuntos de Personal Académico (DGAPA) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), a través del proyecto PAPIIT número IN115824 y al patrocinio proporcionado por la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) a través del proyecto de Ciencia de Frontera CF-2023-I-2776 y la beca de doctorado otorgada al primer autor.

REFERENCIAS

- Garusi, E. y Tralli, A. (2002). "A hybrid stress-assumed transition element for solid-to-beam and plate-to-beam connections". *Computers & Structures*, Vol 80, No 2, pp. 105–115. DOI: [10.1016/S0045-7949\(01\)00172-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(01)00172-9)
- Huang, X., y Kwon, O. (2020). "A generalized numerical/experimental distributed simulation framework". *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 24, No 4, pp. 682-703. DOI: [10.1080/13632469.2018.1423585](https://doi.org/10.1080/13632469.2018.1423585)
- Huang, Y., Schellenberg, A., Mahin, S., y Fenves, G. (2008), "Coupling FE software through adapter elements: A novel use of user defined elements", *10th International LS-DYNA Users Conference*, Detroit, MI, Estados Unidos.
- Kanber B. y Bozkurt O. (2006). "Finite element analysis of elasto-plastic plate bending problems using transition rectangular plate elements". *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 22, pp. 355-365. DOI: [10.1007/s10409-006-0012-y](https://doi.org/10.1007/s10409-006-0012-y)
- Kwon, O-S., Nakata, N., Elnashai, A.S. y Spencer, B.F (2005). "A Framework for Multi-site Distributed Simulation and Application to Complex Structural Systems". *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 9, No 5, pp. 741-753. DOI: [10.1080/13632460509350564](https://doi.org/10.1080/13632460509350564)
- Li, Z., Chan, T. H., Yu, Y. y Sun, Z. (2009). "Concurrent multi-scale modeling of civil infrastructures for analyses on structural deterioration—part I: Modeling methodology and strategy". *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 45, No 11, pp. 782–794. DOI: [10.1016/j.finel.2009.06.013](https://doi.org/10.1016/j.finel.2009.06.013)
- Maekawa, K., Ishida, T. y Kishi, T. (2009). *Multi-scale Modeling of Structural Concrete*. Primera ed. Taylor & Francis. DOI: [10.1201/9781482288599](https://doi.org/10.1201/9781482288599)
- McKenna, F., Fenves, G. y Scott M. (2000), *Open System for Earthquake Engineering Simulation*, University of California, Berkeley CA. Estados Unidos. <http://opensees.berkeley.edu>
- Mourlas, C., Gravett, D. Z., Markou, G., y Papadrakakis, M. (2019). "Investigation of the soil structure interaction effect on the dynamic behavior of multistorey RC buildings". *VIII international conference on computational methods for coupled problems in science and engineering, Coupled Problems CIMNE*, Barcelona, España.

- Paniagua, C. y Ayala, A.G. (2023), “Two scale seismic analysis of masonry infill concrete frames through hybrid simulation”. *Earthquakes and Structures*, Vol. 24, No 6, pp 393-404. DOI: [10.12989/eas.2023.24.6.393](https://doi.org/10.12989/eas.2023.24.6.393)
- Park, J., Strepelias, E., Stathas, N., Kwon, O. S., y Bousias, S. (2021). “Application of hybrid simulation method for seismic performance evaluation of RC coupling beams subjected to realistic boundary condition. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 50, No 2, pp. 375-393. DOI: [10.1002/eqe.3335](https://doi.org/10.1002/eqe.3335)
- Pegon, P. y Pinto, A.V. (2000). “Pseudo-dynamic testing with substructuring at the ELSA Laboratory”. *Earthquake engineering & structural dynamics*, Vol. 29, pp. 905-925. DOI: [10.1002/1096-9845\(200007\)29:7%3C905::AID-EQE941%3E3.0.CO;2-P](https://doi.org/10.1002/1096-9845(200007)29:7%3C905::AID-EQE941%3E3.0.CO;2-P)
- Poliotti, M., Bairán, J.-M., y Möller, O. (2021). “A variable order framework for 3d nonlinear analysis of reinforced concrete frames under general loading”. *Engineering Structures*, Vol. 242, No 112536. DOI: [10.1016/j.engstruct.2021.112536](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112536)
- Przemieniecki, J. S. (1985). *Theory of Matrix Structural Analysis*. Primera ed. Dover Publications
- Schellenberg, A. H. (2009), “Advanced implementation of hybrid simulation”, *PEER Reporte 2009/104* Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, Estados Unidos. <https://peer.berkeley.edu/publications/2009-104>
- Schellenberg, A., Mahin, S. A. y Fenves, G. L. (2006), “Application of an experimental software framework for international hybrid simulation”, *4th International Conference on Earthquake Engineering*, Taipei, Taiwan.
- Schellenberg, A., Mahin, S. A. y Fenves, G. L. (2007), “A software framework for hybrid simulation of large structural systems”, *ASCE Structural Engineering Research Frontiers Congress*, Reston, VA, Estados Unidos.
- Takahashi, Y. y Fenves, G. L. (2006). “Software framework for distributed experimental–computational simulation of structural systems”. *Earthquake engineering & structural dynamics*, Vol. 35, No 3, pp. 267-291. DOI: [10.1002/eqe.518](https://doi.org/10.1002/eqe.518)
- Takeda, T., Sozen, M. A. y Nielsen, N. N. (1970). “Reinforced concrete response to simulated earthquakes”. *Journal of the structural division*, Vol. 96, No 12, pp. 2557–2573. DOI: [10.1061/JSDEAG.0002765](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002765)
- Taucer, F., Spacone, E. y Filippou, F. C. (1991). “A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures”, *Reporte UCB/EERC-91/17*. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, Estados Unidos. <https://nisee.berkeley.edu/elibrary/Text/237794>
- Wang, F., Xu, Y. y Qu, W. (2014). “Mixed-dimensional finite element coupling for structural multi-scale simulation”. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 92, pp. 12–25. DOI: [10.1016/j.finel.2014.07.009](https://doi.org/10.1016/j.finel.2014.07.009)
- Weinan, E. (2011), *Principles of Multiscale Modeling*. Primera ed. Cambridge University Press. https://assets.cambridge.org/97811070/96547/frontmatter/9781107096547_frontmatter.pdf
- Yue, J. G., Fafitis, A., Qian, J., y Lei, T. (2011), “Application of 1D/3D finite elements coupling for structural nonlinear analysis”, *Journal of Central South University of Technology*, Vol. 18, No 3, pp. 889-897. DOI: [10.1007/s11771-011-0778-3](https://doi.org/10.1007/s11771-011-0778-3)