

COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE CIMENTACIÓN TIPO CANDELERO PARA PUENTES CON COLUMNAS PREFABRICADAS DE CONCRETO REFORZADO

Miguel A. Torres Matos⁽¹⁾ y Mario E. Rodríguez⁽¹⁾

RESUMEN

En esta investigación se llevaron a cabo estudios analíticos y experimentales del comportamiento sísmico de cuatro especímenes, a escala 1/2.5, representativos del prototipo de una columna típica de un puente de concreto prefabricado con cimentación tipo candelero, construidos en los últimos años en la ciudad de México. Los especímenes estudiados fueron de dos tipos, el primero consistió en una columna con cimentación tipo candelero sin presfuerzo en la cimentación y el segundo tenía además cables de presfuerzo en la zona superior de la cimentación. Los estudios experimentales consistieron en aplicar cargas cíclicas reversibles a los especímenes empleando actuadores apoyados en un muro de reacción. Se compararon valores experimentales y calculados de la resistencia y deformación lateral de los especímenes. Se valuó la fuerza de fricción entre la columna y el candelero y se estudió su relevancia en el comportamiento de la conexión columna-cimentación. Con base en los resultados de este estudio se dan recomendaciones para el diseño de este tipo de cimentación tipo candelero para puentes.

Palabras clave: cimentación candelero; columna de concreto prefabricado; diseño sismorresistente; coeficiente de fricción; cargas cíclicas reversibles; puentes

SEISMIC BEHAVIOR OF SOCKET CONNECTION BETWEEN FOOTING AND PRECAST REINFORCED CONCRETE BRIDGE COLUMN

ABSTRACT

This paper reports results of analytical and experimental studies of four specimens at scale 1/2.5 representative of a typical prototype column of a precast concrete bridge with socket connection in the footing. The tested specimens were of two types, the first had a column with socket foundation without prestressing in the foundation and the second had in addition prestressed cables in the foundation. Reversible cyclic loads were applied to the specimens using a reaction wall. Measured and calculated values of lateral resistance and lateral deformation of specimens were compared. The friction force between the column and foundation was calculated and its relevance in the behavior of socket-base connections with

Artículo recibido el 6 de marzo de 2013 y aprobado para su publicación el 6 de septiembre de 2013. Se aceptarán comentarios y/o discusiones hasta cinco meses después de su publicación.

⁽¹⁾ Instituto de Ingeniería-Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, México D. F., e-mail: matorresm@gmail.com, mrod@unam.mx

precast concrete column is discussed. Based on the results of this study recommendations are given for the seismic design of the socket foundation.

Keywords: socket foundation; precast concrete column; earthquake resistant design; coefficient of friction; reversible cyclic loads; bridges

INTRODUCCIÓN

En esta investigación se llevaron a cabo estudios analíticos y experimentales de columnas prefabricadas de concreto con cimentación tipo candelero, correspondientes a la subestructura de puentes de vías elevadas para tránsito vehicular empleada en años recientes en la ciudad de México. En los últimos 10 años se han construido en la ciudad de México aproximadamente 95 km de puentes con elementos prefabricados de concreto para estas vías, de los cuales 24 km emplearon la cimentación tipo candelero, objeto de este estudio. En esta primera parte de la investigación se estudia el comportamiento de la cimentación tipo candelero. El prototipo en estudio estaba formado por una columna y su cimentación tipo candelero. Los cuatro especímenes fueron construidos a escala 1/2.5. Los especímenes tenían iguales dimensiones y armado, excepto dos especímenes que llevaron cables de presfuerzo en el borde superior de la cimentación. Los especímenes fueron ensayados en muro de reacción bajo la acción de distintas historias de cargas cíclicas reversibles. En otro estudio posterior se realizaron ensaye de un espécimen del mismo tipo en mesa vibradora (Torres, 2013).

IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

El comportamiento de la cimentación tipo candelero en zonas de alta sismicidad ha sido poco estudiado, el empleo de este tipo de cimentaciones requiere de mayor investigación para obtener recomendaciones de diseño que mejoren su comportamiento ante acciones de tipo sísmicas. En esta investigación se dan recomendaciones para el diseño sísmico de la cimentación tipo candelero, con base en el comportamiento observado de cuatro especímenes ensayados ante cargas laterales cíclicas reversibles de columnas de puentes con cimentación tipo candelero con y sin presfuerzo.

INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

El prototipo estudiado en esta investigación fue una columna con cimentación tipo candelero, de una altura total de 17000 mm (figura 1). La sección de la columna fue ovalada, sus dimensiones eran 1500 mm x 2200 mm. La columna del prototipo tenía una cuantía de refuerzo longitudinal igual a 2.9% y el refuerzo transversal tenía una cuantía volumétrica igual a 0.98%, ver figura 2, el requerimiento de cuantía volumétrica requerida por las especificaciones del capítulo 21 del ACI318-11(2011) y la sección 5, inciso 5.10.11.4.1.d, del AASHTO (2004) fue igual a 1.21%.

La cimentación tipo candelero del prototipo tenía una altura de 2650 mm, el refuerzo empleado en la cimentación fue de diámetro 25 mm (#8) distribuido en toda la altura. En la losa de fondo se utilizó varillas de 35 mm de diámetro (#10).

El estudio experimental de los cuatro modelos a escala 1/2.5 se llevó a cabo en el Laboratorio de Estructuras del Instituto de Ingeniería de la UNAM. Los ensayos consistieron en

aplicar una historia de carga horizontal y vertical, para lo cual se empleó un marco de carga de acero, mediante el cual se transmitió fuerza cortante y momento flexionante a la columna, ver figura 3.

Los especímenes fueron diseñados con una altura total de 2800 mm, desde la base de la cimentación al extremo superior de la columna, sin tener en cuenta las dimensiones del cabezal y el marco de carga, figura 3. Se emplearon dos actuadores verticales, de 500 kN cada uno, que generaron un par en el extremo superior de la columna, y un actuador de 1000 kN en la dirección horizontal. Los actuadores fueron sincronizados de forma que la relación (M/VD) se mantuvo constante e igual a 9.3, valor cercano al del prototipo, esta relación se logró con los actuadores verticales que aplicaban un par en el borde superior de la columna, de forma que se lograra mantener constante esa relación. Los parámetros M , V y D , son el momento actuante en la base de la columna, la fuerza cortante y dimensión de la columna en el sentido del análisis, respectivamente. La relación de carga axial $P/A_g f'_c$ en los especímenes fue igual a 0.0044. Los parámetros P , A_g y f'_c son la carga axial actuante en la columna, el área de su sección transversal y la resistencia a compresión especificada del concreto, respectivamente. La altura de la columna de los especímenes fue igual a 1600 mm, medido desde la cara de la cimentación, figura 3.

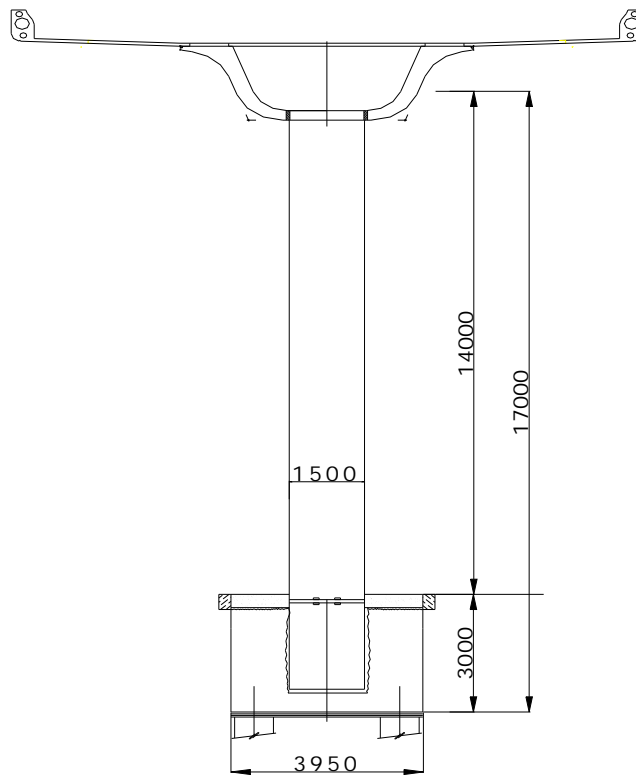


Figura 1. Prototipo de puente (dimensiones en mm)

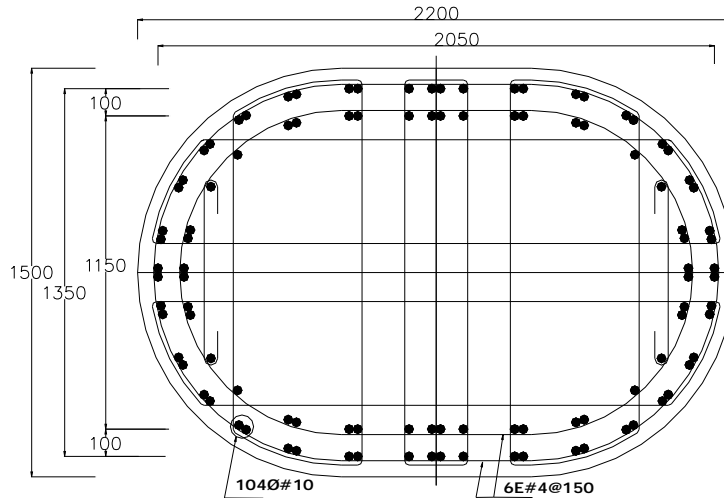


Figura 2. Sección de la columna prototipo (dimensiones en mm)

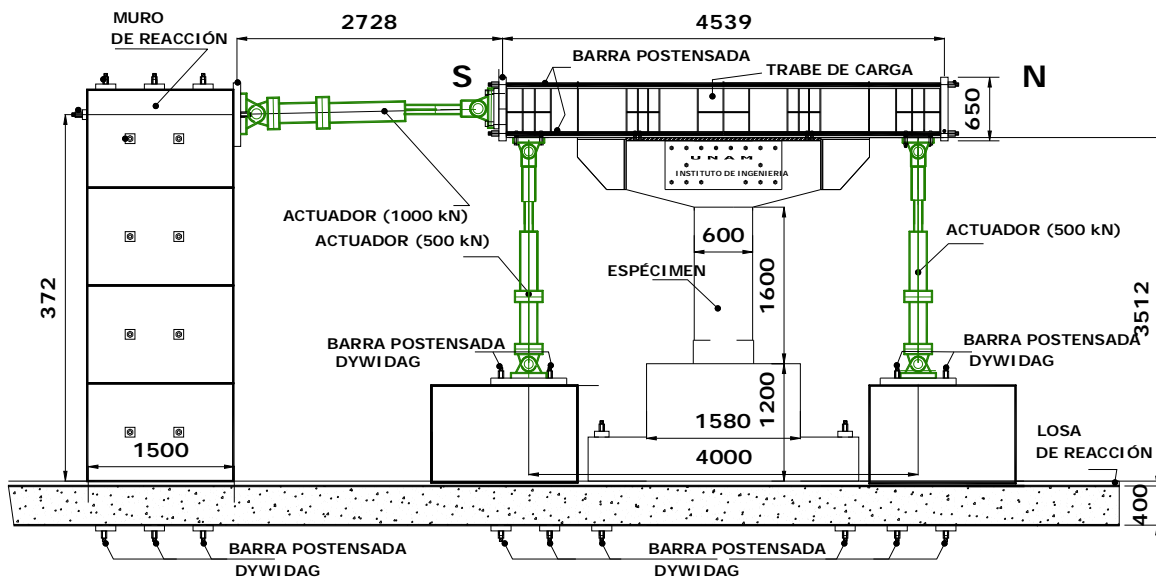


Figura 3. Esquema de ensayo de espécimen (dimensiones en mm)

Materiales

La resistencia a compresión especificada para el concreto (f'_c) en la columna fue 60 MPa y para la cimentación fue 35 MPa. La resistencia a compresión a los 28 días, medida en ensayos de cilindros, alcanzaron los valores 48.4 MPa, en la cimentación, y 60.3 MPa, en la columna. En la fecha del ensayo, entre 500 y 950 días, las resistencias medidas en probetas alcanzaron los valores 65.8 MPa, en la cimentación, y 70.1 MPa, en la columna, ver tabla 1. La resistencia de fluencia especificada (f_y) para el acero de refuerzo longitudinal en columna y cimentación fue 420 MPa. La resistencia a fluencia medida del acero, \hat{f}_y , de refuerzo longitudinal, obtenido en probetas fueron

iguales a 464 MPa, 461 MPa y 655 MPa, para los diámetros 12.7 mm (#4), 9.5 mm (#3) y 4.76 mm, respectivamente. La figura 4 muestra una curva típica esfuerzo-deformación del acero de refuerzo longitudinal de columna y cimentación de los especímenes. Las cuantías de refuerzo principal y transversal de la columna de estos especímenes fueron 2.9% y 0.98%, respectivamente, esta última es 81% de la cuantía de refuerzo transversal especificada por el ACI318-11, para columnas circulares.

Especímenes

Los especímenes fabricados se denominaron 1-A, 1-B, 2-A, 2-B. Los especímenes 2-A y 2-B fueron fabricados con cimentación tipo candelero simple, es decir no llevaron presfuerzo, mientras que la cimentación de los especímenes, 1-A y 1-B, tipo candelero sí llevaban presfuerzo, el armado de cimentaciones en los especímenes representan a escala el del prototipo mostrado en la figura 1. La cimentación de los especímenes tenía una altura de 1200 mm, figura 3, las dimensiones globales de ambos tipos de cimentación fueron iguales.

Tabla 1. Resultados de ensayo de probetas a compresión simple para cada espécimen

28 días		
f'_c MPa (kg/cm ²)		
MODELO	CIMENTACIÓN	COLUMNA
1-A	41.0 (410)	62.3 (623)
1-B	53.8 (538)	59.4 (594)
2-A	60.0 (600)	64.7 (647)
2-B	45.9 (459)	54.3 (543)

(Día del ensaye)		
\hat{f}'_c MPa (kg/cm ²)		
MODELO (días)	CIMENTACIÓN	COLUMNA
1-A (810)	48.4 (484)	69.3 (693)
1-B (950)	59.2 (592)	66.8 (668)
2-A (500)	65.8 (658)	70.1 (701)
2-B (920)	51.0 (510)	60.3 (603)

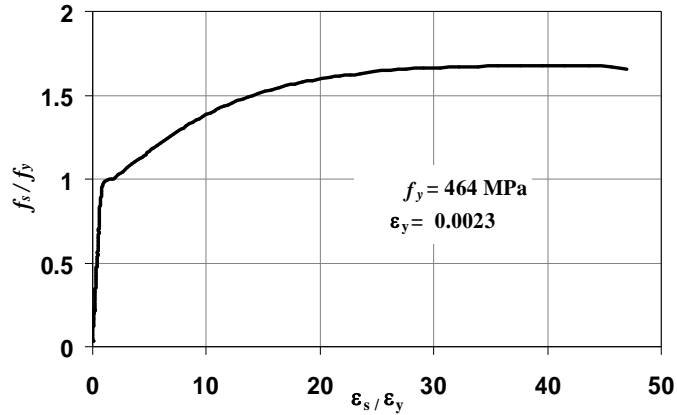


Figura 4. Curva adimensional esfuerzo-deformación de acero de refuerzo

Historia de desplazamientos

La historia de desplazamientos típica aplicada en cada espécimen fue del tipo cíclico reversible, ver figura 5, las acciones de la historia de desplazamiento fueron aplicadas por el actuador de 1000 kN, indicado en la figura 3, hasta llevar al pandeo de las barras de refuerzo en la columna y la consecuente pérdida de estabilidad de ésta.

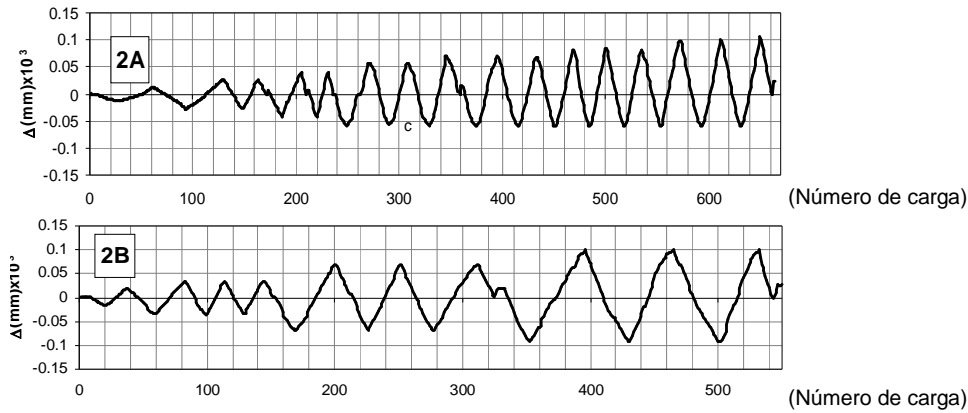


Figura 5. Historia de desplazamiento empleada en los especímenes 2-A y 2-B

Deformaciones medidas en la cimentación tipo candelero de los especímenes

Las acciones sobre la cimentación fueron las ejercidas por la columna y se midieron en función de las deformaciones provocadas en el acero de refuerzo en la cimentación de acuerdo con el procedimiento mostrado a continuación.

La figura 6 muestra un esquema del armado de la cimentación, así como la distribución de deformaciones del refuerzo longitudinal en la dirección N-S de la cimentación, en la sección de ésta correspondiente al eje de simetría. La distribución de deformaciones del refuerzo horizontal en la dirección N-S en la altura de la cimentación se indica en la figura 6a. La figura 6b muestra la

distribución en planta de las fuerzas en la cimentación en la dirección N-S. Las deformaciones anteriormente mencionadas (figura 6a), corresponden a las provocadas por la fuerza $T/2$ en cada pared de la cimentación, la que se muestra en el corte Y-Y (eje de simetría), y actuante en cerca al borde superior de la cimentación. Como se aprecia en la figura 6a, la deformación máxima del refuerzo en la dirección N-S se ubica en el extremo superior de la cimentación y se denomina ϵ_{top} , y se midió con deformímetros en el respectivo refuerzo. Asimismo, la figura 6a muestra la ubicación de los respectivos deformímetros que permitieron medir la deformación ϵ_{bottom} , ubicada a 700 mm de la base de la cimentación. La figura 7 muestra el corte Y-Y en la sección del eje de simetría de la cimentación, indicando la ubicación de los respectivos deformímetros que permitieron medir las deformaciones ϵ_{bottom} y ϵ_{top} en las varillas de diámetro del #3 (3/8") y #4 (1/2"), ver figura 7.

La demanda de fuerzas en la cimentación fue transmitida por la columna por el contacto entre las superficies de ambos elementos, la columna transmitió estas fuerzas hasta alcanzar su resistencia a flexión.

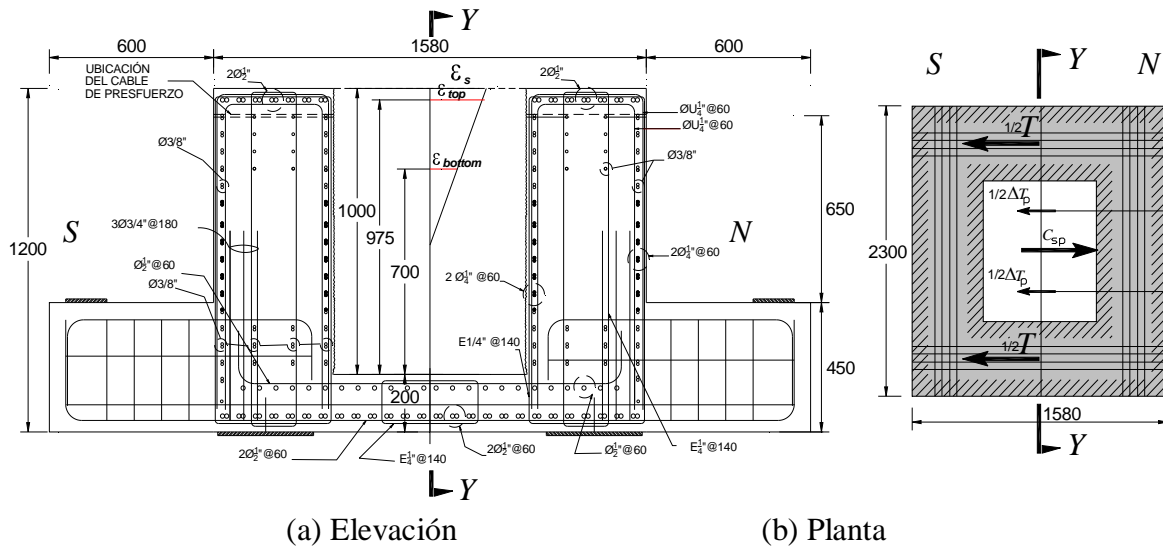


Figura 6. Cimentación tipo candelero, a escala 1 / 2.5 (dimensiones en mm)

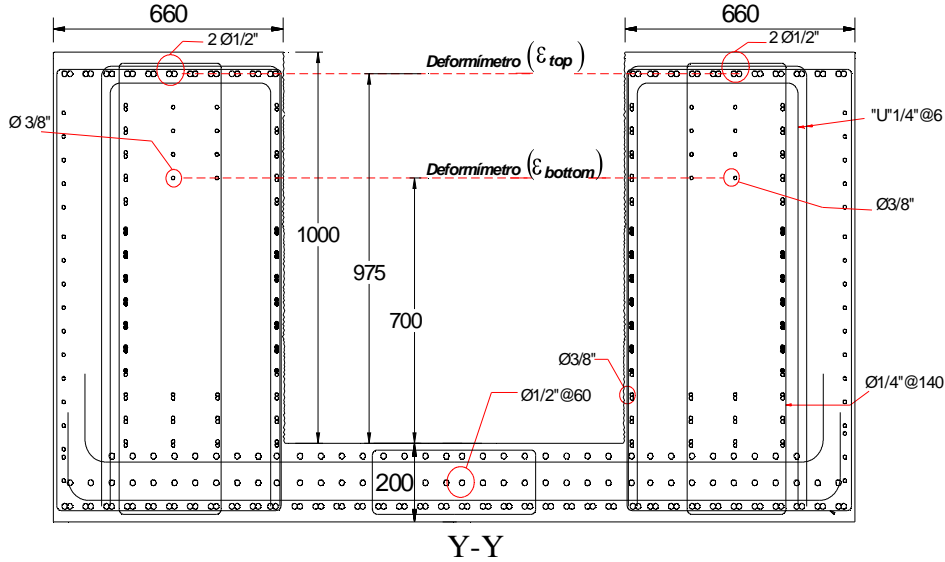


Figura 7. Sección transversal Y-Y de la cimentación tipo candelero

La figura 8 muestra la curva momento-curvatura calculada de la sección de columna, obtenida con base en las propiedades de materiales medidas en laboratorio, \hat{f}'_c y \hat{f}_y . La capacidad a flexo-compresión de la sección de columna calculada de acuerdo con el ACI318 (ACI 318-11, 2011), M_{ACI} , considerando el factor de reducción de resistencia igual a 1, y con las propiedades medidas de materiales, es igual a 1560 kNm, la cual está asociada al límite elástico de una idealización bilineal, figura 8. La resistencia creíble a flexión, M_{cd} , es 1960 kNm. La resistencia M_{cd} se calcula considerando las propiedades medidas de los materiales y que las barras de refuerzo longitudinal incursionan en la zona de endurecimiento por deformación. La capacidad a flexión asociada a la primera fluencia, M_y , es 1210 kNm, ver figura 8.

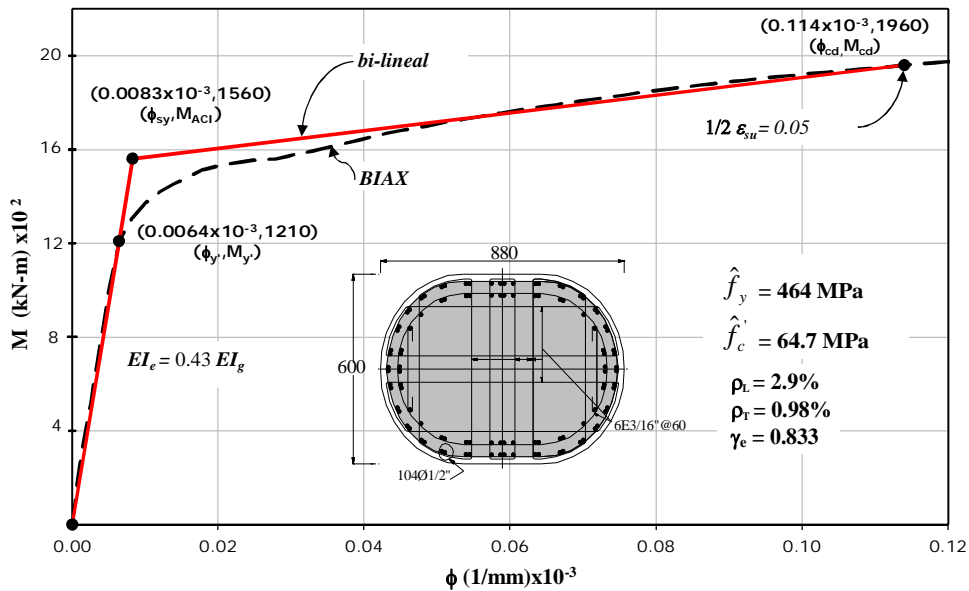


Figura 8. Diagrama momento curvatura de la sección de columna

La figura 9 muestra resultados de la regresión lineal entre las deformación unitarias medidas, ϵ_{top} y ϵ_{bottom} , anteriormente comentadas. Con base en el empleo de estas mediciones y suponiendo que la distribución de la deformación unitaria es lineal, se calculó las fuerzas de tracción en el acero de refuerzo en las paredes de la cimentación en la dirección N-S, con el procedimiento que se describe posteriormente, lo que permitió calcular la fuerza cortante en la base de la columna, la que fue comparada con la fuerza cortante medida en el ensaye.

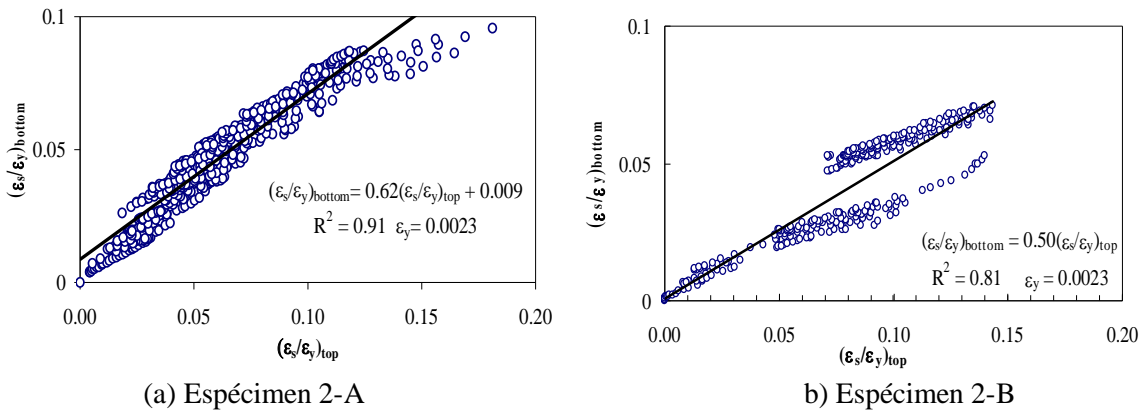
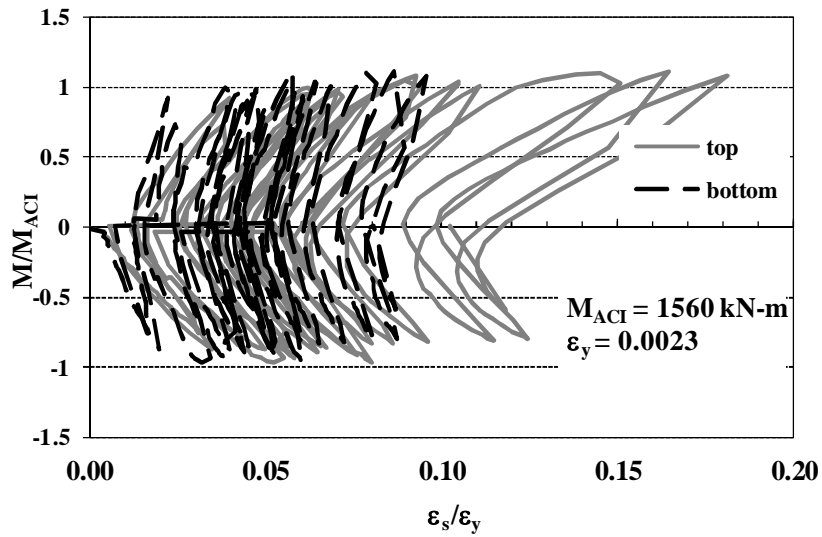
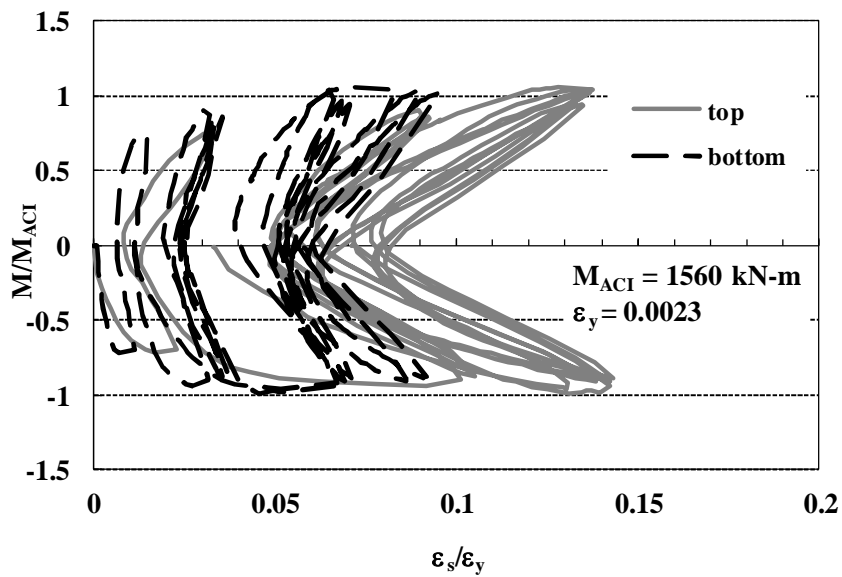


Figura 9. Regresión entre las deformaciones unitarias del refuerzo en el lecho inferior y superior de la cimentación tipo candelero sin presfuerzo

La figura 10 muestra valores de la flexión medida en la base de la columna versus la deformación medida ϵ_s del acero de refuerzo en la pared de la cimentación en la dirección N-S, correspondiente a las deformaciones ϵ_{top} y ϵ_{bottom} descritas anteriormente. El modo de falla del sistema columna-cimentación consistió en que la sección en la base de la columna alcanzó su capacidad a flexión, mientras que el acero de refuerzo de la cimentación no alcanzó la deformación de fluencia. La deformación en las varillas, ϵ_s , de la cimentación en los especímenes 2-A y 2-B alcanzaron el 17% y 15% de la deformación de fluencia, ϵ_y , respectivamente, ver figura 10. Esto llevó a que la cimentación no presentara daño relevante en la mayor parte de ella, debido a que las varillas de la cimentación en el borde superior de la misma permanecieron elásticas.



(a) Espécimen 2-A



b) Espécimen 2-B

Figura 10. Valores de flexión en la columna versus deformación del acero de refuerzo en la cimentación tipo candelero sin presfuerzo

Comportamiento observado en la cimentación de los especímenes

En los especímenes ensayados se produjo daño relevante sólo en las columnas, mientras que la cimentación prácticamente no sufrió daño. En algunas zonas de la cimentación, como en esquinas, se observaron pequeñas fisuras debido a la concentración de esfuerzos locales, en el borde superior de la cimentación en contacto con la columna se observó aplastamiento del recubrimiento del concreto, lo que se puede considerar que no es relevante en la seguridad de la estructura. En los

especímenes se observó que tanto la cimentación con presfuerzo y sin presfuerzo, no sufrieron daño relevante. Se observó un comportamiento similar en ambos tipos de cimentación. En los ensayos, todas las columnas alcanzaron su capacidad creíble a flexión, M_{cd} , por lo que el daño se concentró principalmente en la base de las propias columnas, ver figura 11.

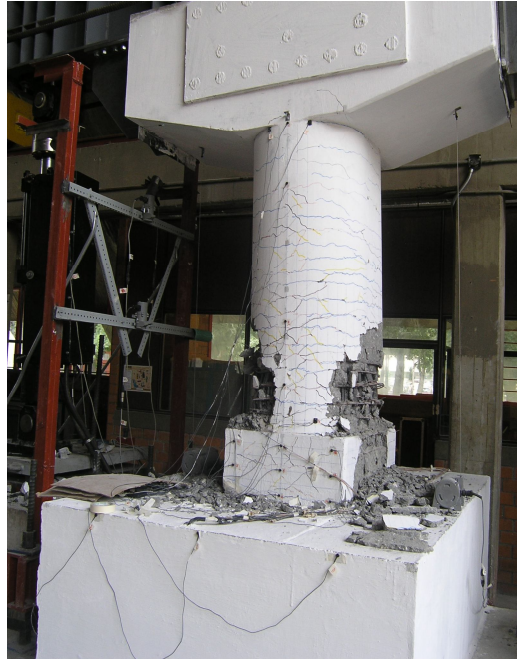


Figura 11. Daños en el espécimen 2-A, observado al final del ensayo

INVESTIGACIÓN ANALÍTICA

Evaluación analítica de las fuerzas internas de la cimentación tipo candelero sin presfuerzo

El modelo propuesto en esta investigación para evaluar las fuerzas internas en la cimentación tipo candelero tiene en cuenta las fuerzas de fricción entre las paredes del candelero y la columna, así como las recomendaciones dadas por la DIN1045 (1981), AIJ(1990) y Osanai *et al.* (1996). La figura 12 muestra esquemáticamente las fuerzas actuantes, P , M , V , carga axial, momento y cortante, respectivamente, en la columna de puente a cara de la cimentación. Las hipótesis consideradas bajo la acción de fuerzas estáticas no siempre están del lado de la seguridad para el diseño sísmico, debido a que las fuerzas de fricción pueden variar significativamente cuando las acciones son dinámicas y considerar su aporte puede llevar a resultados del lado de la inseguridad. Torres (2013) evaluó resultados de este tipo de columna con cimentación tipo candelero cuando responden a un movimiento sísmico en mesa vibradora.

Como se muestra en la figura 12, en la cimentación actúan las fuerzas internas C_s , C_t , R y T , así como las fuerzas de fricción μC_s , μC_t y f_r . Esta última fuerza interna actúa en las paredes laterales del candelero. Las fuerzas de fricción producidas en la superficie en contacto entre la columna y la cimentación son proporcionales al coeficiente de fricción, μ , y el módulo de Poisson, ν , del concreto de la columna. La fuerza f_r se valúa con la ec. 1, cuya deducción se muestra en el Apéndice A.

$$f_r = \mu v \left(0.85 f_c' \right) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}} \right) \right) (c_{col} + \eta_D D) H \quad (1)$$

En la ecuación 1 H y D son las dimensiones de la parte de columna dentro del candelero de la cimentación, figura 12. Por simplicidad se supone que el coeficiente de fricción, μ , es constante e igual en todas las superficies en el interior del candelero. El valor de este coeficiente es función del tipo de material de la superficie, así como si el tipo de acción es dinámica o estática, en el caso en estudio esta superficie es de concreto con rugosidades y las acciones son pseudo-estáticas. Para este último caso, de acuerdo con Osanai *et al.* (1996), el coeficiente μ es función de la profundidad del candelero, y varía entre 0.5 y 1 dependiendo de la relación H/D . Como ha observado Torres (2013), para el caso dinámico se recomienda emplear μ igual a 0. Se debe observar que a pesar de esta recomendación, como el caso en estudio la carga lateral es del tipo pseudo-estático, para los estudios paramétricos en este trabajo, para el coeficiente μ se emplearon valores en el intervalo 0 a 1 (Apéndice A).

La figura 12 también muestra la profundidad del volumen de esfuerzos en compresión que resultan de la aplicación de la fuerza normal C_s , la que es igual a $\beta_h H$. El Apéndice B muestra que un valor promedio del parámetro β_h es del orden de 0.05. De acuerdo con los resultados que se muestran en el Apéndice A, las fuerzas C_s y C_t son similares, lo que sugiere que la profundidad $\beta_h H$, donde actúa C_s , es también similar a la altura $\gamma_h H$, donde actúa C_t , figura 12a. Esta característica, y dado que se debe calcular valores particulares para β_h y γ_h , lleva a que las profundidades de los bloques de esfuerzos correspondientes a las fuerzas normales C_s y C_t sean similares, dado que β_h y γ_h tienen valores del mismo orden.

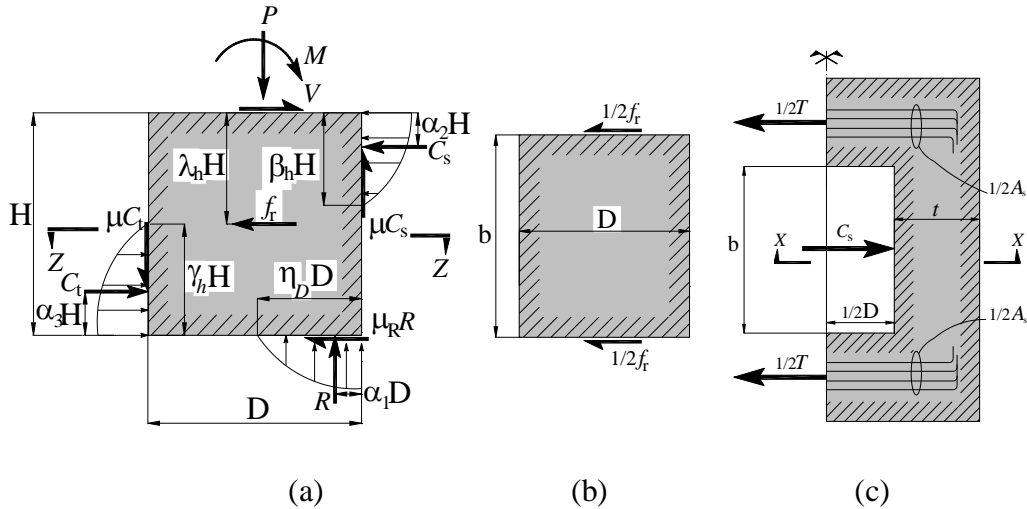


Figura 12. Fuerzas en la cimentación candelero sin presfuerzo. a) Reacciones en columna dentro de candelero, elevación, b) Corte Z-Z, c) Planta

Los factores α_1 , α_2 y α_3 , empleados en esta investigación, definen la ubicación de las fuerzas de reacción en las caras de columna en contacto con el candelero, ver figura 12a, son definidos en el Apéndice B. Los valores para α_1 , α_2 y α_3 fueron calculados considerando que las profundidades de los volúmenes de esfuerzos correspondientes a las fuerzas normales C_s , C_t y R son iguales a los valores $\beta_h H$, $\gamma_h H$ y $\eta_D D$ respectivamente, además se consideró una distribución elastoplástica de esfuerzos en el concreto, con una pendiente inicial igual al módulo elástico del

concreto E_c , y una resistencia en compresión igual a $0.85f'_c$, de acuerdo con el ACI318-11. La deformación máxima del concreto en compresión sin confinar, ε_{cu} , se consideró igual a 0.003, Apéndice B.

Con base en las condiciones de equilibrio del modelo representado en la figura 12, se obtiene el sistema de ecuaciones dado por la ecuación matricial (2):

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \mu_R \\ \mu & -\mu & 1 \\ \frac{\mu D}{2} - \alpha_2 H & \frac{\mu D}{2} + H - \alpha_3 H & \frac{D}{2} - \alpha_1 D - \mu_R H \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} C_s \\ C_t \\ R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V - fr \\ P \\ M + \lambda_h frH \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Se debe notar que en esta ecuación se está tomando en cuenta la fuerza de rozamiento $\mu_R R$ en la cara inferior de la columna en contacto con la cimentación. Se debe mencionar que para ciertos casos de valores específicos de μ y μ_R en la ec. 2, ésta se vuelve indeterminada. Este es el caso de $\mu = \mu_R = 1$, como se puede apreciar de la inspección de la ec. 2, por lo que en este estudio este caso no se considera. Además, en este estudio se empleó la hipótesis de que $\mu_R = \mu$, es decir se considera que el coeficiente de fricción es igual en todas las superficies. El parámetro λ_h se define en el Apéndice A.

De la solución de la ec. 2 se obtienen las fuerzas de reacción del borde superior, de la base y reacción vertical de la cimentación, C_s , C_t , R , respectivamente.

La figura 12c muestra que la tracción actuante, T , debe equilibrar a la compresión actuante en el borde superior de la cimentación, C_s , ver ec. 3, además deben ser colineales.

$$C_s = T \quad (3)$$

La resistencia a tracción, T_R , en la cimentación candelero sin presfuerzo está dada por la siguiente expresión:

$$T_R = F_R A_s f_y \quad (4)$$

De la expresión anterior, y considerando un factor de reducción de resistencia F_R igual a 0.9, se deduce que el área de refuerzo requerido está dada por la expresión:

$$A_s = \frac{T}{F_R f_y} \quad (5)$$

Evaluación analítica de las fuerzas internas de la cimentación tipo candelero con presfuerzo

La figura 13 muestra las fuerzas actuantes en las paredes de la cimentación tipo candelero con presfuerzo. Las fuerzas de reacción, como en el caso sin presfuerzo, son las siguientes. En el borde superior, C_{sp} ; en la base, C_{tp} ; y en la dirección vertical, R_p , ver figura 13a. Las ecuaciones de equilibrio para la cimentación tipo candelero con presfuerzo está dada por la ec. 6, la cual es una

generalización de la ec. 2, ver figura 13a, considerando $\mu_R = \mu$. Para obtener esta ecuación se consideraron los tres estados de cargas siguientes, las fuerzas internas iniciales, debido a la acción de las fuerzas externas P , M , V , las fuerzas de presfuerzo, F_p , y el incremento de las fuerzas inducidas en el cable de presfuerzo, ΔT_p , ver Apéndice A. La fuerza incremental en el cable de presfuerzo, ΔT_p , resulta poco importante en el caso de los especímenes estudiados, ver Apéndice C.

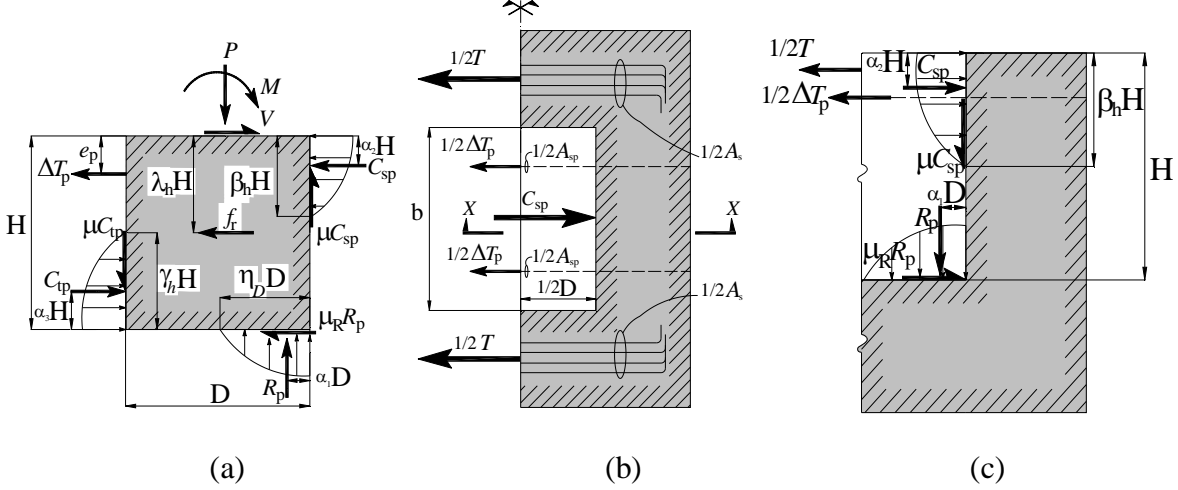


Figura 13. Fuerzas en la cimentación candelero con presfuerzo. a) Reacciones en columna dentro de candelero, elevación, b) Planta cimentación, c) Sección X.X

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \mu_R \\ \mu & -\mu & 1 \\ \frac{\mu D}{2} - \alpha_2 H & \frac{\mu D}{2} + H - \alpha_3 H & \frac{D}{2} - \alpha_1 D - \mu_R H \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} C_{sp} \\ C_{tp} \\ R_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V - fr - \Delta T_p \\ P - \mu \Delta T_p \\ M + \lambda_h fr H + \mu D F_p + e_p \Delta T_p \end{Bmatrix} \quad (6)$$

donde el incremento de la tensión en el cable de presfuerzo, ΔT_p , se calcula con (Apéndice C):

$$\Delta T_p = \frac{\beta_h H F_p}{e_p \left(\frac{9}{4} \frac{(e_p - \beta_h H)}{A_{sp} n} - 1 \right)} \quad (7)$$

La resistencia a compresión del borde superior del candelero con presfuerzo se calcula con (Apéndice C):

$$CR_{sp} = \left[(0.85 f'_c - \sigma_{mp}) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_o - \epsilon_{mp}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{mp}} \right) \right) + \sigma_{mp} \right] \beta_h H b \quad (8)$$

donde σ_{mp} es el esfuerzo en compresión del concreto en el límite de la distribución elástica de esfuerzos (ver Apéndice C) y se define a partir de la deformación correspondiente ϵ_{mp} , lo que lleva a (ec. C.12 del Apéndice C):

$$\sigma_{mp} = \frac{2}{3} \frac{F_p}{b e_p} + \frac{3}{2} \frac{\Delta T_p}{n A_{sp}} \quad (C.12)$$

donde n es la relación modular.

La fuerza normal C_{sp} debe ser menor o igual a la capacidad en tracción del acero de refuerzo y la del acero de presfuerzo, T_R . Esta última condición se obtiene del equilibrio de fuerzas de tracción y compresión horizontales en el candelero, ver figura 13b:

$$T + \Delta T_p = C_{sp} \quad (9)$$

La capacidad a tracción del acero convencional y del presfuerzo en la ubicación de éste en la cimentación con presfuerzo, T_R , está dada por la suma de las capacidades de las fuerzas T y ΔT_p , las que se definen empleando la capacidad de diseño del acero de refuerzo convencional, $A_s f_y$, y la del acero de presfuerzo, $A_{sp} f_{admp}$, afectadas por el factor de reducción, F_R , lo que lleva a:

$$T_R = F_R A_s f_y + F_R A_{sp} f_{admp} \quad (10)$$

donde f_{admp} es el esfuerzo admisible en tracción del acero de presfuerzo en la cimentación.

Influencia de la fricción en las fuerzas internas del candelero

Para evaluar la demanda de las fuerzas internas en la cimentación tipo candelero, se emplea la relación M/M_{ACI} que se define como el cociente del momento producido por dichas fuerzas a cara de cimentación, M , entre el momento resistente calculado en la base de la columna, M_{ACI} . En el análisis de la cimentación tipo candelero se consideró las propiedades geométricas y de los materiales medidos. El cortante V_{ACI} , correspondiente al momento M_{ACI} fue igual a 278 kN. Este valor se obtuvo como la relación M_{ACI}/L_e , donde L_e es la altura efectiva de la columna de la cimentación. La carga axial (P) fue igual a 120 kN, debido al peso del marco de carga y el peso propio de la columna. La relación H/D fue igual a 1.7. La figura 14 muestra los valores de la relación de momentos M_j/M_{ACI} que resultan de las diversas fuerzas que contribuyen con el momento M_j , en función del coeficiente de fricción, μ . Estas relaciones de momento son las siguientes. La debida a la fuerza en el borde superior de la cimentación ($C_s \alpha_2 H/M_{ACI}$), se muestra con línea continua oscura en la figura 14; la debida a la fuerza en la base de la columna en el fondo de la cimentación ($C_t(1-\alpha_3)H/M_{ACI}$), se muestra con línea discontinua; la debida a la fuerza de reacción vertical en la base de la columna ($R(0.5-\alpha_1)D/M_{ACI}$) se muestra con línea discontinua con símbolo de puntos; y la debida a la fuerza de fricción en las paredes laterales de la cimentación ($f_r 0.5H/M_{ACI}$), se muestra en la figura 14 con línea punteada. Los resultados mostrados fueron obtenidos para valores del coeficiente de fricción, μ , en el intervalo 0 a 1. Estos resultados muestran que ($C_s \alpha_2 H/M_{ACI}$) es poco importante y ($C_t(1-\alpha_3)H/M_{ACI}$) es quien produce un mayor momento que equilibra la demanda de la columna y no cambian significativamente en un intervalo de μ entre 0 y 0.75, mientras que las relaciones de momentos ($f_r 0.5H/M_{ACI}$) y ($R(0.5-\alpha_1)D/M_{ACI}$) aumentan desde cero hasta aproximadamente 0.2. Sin embargo, la variación las fuerzas en función al coeficiente de fricción sí son relevantes, como se muestra a continuación. Dado que hay incertidumbre en el valor del coeficiente de fricción, μ , es relevante la variabilidad de las fuerzas de interacción entre la columna y la cimentación.

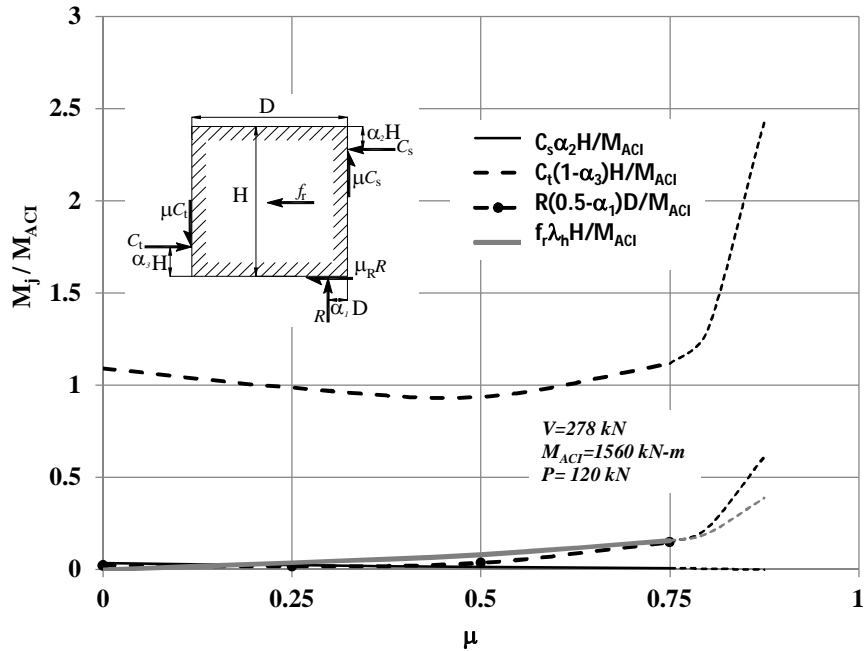


Figura 14. Contribución de las fuerzas internas en la cimentación sin presfuerzo al momento resistente

La figura 15 muestra la variación de la relación $(C_s \alpha_2 H / M_{ACI})$ en función al coeficiente de fricción (μ), para distintas relaciones de profundidad entre a (H/D). Se indica con línea continua delgada el caso de (H/D) igual a 0.5, con línea discontinua el caso (H/D) igual 1, con línea discontinua con símbolo de puntos el caso (H/D) igual a 1.5, y con línea continua oscura el caso (H/D) igual a 1.7. La demanda del momento debido a la fuerza en el borde superior de la cimentación $(C_s \alpha_2 H / M_{ACI})$ se incrementa de manera relevante si la relación H/D disminuye, ver figura 15. Esto sugiere que es conveniente emplear para el diseño relaciones H/D mayores que 1.5. Para disminuir esta demanda en los especímenes ensayados en este estudio se ha empleado el valor H/D igual a 1.7. No se muestran valores de estas relaciones para valores de μ cercanos a 1 porque, como se ha comentado, para el caso $\mu=1$ se presenta singularidad en las ecuaciones de equilibrio del candelero.

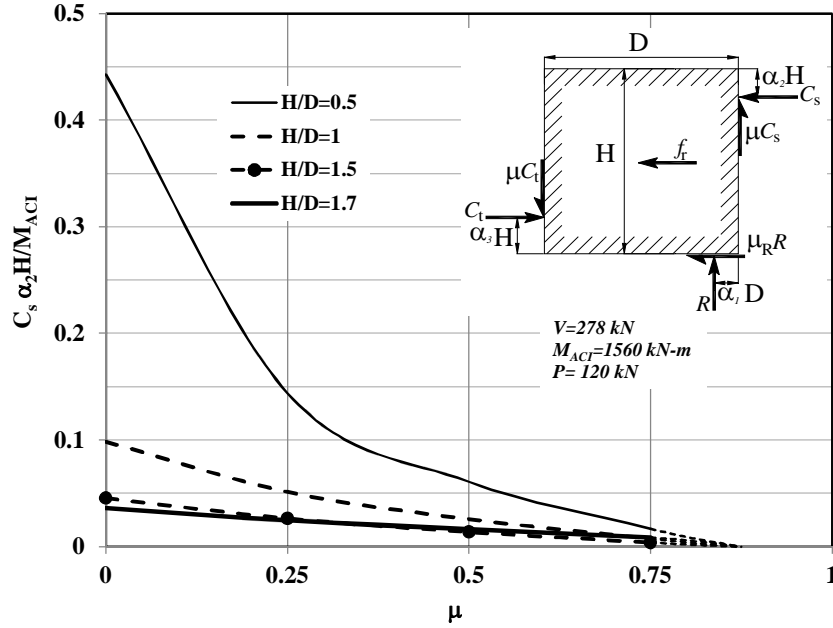


Figura 15. Relación de momento ($C_s \alpha_2 H/M$) en la cimentación tipo candelero sin presfuerzo

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

La reacción en el borde superior de la cimentación tipo candelero, C_s , está dada por la ec. 11, la cual se comparó con valores obtenidos con las expresiones dadas por otros criterios tales como el de Osnai *et al.* (1996), AIJ y DIN. La ec. 11 se obtuvo de resolver la ec. 2 y de reemplazar $\mu_R = \mu$. En la figura 16 se emplea la relación adimensional, C_s/bHf'_c , la cual se calcula con las expresiones obtenidas de las referencias mencionadas anteriormente y la propuesta en esta investigación.

$$C_s = \frac{[(\alpha_1 - 1)\mu + (\alpha_3 - 1 + \mu^2)(\frac{H}{D})](V - fr) - [(\frac{1}{2}\mu^2 - \alpha_1 + \frac{1}{2}) - \mu\alpha_3](\frac{H}{D})P + (\frac{M}{D} + \lambda_h(\frac{H}{D})fr)(\mu^2 - 1)}{[(1 - \alpha_3 - \alpha_2)(\frac{H}{D}) + \mu](\mu^2 - 1)} \quad (11)$$

La figura 17 muestra las curvas de capacidad, relación M/M_{ACI} versus distorsión de la columna, d_r , de los especímenes 2-A y 2-B, indicadas con línea continua y discontinua, respectivamente. También la figura 17 muestra con línea horizontal punteada la capacidad en la cimentación en función de los valores del coeficiente de fricción, μ , iguales a 0, 0.5 y 0.75. Estos resultados muestran que la cimentación tipo candelero tiene una resistencia que depende de manera significativa del coeficiente de fricción, μ . Como se aprecia en la figura 17, para el caso $\mu = 0$ la columna llega a su capacidad en flexocompresión resistente antes de que la cimentación llegue a su capacidad, lo que es deseable considerando el concepto de diseño por capacidad.

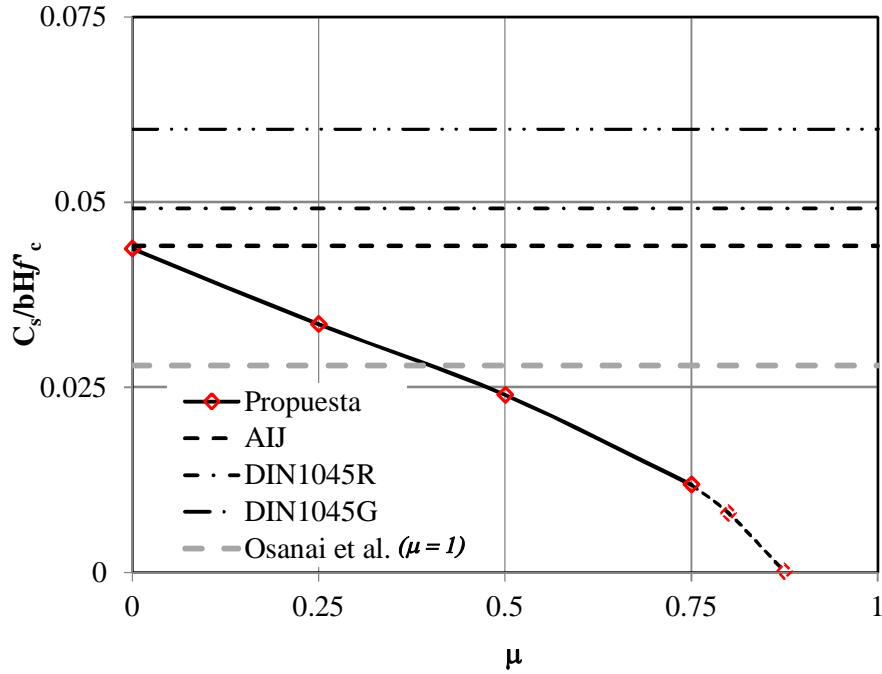


Figura 16. Comparación de la fuerza cortante en la base de la columna

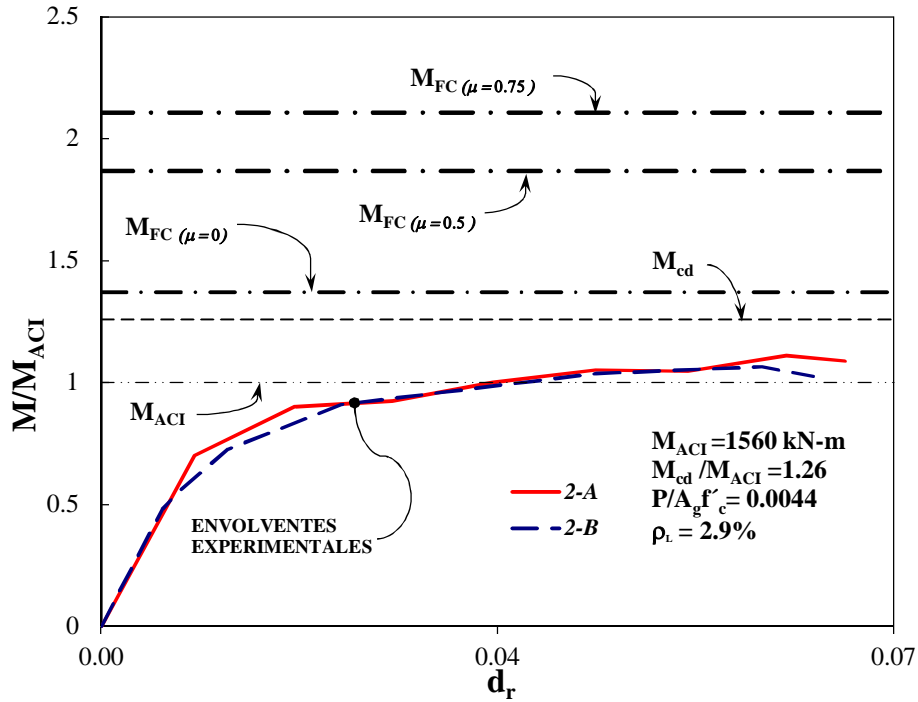


Figura 17. Comparación de la capacidad a flexocompresión de la columna y de la capacidad resistente de la cimentación tipo candelero

CONCLUSIONES

1. De acuerdo con los resultados experimentales y analíticos obtenidos en esta investigación, la cimentación tipo candelero sin presfuerzo tiene, en lo referente a elementos mecánicos y desplazamientos laterales, un comportamiento similar a la de la cimentación con el presfuerzo empleado, por consiguiente es innecesario el empleo de este tipo de cimentación con presfuerzo. Sin embargo, el presfuerzo en la cimentación candelero induce una fuerza de precompresión que es adicional a la fuerza de compresión producida por la reacción interna en la pared del candelero, situación que está del lado de la inseguridad. Esto se debe a que si se producen esfuerzos de compresión excesivos, el concreto de recubrimiento de la cimentación se podría aplastar, esta condición puede llevar a que el refuerzo de la cimentación quede desprotegido y se deteriore por acción de la humedad y otros agentes externos. Por lo anterior se recomienda no emplear este tipo de presfuerzo en la cimentación.
2. Los resultados obtenidos con la expresión propuesta para la predicción de la demanda de fuerzas en el borde superior de la cimentación candelero sin presfuerzo son menos conservadores que los obtenidos con otros criterios. Las recomendaciones dadas por DIN1045 tienen dos versiones, DIN1045R y DIN1045G, que consideran la acción de las fuerzas de fricción o las ignoran, respectivamente. Las recomendaciones de DIN1045G y DIN1045R son las más conservadoras, la primera consideran fuerzas de fricción nulas en las paredes de la cimentación y la segunda supone fuerzas de fricción en las superficies de la cimentación y es la segunda más conservadora de las recomendaciones, mientras que el criterio de AIJ es similar a la propuesta en esta investigación para el caso $\mu = 0$. Las recomendaciones de Osanai *et al.* (1996) son inseguras en este caso, dado que estos autores recomiendan emplear, μ igual a 1, para cimentaciones con relación H/D mayor que 1.5 y la fuerza actuante es mayor si el coeficiente de fricción es menor que 0.5.
3. La trabazón mecánica por fricción, en el caso de los especímenes ensayados con cargas laterales pseudo-estáticas, que ejercen las paredes de la cimentación tipo candelero sobre la longitud embebida de la columna es relevante y está en función de la profundidad de empotramiento de la columna dentro de la cimentación. Con base en los resultados encontrados en esta investigación se recomienda para zonas sísmicas que el valor mínimo de esta profundidad sea 1.5 veces el peralte de la columna, D . En el caso de los especímenes ensayados esta profundidad fue igual a $1.7D$.
4. Los resultados de este estudio indican que en el caso de cargas laterales pseudo-estáticas, como las empleadas en esta investigación, las fuerzas de fricción son relevantes en la evaluación de las fuerzas internas de la cimentación. Sin embargo, es necesario considerar que estos resultados no necesariamente serían válidos para acciones de tipo sísmicas. Como ha sido demostrado por Torres (2013) en ensayos en mesa vibradora, debido a la variabilidad de las fuerzas de fricción durante un evento sísmico, éstas influyen sensiblemente en la distribución de las fuerzas de interacción entre la columna y la cimentación.

AGRADECIMIENTOS

La fase experimental de esta investigación fue patrocinada por el GDF, con el proyecto No 2515, llevado a cabo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (II-UNAM), por lo que los autores agradecen este patrocinio. Los autores también agradecen al II-UNAM por las facilidades prestadas para la realización de esta investigación así como al personal que labora en el laboratorio de estructuras.

REFERENCIAS

- AASHTO (2004), “LRFD Bridge Design Specifications”, *American Association of State Highway and Transportation Officials*, Washington, D.C.
- ACI Committee 318 (2011), “Building Code Requirements for Reinforced concrete (ACI318-11)”, *American Concrete Institute*, Farmington Hills, MI.
- AIJ (1990), “Recommendations for the Design and Fabrication of Tubular Structures”, *Architectural Institute of Japan*.
- DIN (1981), “Examples for Calculation in Accordance with DIN 1045”, *Deutscher Beton-Verein E. V.*
- NTC-DF (2004), “Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto”, *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*, México.
- Osanai, Y, F Watanabe y Okamoto (1996), “Stress transfer mechanism of socket-base connections with precast concrete columns”, *ACI Structural Journal*, may-june, pp.211-276.
- Restrepo, J I y M E Rodríguez (2013a), “On Probable Moment Strength of Reinforced Concrete Columns”, *ACI Structural Journal*, july-august, pp.681-690.
- Restrepo, J I y M E Rodríguez (2013b), Comunicación personal.
- Torres M A (2013), “Estudio analítico-experimental de columna-cimentación prefabricada para puentes urbanos de concreto reforzado en zonas sísmicas”, Tesis para optar el grado de Doctor en Ingeniería, Posgrado en Ingeniería (Estructuras), UNAM, C.U. México. Distrito Federal
- Wallace J (1989), “BIAX user manual, A Computer Program for the Analysis of Reinforced Concrete Sections”, University of California.

NOTACIÓN

Los siguientes símbolos son empleados en esta investigación:

f'_c : resistencia especificada del concreto a compresión.

f_y : resistencia de fluencia especificada del acero de refuerzo a tracción.

M_{ACI} : resistencia a flexión especificada por el ACI 318.

M_{cd} : resistencia a flexión máxima creíble, se calcula con \hat{f}'_c y \hat{f}_y y considerando el endurecimiento por deformación.

\hat{f}'_c : resistencia medida promedio a compresión del concreto de una muestra.

\hat{f}_y : resistencia medida promedio de fluencia a tracción del acero de refuerzo de una muestra.

C_s : fuerza de compresión en el borde superior de la cimentación candelero.

C_i : fuerza de compresión en la base de la columna embebida de la columna.

R : fuerza de reacción vertical en la columna:

μ : coeficiente de fricción de las superficies en contacto entre la columna y la cimentación.

μ_R : coeficiente de fricción de la cara inferior de la columna en contacto con la cimentación.

ν : coeficiente de Poisson.

μC_s : fuerza de fricción vertical debido a la fuerza C_s .

μC_i : fuerza de fricción vertical debido a la fuerza C_i .

f_r : fuerza de fricción debido al confinamiento de las paredes transversales de la cimentación.

D : peralte de la columna.

H : profundidad de la cimentación candelero donde queda embebida parte de la columna:

b : ancho de la cavidad donde queda embebida parte de la columna.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: coeficientes que representan los valores por los que se debe multiplicar a las dimensiones D y H para obtener la distancia al centroide de la distribución de esfuerzos en la cimentación.

P : carga axial actuante, en el modelo propuesto.

M : momento flexionante actuante, en el modelo propuesto.

V : fuerza cortante, en el modelo propuesto.

T : tensión de demanda.

T_R : fuerza de tensión resistente.

F_R : factor de reducción por resistencia.

A_s : área del acero de refuerzo.

e_p : excentricidad del presfuerzo respecto del borde superior de la cimentación candelero.

σ_p : esfuerzo de presfuerzo en la pared del candelero.

n : relación de módulos elásticos del acero y del concreto (E_s/E_c).

A_{sp} : área del refuerzo de presforzado:

$\beta_h H$: altura efectiva donde se distribuye la fuerza interna de reacción C_s y C_{sp} .

$\gamma_h H$: altura efectiva donde se distribuye la fuerza interna de reacción C_t y C_{tp} .

$\eta_D D$: altura efectiva donde se distribuye la fuerza interna de reacción R y R_p .

$\lambda_h H$: distancia donde actúa la fuerza f_t .

$f_{adm\,sp}$: esfuerzo admisible del cable de presfuerzo.

F_p : fuerzas actuantes debido a los cables de presfuerzo.

ΔT_p : incremento de las fuerzas de tracción en el cable de presfuerzo.

C_{sp} : fuerza de compresión en el borde superior de la cimentación con presfuerzo.

C_{tp} : fuerza de compresión en la pared del fondo de la cimentación con presfuerzo

R_p : fuerza vertical de compresión en la pared del fondo de la cimentación,

APÉNDICE A

Fuerzas de interacción entre la columna la cimentación tipo candelero con y sin presfuerzo

Con base en las condiciones de equilibrio de una columna con cimentación tipo candelero convencional sin presfuerzo, se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \mu_R \\ \mu & -\mu & 1 \\ \frac{\mu D}{2} - \alpha_2 H & \frac{\mu D}{2} + H - \alpha_3 H & \frac{D}{2} - \alpha_1 D - \mu_R H \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} C_s \\ C_t \\ R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V - fr \\ P \\ M + \lambda_h fr H \end{Bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

La solución del sistema de ecuaciones A.1 para las fuerzas de reacción C_s , C_t , R se muestran en las ec. A.2, A.3, A.4, respectivamente.

$$C_s = \frac{[(\alpha_1 - 1)\mu + (\alpha_3 - 1 + \mu \mu_R)(\frac{H}{D})]V_e - \left[\frac{\mu \mu_R}{2} - \alpha_1 + \frac{1}{2} - \mu_R \alpha_3(\frac{H}{D})\right]P + (\frac{M_e}{D})(\mu \mu_R - 1)}{[(1 - \alpha_3 - \alpha_2)(\frac{H}{D}) + \mu](\mu \mu_R - 1)} \quad (\text{A.2})$$

$$C_t = \frac{[\alpha_1 \mu + (\mu \mu_R - \alpha_2)(\frac{H}{D})]V_e - \left[\alpha_1 + \frac{\mu \mu_R}{2} - \frac{1}{2} + \mu_R(1 - \alpha_2)(\frac{H}{D})\right]P + (\frac{M_e}{D})(\mu \mu_R - 1)}{[(1 - \alpha_3 - \alpha_2)(\frac{H}{D}) + \mu](\mu \mu_R - 1)} \quad (\text{A.3})$$

$$R = \frac{P - \mu V_e}{1 - \mu \mu_R} \quad (\text{A.4})$$

donde

$$V_e = V - fr$$

$$M_e = M + \lambda_h Hfr$$

La figura A.1.a muestra las relaciones C_s/bHf'_c , C_t/bHf'_c y R/bDf'_c obtenidas con las Eqs A.2 a A.4, para un espécimen típico sin presfuerzo para los elementos mecánicos máximos alcanzados en la columna del espécimen. Esta relaciones se muestran en función del coeficiente de fricción, μ . Estos resultados muestran que es razonable considerar que C_s y C_t tienen valores semejantes, así como que los valores de la fuerza de reacción vertical en la base de la columna en contacto con la cimentación, R , son bastante menores que los valores de la fuerzas normales C_s y C_t , especialmente para valores de μ menores que aproximadamente 0.5, figura A.1a. La figura A.1b. muestra la elevación y planta de la cimentación candelero donde se indican las fuerzas de reacción y las dimensiones (b, D, H) donde se introduce la columna en el interior de la cimentación.

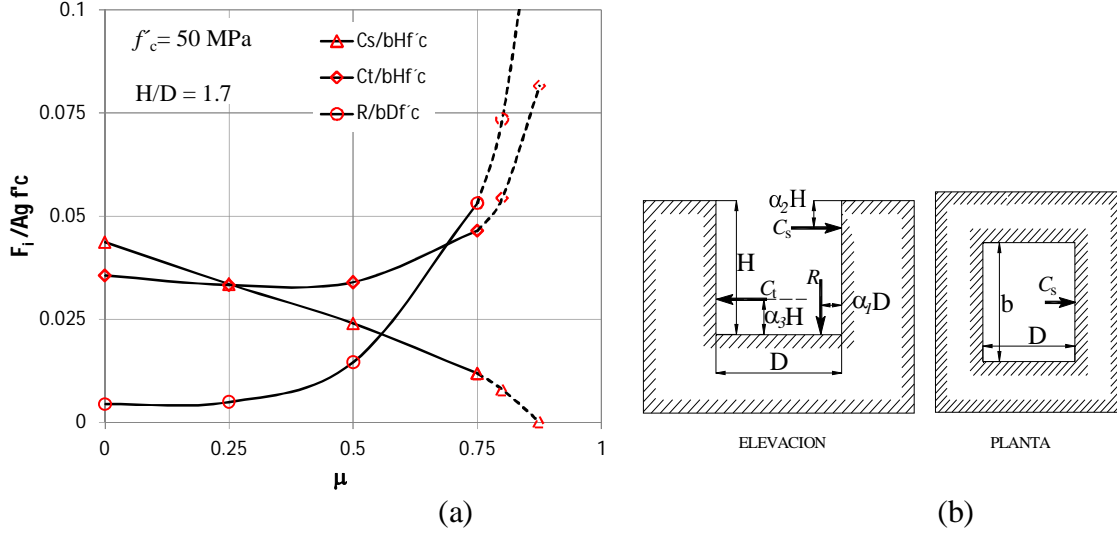


Figura A.1 (a) Variación de las fuerzas normales C_s y C_t para diferentes valores de μ (b) Fuerzas y dimensiones de la cimentación candelero

Para la cimentación candelero con presfuerzo, ver figura A.2, las ecuaciones obtenidas con base en el equilibrio están dada por el sistema ecuaciones A.5, las cuales son una generalización de la ecuación A.1.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & \mu_R \\ \mu & -\mu & 1 \\ \frac{\mu D}{2} - \alpha_2 H & \frac{\mu D}{2} + H - \alpha_3 H & \frac{D}{2} - \alpha_1 D - \mu_R H \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} C_{sp} \\ C_{tp} \\ R_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_e \\ P_e \\ M_e \end{Bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

donde

$$V_e = V - fr - \Delta T_p$$

$$P_e = P - \mu \Delta T_p$$

$$M_e = M + \lambda_h H fr + \mu D F_p + e_p \Delta T_p$$

A continuación se muestra la solución del sistema de ec. A.5, para las incógnitas, C_{sp} , C_{tp} , R_p .

La fuerza de compresión en el borde superior de la cimentación con presfuerzo, C_{sp} , está dada por la expresión siguiente:

$$C_{sp} = \frac{[(\alpha_1 - 1)\mu + (\alpha_3 - 1 + \mu \mu_R)(\frac{H}{D})]V_e - \left[\frac{\mu \mu_R}{2} - \alpha_1 + \frac{1}{2} - \mu_R \alpha_3(\frac{H}{D})\right]P_e + \frac{M_e}{D}(\mu \mu_R - 1)}{[(1 - \alpha_3 - \alpha_2)(\frac{H}{D}) + \mu](\mu \mu_R - 1)} \quad (\text{A.6})$$

La fuerza de compresión en la pared del fondo de la cimentación, C_{tp} , está dada por la expresión siguiente:

$$C_{ip} = \frac{[\alpha_1 \mu + (\mu \mu_R - \alpha_2)(\frac{H}{D})]V_e - [(\alpha_1 + \frac{\mu \mu_R}{2} - \frac{1}{2}) + \mu_R(1 - \alpha_2)(\frac{H}{D})]P_e + \frac{M_e}{D}(\mu \mu_R - 1)}{[(1 - \alpha_3 - \alpha_2)(\frac{H}{D}) + \mu](\mu \mu_R - 1)} \quad (A.7)$$

La fuerza de compresión en la pared del fondo de la cimentación, R_p , está dada por la expresión siguiente:

$$R_p = \frac{P_e - \mu V_e}{1 - \mu \mu_R} \quad (A.8)$$

donde:

$$\Delta T_p = \frac{\beta_h H F_p}{e_p \left(\frac{9}{4} \frac{(e_p - \beta_h H)b}{A_{sp} n} - 1 \right)} \quad (\text{Apéndice C}) \quad (A.9)$$

donde n es la relación modular $n = \frac{E_s}{E_c}$

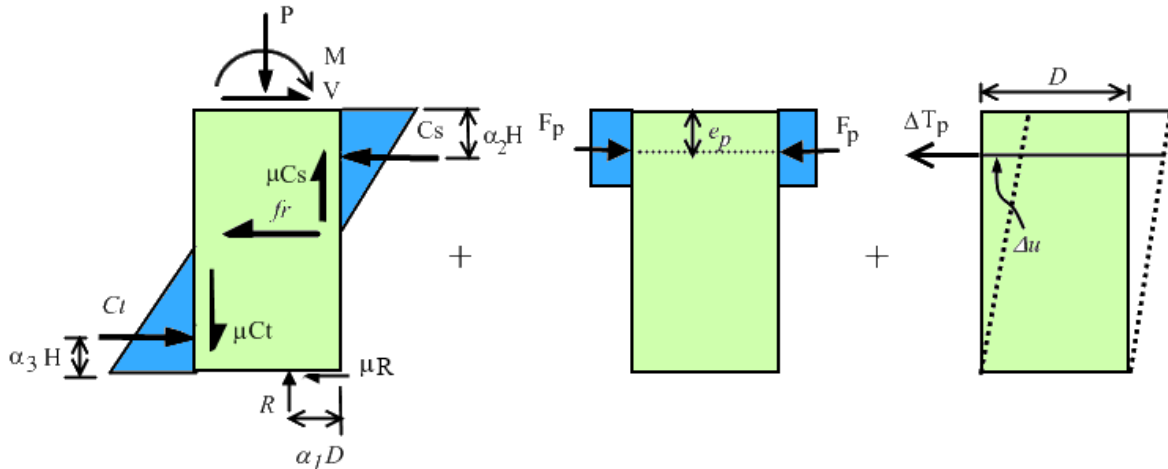


Figura A.2. Fuerzas en la cimentación tipo candelero con presfuerzo

La figura A.3 muestra la relación entre las correspondientes fuerzas de la cimentación sin presfuerzo y con presfuerzo, para las fuerzas en el borde superior, C_s/C_{sp} , las fuerzas en el fondo de la cimentación, C_{ip}/C_i . Los resultados calculados indican que para valores de μ menores que 0.75, las fuerzas, en ambos tipos cimentación, son prácticamente iguales y difieren en valores menores que 2%.

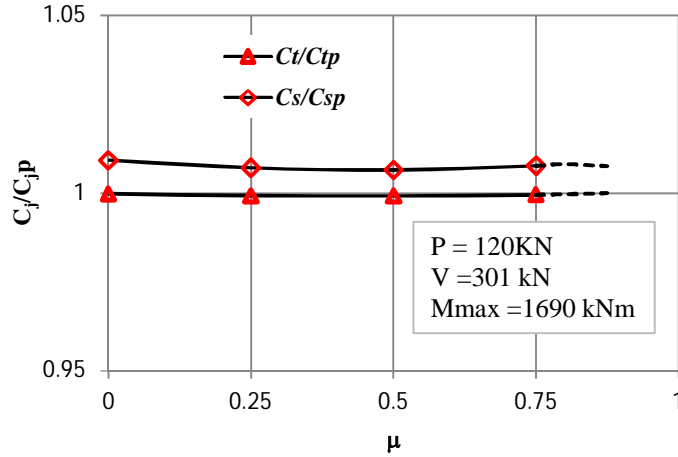


Figura A.3. Cociente de fuerzas en candelero con presfuerzo y sin presfuerzo versus el coeficiente de fricción.

La figura A.4 muestra el cociente del incremento de la tensión en el cable de postensado, ΔT_p , entre la fuerza de presfuerzo inicial, F_p , en función al coeficiente de fricción, μ , en el que se puede observar que este incremento es poco importante, menor que 5% de F_p .

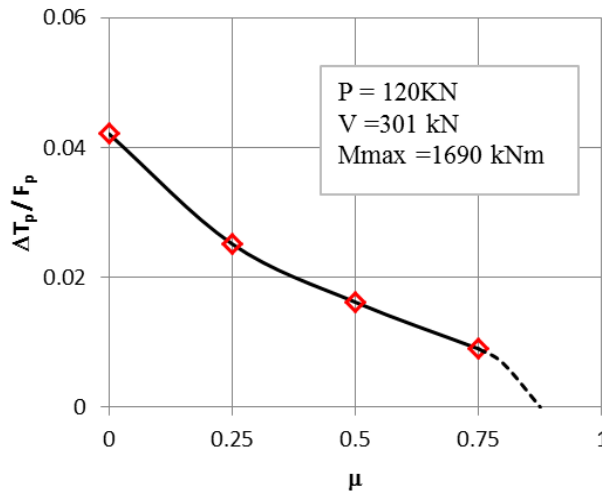


Figura A.4. Cociente del incremento de presfuerzo entre la fuerza de postensado inicial

Deducción de la fuerza de fricción f_r para el caso de la cimentación sin presfuerzo

La figura A.5 muestra la distribución de esfuerzos inducidos por las fuerzas en la columna, en el segmento de columna introducida a una profundidad H , dentro de la cimentación tipo candelero. El parámetro σ_y^c es el esfuerzo de compresión en la dirección vertical ver figura A.5a. Dicho esfuerzo induce esfuerzos transversales a la sección de la columna denotado por σ_z^c , que a su vez producen las fuerzas de fricción, $\frac{1}{2} f_r$, en cada cara de la interfase columna y cimentación, ver figura A.5b. A continuación se calcula la fuerza de fricción en función de las dimensiones del segmento de columna, el módulo de Poisson denotado por ν y el coeficiente de fricción, μ , y características de los materiales.

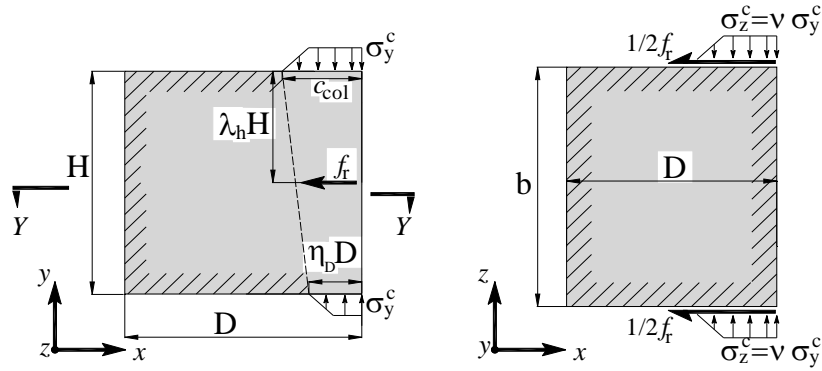
El esfuerzo vertical σ_y^c se obtiene con la expresión siguiente:

$$\sigma_y^c(x) = \min(0.85f_c', E_c \varepsilon_{cu} (x/c_{col})) \quad (\text{A.10})$$

donde c_{col} es la profundidad del eje neutro en la base de la columna del extremo en compresión, el parámetro x varía entre 0 y c_{col} . La deformación del límite elástico, ε_o , para el concreto se define igual a $0.85f_c'/E_c$

El esfuerzo transversal σ_z^c , considerando el efecto Poisson, está dado por:

$$\sigma_z^c(x) = \nu \sigma_y^c(x) \quad (\text{A.11})$$



(a) Elevación

(b) Planta, corte Y-Y

Figura A.5. Esfuerzos debidos a la carga axial en cimentación tipo candelero

La fuerza normal a la cara lateral de la cimentación, por unidad de longitud, en el extremo superior, está dada por la expresión siguiente.

$$N_z^c(0) = \int_0^{c_{col}} \sigma_z^c(x) dx \quad (\text{A.12})$$

Integrando la ec. A.12, se obtiene

$$N_z^c(0) = \nu(0.85f_c')(1 - \frac{1}{2}(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}}))c_{col} \quad (\text{A.13})$$

La fuerza anterior pero evaluada en el fondo del candelero está dada por:

$$N_z^c(H) = \int_0^{\eta_D D} \sigma_z^c(x) dx \quad (\text{A.14})$$

Integrando la expresión anterior se obtiene

$$N_z^c(H) = \nu(0.85f_c')(1 - \frac{1}{2}(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}}))\eta_D D \quad (\text{A.15})$$

La fuerza transversal generalizada por unidad de longitud, a una profundidad y , está dada por la siguiente expresión.

$$N_z^c(y) = \nu(0.85f_c') \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}}\right)\right) \left[c_{col} \left(1 - \frac{y}{H}\right) + \eta_D D \left(\frac{y}{H}\right) \right] \quad (A.16)$$

La fuerza transversal total en las dos caras laterales de la cimentación, N_z^t , está dada por :

$$N_z^t = \int_0^H N_z^c(y) dy \quad (A.17)$$

Reemplazando la ec. A.16 en la ec. A.17, se obtiene lo siguiente:

$$N_z^t = \nu(0.85f_c') \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}}\right)\right) \frac{1}{2} [c_{col} + \eta_D D] H \quad (A.18)$$

La fuerza de fricción está dada por la siguiente expresión:

$$\frac{1}{2} f_r = \mu N_z^t \quad (A.19)$$

Reemplazando la ec. A.18 en la ec. A.19 se obtiene la siguiente expresión:

$$f_r = \mu \nu(0.85f_c') \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}}\right)\right) [c_{col} + \eta_D D] H \quad (A.20)$$

La posición de la fuerza f_r es función de la distribución de fuerzas en las caras laterales de la cimentación, $N_z^c(y)$, se calcula con:

$$\lambda_h H = \frac{\int_0^H 2\mu N_z^c(y) y dy}{f_r} \quad (A.21)$$

Reemplazando A.16 en A.21 se obtiene

$$\lambda_h H = \frac{\int_0^H 2\mu \nu(0.85f_c') \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{cu}}\right)\right) \left[c_{col} \left(1 - \frac{y}{H}\right) + \eta_D D \left(\frac{y}{H}\right) \right] y dy}{f_r} \quad (A.22)$$

Combinando las ecs. A.20 y A.22, se obtiene:

$$\lambda_h H = \left(\frac{c_{col} + 2\eta_D D}{c_{col} + \eta_D D} \right) \frac{H}{3} \quad (A.23)$$

La profundidad x_c en la que se ubica la fuerza de compresión del concreto en una sección en flexocompresión está definida por Restrepo y Rodriguez (2013a) y es igual a:

$$x_c = \left(0.32 \frac{P}{A_g f_c} + 0.1 \right) D \quad (A.24)$$

y el parámetro c_{col} se considera aproximadamente igual a (Restrepo y Rodriguez, 2013b):

$$c_{col} = 2x_c \quad (A.25)$$

APÉNDICE B

Características de la resistencia de la cimentación tipo candelero sin presfuerzo

La resistencia a compresión en el borde superior de la cimentación tipo candelero sin presfuerzo, es la resultante de una distribución elastoplástica del concreto en dicha zona y está limitada por la resistencia en tracción del acero de refuerzo que equilibra la fuerza en compresión, CR_s , la que a partir de la integración del volumen de esfuerzos mostrados en la figura B.1a se puede expresar mediante:

$$CR_s = F_R \left\{ \frac{1}{2} (0.85 f'_c) z_o b + (\beta_h H - z_o) (0.85 f'_c) b \right\} \leq F_R A_s f_y \quad (B.1)$$

La altura z_o , a partir de la cual se inicia el comportamiento inelástico del concreto, figura B.1(a), se calcula con base en la distribución de deformación lineal, y por semejanza de triángulos se obtiene:

$$z_o = \left(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}} \right) \beta_h H \quad (B.2)$$

Combinado las Eqs. B.1 y B.2 se obtiene:

$$CR_s = F_R \beta_h H b (0.85 f'_c) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}} \right) \right\} \leq F_R A_s f_y \quad (B.3)$$

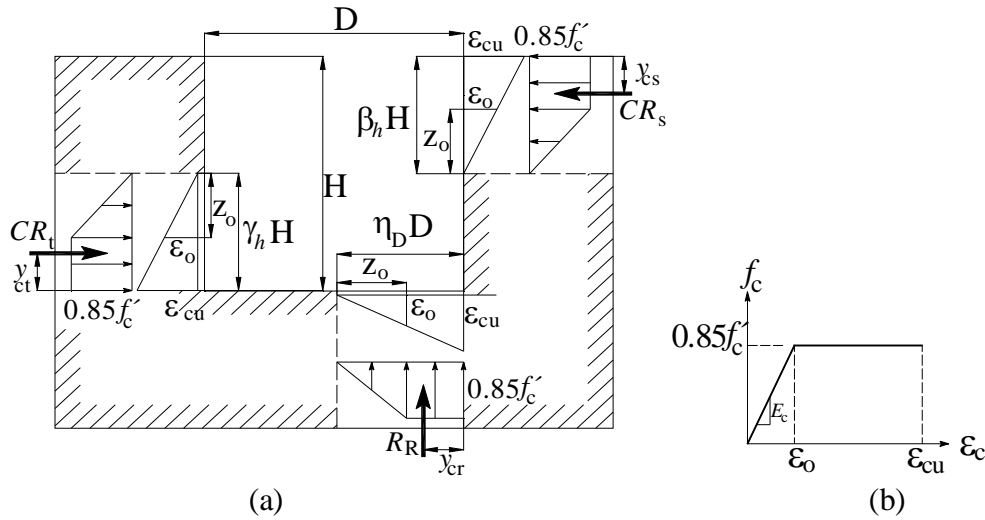


Figura B.1 a) Distribución de deformación y esfuerzos en cimentación, b) modelo elastoplástico del concreto

La ubicación respecto del borde superior, y_{cs} , de la fuerza resultante en dicho borde de la cimentación, C_s , considerando la distribución de esfuerzos indicado en la figura B.1, se puede calcular en función de una fracción α_2 de la altura H , mediante la siguiente expresión.

$$y_{cs} = \alpha_2 H \quad (B.4)$$

En la ec. B.4 el coeficiente α_2 se calcula con la expresión siguiente.

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \frac{(1 - (\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}}))^2 + (\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}})(1 - \frac{2}{3}(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}}))}{1 - \frac{1}{2}(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}})} \beta_h \quad (B.5)$$

De forma semejante para los coeficientes α_1 y α_3 .

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \frac{(1 - (\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}}))^2 + (\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}})(1 - \frac{2}{3}(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}}))}{1 - \frac{1}{2}(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}})} \eta_D \quad (B.6)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2} \frac{(1 - (\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}}))^2 + (\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}})(1 - \frac{2}{3}(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}}))}{1 - \frac{1}{2}(\frac{\epsilon_o}{\epsilon_{cu}})} \gamma_h \quad (B.7)$$

La figura B.2 muestra la variación de los parámetros β_h , definido como la fracción de la profundidad del bloque de compresión en el borde superior de la cimentación tipo candelero, ver figura B.1, y del parámetro γ_h , ver figura B.1. Esta variación es función de la deformación máxima en compresión en el borde superior de la cimentación, ϵ_c , cuyo valor máximo es ϵ_{cu} . Los resultados mostrados en la figura B.2 se obtuvieron considerando requisitos de equilibrio, así como de compatibilidad de deformaciones. Como se aprecia en la figura B.2 los parámetros β_h y γ_h tienden a ser en promedio igual a 0.05 para valores de μ en el intervalo 0 a 0.75. mientras que el parámetro η_D es del orden de 0.01 y crece a valores mayores que 0.05 para valores de μ mayores que 0.75.

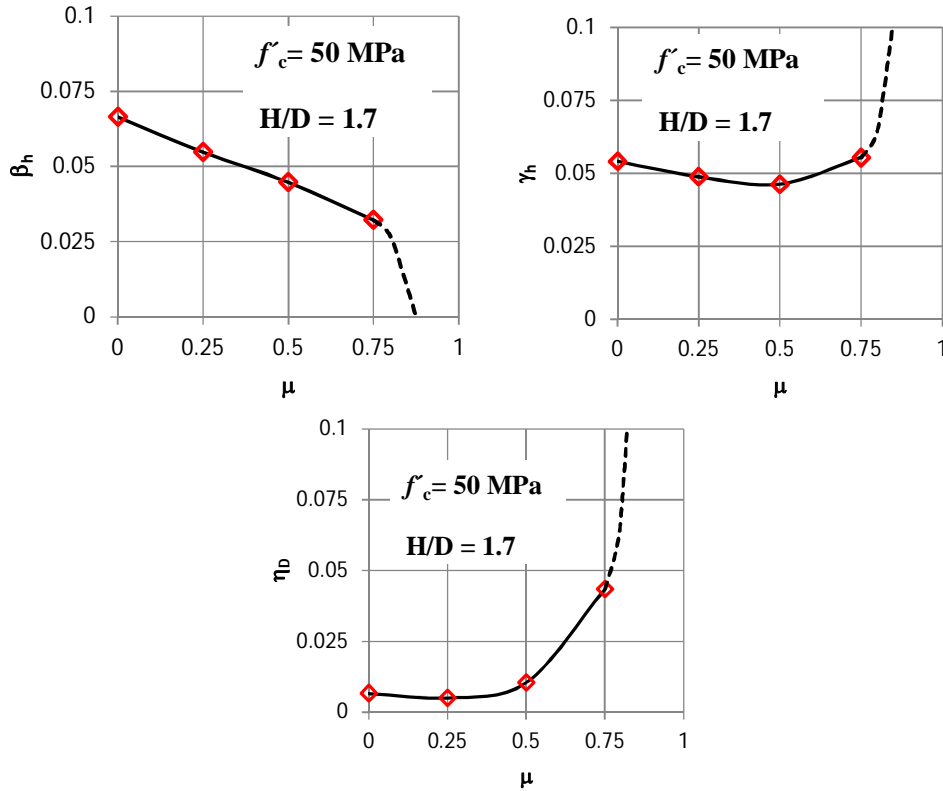


Figura B.2. Fracción de la profundidad de los bloques de compresión del borde superior e inferior de la cimentación tipo candelero en función del coeficiente de fricción

APÉNDICE C

Características de la resistencia de la cimentación tipo candelero con presfuerzo

En las condiciones iniciales de la cimentación candelero con presfuerzo, sin acciones de los elementos mecánicos en la columna, actúan los esfuerzos σ_{op} , σ_{omp} , y las deformaciones ε_{op} , ε_{omp} , debido a la acción de la fuerza de presfuerzo en el cable, F_p . El parámetro ε_{op} representa la deformación inicial en el cable de presfuerzo debido a la acción de la fuerza F_p , este parámetro se obtiene a partir de suponer un comportamiento elástico y lineal del concreto. La fuerza de presfuerzo, F_p , debe ser equilibrada por una fuerza resultante en compresión en el concreto y debe estar ubicado en la misma posición, e_p , ver figura C.1.

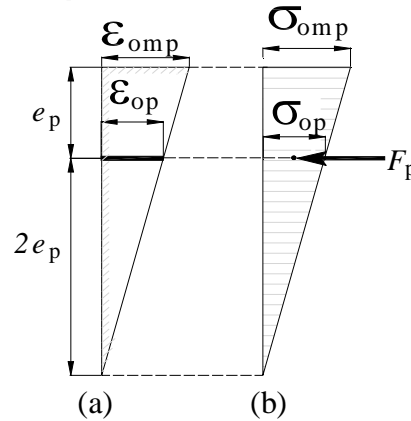


Figura C.1 (a) Deformaciones unitarias, (b) Distribución de esfuerzos

El volumen de esfuerzos en el concreto que equilibra la fuerza, F_p , (figura C.1) está dado por:

$$\frac{1}{2} \sigma_{omp} (3e_p) b = F_p \quad (C.1)$$

de donde se obtiene:

$$\sigma_{omp} = \frac{2}{3} \frac{F_p}{b e_p} \quad (C.2)$$

y la correspondiente deformación:

$$\varepsilon_{omp} = \frac{\sigma_{omp}}{E_c} \quad (C.3)$$

La deformación inicial ε_{op} se obtiene de triángulos semejantes:

$$\frac{\varepsilon_{op}}{2} = \frac{\varepsilon_{omp}}{3} \quad (C.4)$$

Combinando las ecs. C.2, C.3 y C.4 se obtiene:

$$\varepsilon_{op} = \frac{4}{9} \frac{F_p}{b e_p E_c} \quad (C.5)$$

Se supone que la distribución de deformaciones unitarias en el borde superior a compresión de la cimentación, producidas por la acción de la columna, es lineal por tramos, ver figura C.2. Toda la zona comprimida tiene una profundidad, $3e_p - 2\beta_h H$. La deformación unitaria a nivel de la línea de aplicación del presfuerzo, a una profundidad e_p , es igual a ε_p .

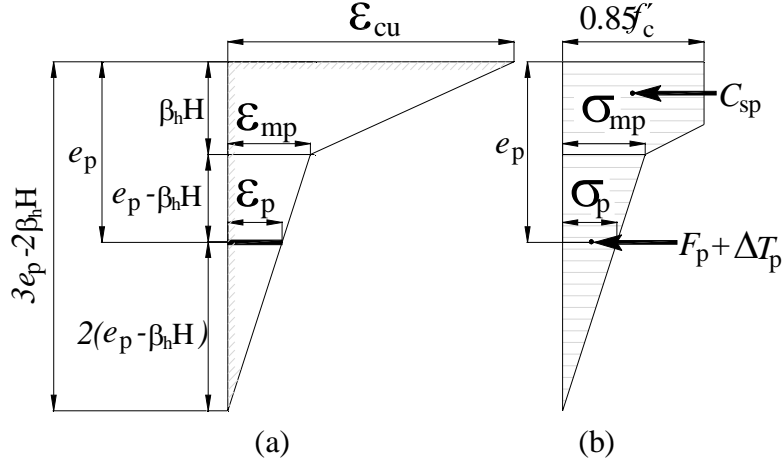


Figura C.2 (a) Deformaciones unitarias. (b) Distribución de esfuerzos

La deformación ε_p se obtiene de triángulos semejantes, en la figura C.2a, a partir de:

$$\frac{\varepsilon_{mp}}{3(e_p - \beta_h H)} = \frac{\varepsilon_p}{2(e_p - \beta_h H)} \quad (C.6)$$

De la expresión C.6 se despeja la deformación unitaria ε_{mp}

$$\varepsilon_{mp} = \frac{3}{2} \varepsilon_p \quad (C.7)$$

El incremento de deformación del cable presforzado, $\Delta\varepsilon_p$, posterior al presfuerzo inicial, está asociada al incremento de la tensión en el cable de presfuerzo, ΔT_p . La deformación unitaria total en cable de presfuerzo, ε_p , es:

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{op} + \Delta\varepsilon_p \quad (C.8)$$

donde

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{\Delta T_p}{A_{sp} E_s} \quad (C.9)$$

Reemplazando las ecs. C.5 y C.9 en C.8, se obtiene:

$$\varepsilon_p = \frac{4}{9} \frac{F_p}{be_p E_c} + \frac{\Delta T_p}{A_{sp} E_s} \quad (C.10)$$

La deformación del concreto en el límite de la zona elástica del borde superior del candelero se calcula reemplazando la expresión correspondiente en la ec. C.7 de donde se obtiene:

$$\varepsilon_{mp} = \frac{2}{3} \frac{F_p}{b e_p E_c} + \frac{3}{2} \frac{\Delta T_p}{A_{sp} E_s} \quad (C.11)$$

El correspondiente esfuerzo asociado a la deformación ε_{mp} se obtiene de multiplicar esta deformación por el módulo elástico del concreto, E_c , y se obtiene:

$$\sigma_{mp} = \frac{2}{3} \frac{F_p}{b e_p} + \frac{3}{2} \frac{\Delta T_p}{n A_{sp}} \quad (C.12)$$

El volumen de esfuerzos que equilibra a la acción del cable de presfuerzo (figura C.2b) está dado por:

$$\frac{1}{2} \sigma_{mp} 3(e_p - \beta_h H)b = F_p + \Delta T_p \quad (C.13)$$

Reemplazando la ec. C.12 en C.13:

$$\Delta T_p = \frac{\beta_h H F_p}{e_p \left(\frac{9}{4} \frac{(e_p - \beta_h H)b}{n A_{sp}} - 1 \right)} \quad (C.14)$$

La fuerza que equilibra al bloque en compresión del concreto, en el borde superior de la cimentación, (figura C.2b) está dado por la integración del volumen de esfuerzos, lo que lleva a:

$$CR_{sp} = \left[(0.85 f'_c - \sigma_{mp}) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_{mp}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{mp}} \right) \right) + \sigma_{mp} \right] \beta_h H b \quad (C.15)$$